

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С323.5а
К-72

15/1-79
P2 - 11892

Б.Ф.Костенко

104/2-79

О ТОЧНОМ ОПИСАНИИ КОРРЕЛЯЦИЙ
ВО МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ НА ЯДРАХ

1978

P2 - 11892

Б.Ф.Костенко

О ТОЧНОМ ОПИСАНИИ КОРРЕЛЯЦИЙ
ВО МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ НА ЯДРАХ



Костенко Б.Ф.

P2 - 11892

О точном описании корреляций во множественном рождении на ядрах

Предлагается для анализа корреляционных данных по множественному рождению частиц при высоких энергиях воспользоваться так называемыми регрессиями случайных величин, хорошо разработанными в математической статистике. На основании сведений о регрессиях проведен безмодельный анализ корреляций множественности b^- , g^- , h^- и s^- -частиц при энергиях налетающей частицы $20 \div 200$ ГэВ; отмечены некоторые неточности их интерпретации, имеющиеся в литературе.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Kostenko B.F.

P2 - 11892

On Exact Description of Correlations for Multiplicity of Secondary Particles

Correlation characteristics of the multiplicity of secondary particles produced in interactions of protons and π -mesons with photoemulsion nuclei in the energy range $20 \div 200$ GeV have been investigated. For the exact description and analysis of these data linear and curvilinear regression analysis well-known in mathematical statistics is suggested. Based on the model-independent analysis of the correlation characteristics of a multiplicity it is shown, that experimental data for correlations between the low energy particles is well consistent with the average experimental multiplicities for these particles and do not contain any information else. For the high energy particles only the purpose of the exact description of correlation data is aimed at. Some inaccuracies in an interpretation of the correlations contained in literature are noted. The method may be used for the description of all similar characteristics for a high-energy collision of hadrons.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие высокоэнергетической частицы с атомным ядром представляет собой сложный вероятностный процесс, различные количественные характеристики которого связаны между собой, как правило, нежесткой статистической зависимостью. Такова, например, связь между числом s^- и g^- -частиц в фотоэмульсионной звезде, между атомным номером ядра и числом s^- -частиц и т.д.*

В данной работе для точного описания и анализа таких данных предлагается использовать регрессии, которые применяются при изучении сложных вероятностных процессов в радиофизике, социологии, металлургии, экономике, химии и многих других областях.

Сведения о регрессиях, достаточные для начального ознакомления с вопросом, содержатся во втором разделе работы. Для более подробного его изучения можно воспользоваться ^{1/}.

* Здесь использована принятая в опытах с фотоэмульсией классификация частиц, основанная на производимой ими ионизации. Это приблизительно соответствует разбиению на такие энергетические области: s^- -частицы (Shower) - протоны с энергией больше 500 МэВ или π^- -мезоны с энергией свыше 80 МэВ. g^- -частицы (grey) - протоны с энергией в интервале 30-500 МэВ или π^- -мезоны из интервала 15-80 МэВ. b^- -частицы (black) - протоны, энергия которых меньше 30 МэВ или π^- -мезоны ниже 15 МэВ. h^- -частицы (heavy) - это b^- и g^- -частицы, вместе взятые.

На основании этого подхода удается провести полный анализ экспериментальных данных по корреляциям b^- , g^- и h^- частиц, которые брались из обзора [2]. Для s^- частиц преследовалась лишь цель точного описания корреляционных данных, полный анализ которых - дело будущего.

1. КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ g^- , b^- И h^- ЧАСТИЦАМИ

В обзоре [2] отмечалось, что в области энергий 20-200 ГэВ зависимости $\langle n_i(n_j) \rangle$ удовлетворительно аппроксимируются прямыми с положительным наклоном

$$\langle n_i(n_j) \rangle = a_{ij} n_j + b_{ij} \quad /1/$$

где $a_{ij} > 0$, а i, j пробегает значения g, b или h . Исключение составляют лишь зависимости $\langle n_i(n_g) \rangle$, которые при больших n_g имеют тенденцию к выполаживанию.

В этом же обзоре приведены зависимости $\langle n_b(n_h) \rangle$ и $\langle n_g(n_h) \rangle$ в столкновениях $p + Em$ при импульсе налетающего протона 200 ГэВ/с/см. рис. 1/ и зависимости a_{bh} , a_{gh} , b_{bg} , b_{hg} от энергии /см. рис. 2/.

Для анализа этих корреляционных данных рассмотрим прямые регрессии n_g на n_h и n_b на n_h , которые имеют вид:

$$\langle n_b(n_h) \rangle = \bar{n}_b + \rho_{bh} \frac{\sigma_b}{\sigma_h} (n_h - \bar{n}_h)$$

$$\langle n_g(n_h) \rangle = \bar{n}_g + \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} (n_h - \bar{n}_h).$$

Из них следует интересное свойство корреляционных прямых для множественности*

$$\langle n_g(\bar{n}_h) \rangle = \bar{n}_g, \quad \langle n_b(\bar{n}_h) \rangle = \bar{n}_b \quad /2/$$

* Соотношения типа /2/ выполняются для любых прямолинейных регрессий двух случайных величин.

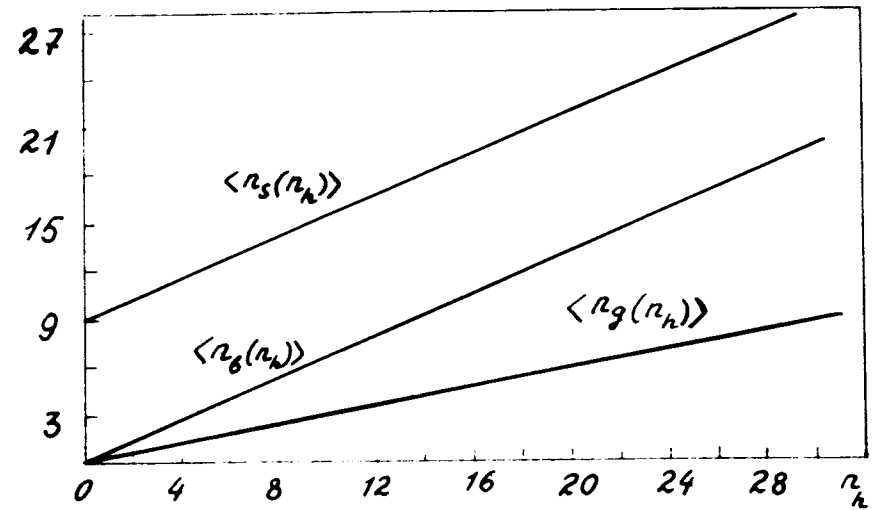


Рис. 1. Зависимость $\langle n_i(n_j) \rangle$ в P-A-соударениях.

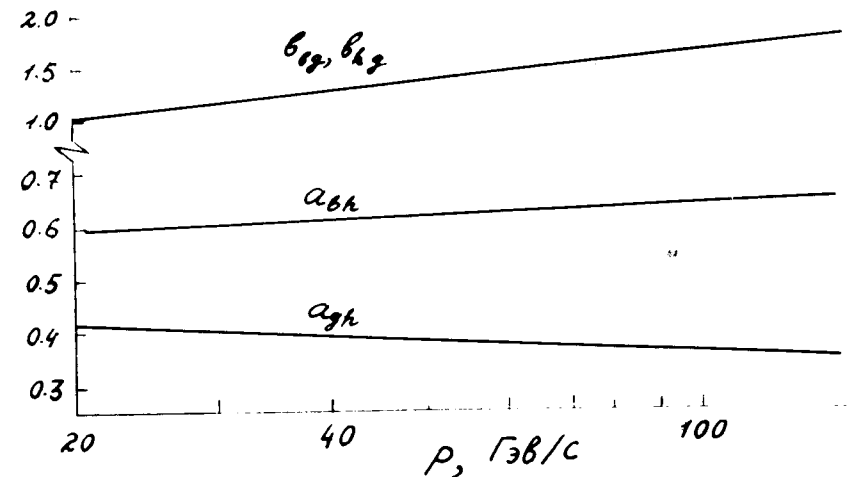


Рис. 2. Энергетические зависимости a_{ih} и b_{ig} .

Данные ^{/2/} прекрасно воспроизводят это свойство, что свидетельствует о хорошей точности приведенных там аппроксимаций.

Далее, так как обе рассматриваемые прямые проходят через начало координат, должны выполняться соотношения:

$$\langle n_g(n_h) \rangle = \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} n_h \quad /3/$$

$$\bar{n}_g = \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} \bar{n}_h \quad /4/$$

$$\langle n_b(n_h) \rangle = \rho_{bh} \frac{\sigma_b}{\sigma_h} n_h \quad /5/$$

$$\bar{n}_b = \rho_{bh} \frac{\sigma_b}{\sigma_h} \bar{n}_h \quad /6/$$

Из /4/ и /6/ нетрудно получить выражение для энергетической зависимости a_{bh} и a_{gh} , которая, как отмечалось в ^{/2/}, имеет логарифмический характер. Действительно,

$$a_{gh} = \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} = \frac{\bar{n}_g}{\bar{n}_h} \quad /7/$$

$$a_{bh} = \rho_{bh} \frac{\sigma_b}{\sigma_h} = \frac{\bar{n}_b}{\bar{n}_h} = \frac{\bar{n}_h - \bar{n}_g}{\bar{n}_h} \quad /8/$$

Кроме того, в этой же работе приведена аппроксимация энергетической зависимости средней множественности g -частиц

$$\bar{n}_g = (4.1 \pm 0.04) - (0.26 \pm 0.01) \ln p. \quad /9/$$

а также отмечено, что в рассматриваемой области энергий

$$n_h \approx 7.6 \pm 0.3. \quad /10/$$

Подставляя /9/ и /10/ соответственно в /7/ и /8/, получаем искомые формулы. Например,

$$a_{gh} = \frac{(4.1 \pm 0.04) - (0.26 \pm 0.01) \ln p}{7.6 \pm 0.3}, \quad /11/$$

что точно соответствует экспериментальным данным ^{/2/}. Таким образом, изменение силы корреляционной связи между g -, b - и h -частицами в зависимости от энергии налетающей на ядро частицы объясняется поведением средних множественностей этих частиц в зависимости от энергии налетающей частицы, и никаких других предположений не требует. Так как, несмотря на изменение числа g - и b -частиц, количество h -частиц практически не изменяется, естественно предположить, что в данном случае происходит "перекачка" низкоэнергетической компоненты g -частиц в высокоэнергетическую компоненту b -частиц.

Соотношения /7/ и /8/ позволяют также сделать вывод о независимости величин a_{bh} и a_{gh} от атомного номера ядра-мишени. Это следует из того, что все средние множественности \bar{n}_h , \bar{n}_g и \bar{n}_b пропорциональны $A^{2/3}$ /см., напр., ту же работу ^{/2/} /. Следовательно, прямые /3/ и /5/, а также соответствующие им экспериментальные зависимости, представленные на рис. 1, справедливы вообще говоря для всех ядер.

Приведем еще некоторые, необходимые в дальнейшем, соотношения. Учитывая, что

$$n_h = n_b + n_g, \quad /12/$$

находим

$$\sigma_h^2 = \sigma_b^2 + \sigma_g^2 + 2\rho_{gb} \sigma_b \sigma_g.$$

Далее

$$a_{bg} = \frac{\rho_{gb} \sigma_b}{\sigma_g} = \frac{2\rho_{gb} \sigma_b \sigma_g}{2\sigma_g^2} = \frac{\sigma_h^2 - \sigma_g^2 - \sigma_b^2}{2\sigma_g^2}, \quad /13/$$

откуда

$$\rho_{gb} = \frac{\sigma_h^2 - \sigma_g^2 - \sigma_b^2}{2\sigma_g\sigma_b} \quad /14/$$

Учитывая /12/, можно также найти

$$\rho_{gh} = \frac{\sigma_g + \rho_{gb}\sigma_b}{\sigma_h} \quad /15/$$

$$\rho_{bh} = \frac{\sigma_b + \rho_{gb}\sigma_g}{\sigma_h} \quad /16/$$

В этом месте хотелось бы подчеркнуть важность для корреляционного анализа дисперсий величин n_g , n_b и n_h , которые, к сожалению, почти никогда не приводятся в экспериментальных работах. Действительно, зная дисперсии, можно по формулам /14/-/16/ восстановить коэффициенты корреляции ρ_{ij} , которые характеризуют силу корреляционной связи случайных величин "в чистом виде", чего нельзя сделать, используя коэффициенты наклона корреляционных прямых.

Приведенных выше формул достаточно, чтобы удостовериться в правильности соотношений

$$\sigma_h = \rho_{hb}\sigma_b + \rho_{hg}\sigma_g \quad /17/$$

$$\sigma_g = \rho_{gh}\sigma_h - \rho_{gb}\sigma_b \quad /18/$$

$$\sigma_b = \rho_{bh}\sigma_h - \rho_{bg}\sigma_g \quad /19/$$

Действительно,

$$n_h = \langle n_h(n_h) \rangle = \langle n_b(n_h) \rangle + \langle n_g(n_h) \rangle =$$

$$= \frac{\rho_{hg}\sigma_g + \rho_{hb}\sigma_b}{\sigma_h} n_h,$$

откуда и следует /17/.

Совершенно аналогично можно получить /18/ и /19/.

Исходя из /18/, легко показать, что $b_{bg} = b_{hg}$, что подтверждается экспериментом /см. рис. 2/. Действительно, из /18/ следует

$$1 - \rho_{hg} \frac{\sigma_h}{\sigma_g} + \rho_{bg} \frac{\sigma_b}{\sigma_g} = 0.$$

Домножая это уравнение на \bar{n}_g и учитывая, что $\bar{n}_h = \bar{n}_b + \bar{n}_g$, получим

$$\bar{n}_b - \rho_{bg} \frac{\sigma_b}{\sigma_g} \bar{n}_g = \bar{n}_h - \rho_{hg} \frac{\sigma_h}{\sigma_g} \bar{n}_g \quad /20/$$

или

$$b_{bg} = b_{hg}.$$

Совершенно аналогично можно получить новые соотношения - из /19/

$$b_{hb} = b_{gb} \quad /21/$$

из /17/

$$b_{gh} = -b_{bh} \quad /22/$$

Интересное следствие вытекает из логарифмического роста с энергией величин b_{bg} и b_{hg} /см. работу ² и рис. 2/. Действительно, используя /4/, можно получить

$$\begin{aligned} b_{hg} &= \bar{n}_h - \rho_{hg} \frac{\sigma_h}{\sigma_g} \bar{n}_g = \rho_{hg} \frac{\sigma_h}{\sigma_g} \left(\bar{n}_g - \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} \bar{n}_h \right) = \\ &= -\rho_{hg} \frac{\sigma_h}{\sigma_g} \left(\bar{n}_g - \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} \bar{n}_h \right) + \left[\rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} \bar{n}_h - \rho_{gh} \frac{\sigma_g}{\sigma_h} \bar{n}_h \right] = \\ &= \rho_{gh} \bar{n}_h (\rho_{gh}^{-1} - \rho_{gh}) = \bar{n}_h (1 - \rho_{gh}^2) \end{aligned}$$

По смыслу величина $1 - \rho_{gh}^2$ характеризует силу корреляционной связи между g - и h -частицами /см. следующий раздел/. Так как в интересующем нас интервале энергий $\bar{n}_h \approx \text{const}$, а b_{hg} падает по логарифми-

ческому закону, то отсюда заключаем, что корреляционная связь между n_h и n_g с увеличением энергии падает также по логарифмическому закону. Этот факт естественно объясняется уменьшением доли g -частиц в сильноионизирующих h -частицах с ростом энергии. В заключение раздела обсудим возможное поведение некоторых корреляционных кривых, не приведенных в обзоре ¹², в приближении линейных регрессий. Исходя из того, что обе прямые $\langle n_b(n_h) \rangle$ и $\langle n_g(n_h) \rangle$ проходят через начало координат /действительно, при $n_h \rightarrow 0$ также $n_b \rightarrow 0$ и $n_g \rightarrow 0$! /, можно сделать вывод о том, что $\langle n_h(n_b) \rangle$ и $\langle n_h(n_g) \rangle$ не должны через него проходить. В противном случае \bar{n}_b и \bar{n}_g равны нулю, что хорошо видно из рис. 3. А это значит, что хотя линейный вид зависимости $\langle n_g(n_h) \rangle$ и $\langle n_b(n_h) \rangle$ /рис. 1/

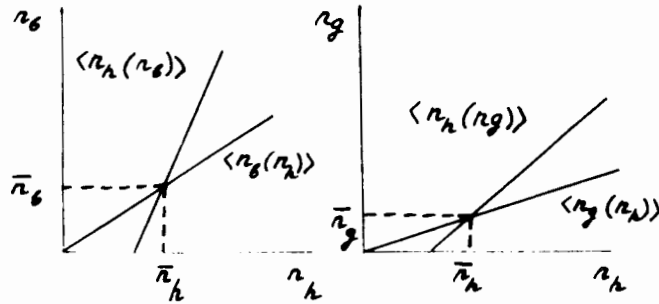


Рис. 3. Прямые регрессий проходят через центр распределения /см. соотношение /2//.

говорит о том, что в звездах с любым числом сильноионизирующих h -частиц b - и g -частицы находятся в среднем в одинаковой пропорции, тем не менее есть звезды с $n_b = 0$, а $n_g \neq 0$ и наоборот. Т.е. зависимости $\langle n_b(n_g) \rangle$ и $\langle n_g(n_b) \rangle$ должны иметь вид как на рис. 4.

В этом разделе мы убедились, что экспериментальные данные по корреляциям медленных частиц хорошо согласуются с данными по средним множественностям этих частиц и не содержат никакой дополнительной информации. Пожалуй, единственно существенным является сам факт линейности корреляционной связи между

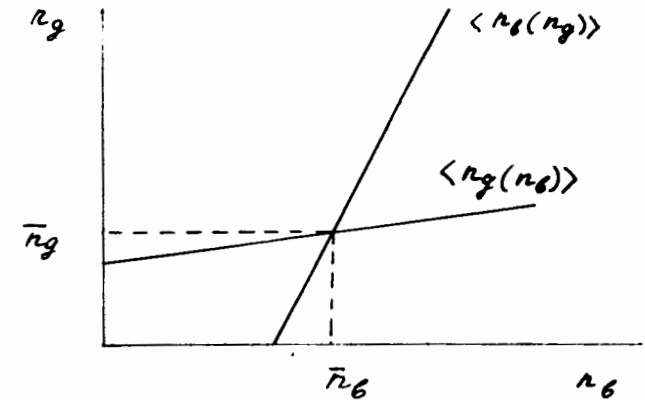


Рис. 4. Регрессии n_b на n_g и n_g на n_b .

g -, b - и h -частицами. Однако и ему не следует придавать большого значения, так как существует достаточно много распределений, в частности, двойное нормальное, обладающих именно этим свойством.

2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ s -ЧАСТИЦ И ВОПРОСЫ ТОЧНОГО ОПИСАНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ДАННЫХ

Менее тривиальна информация о корреляциях s -частиц. В этом разделе мы ограничимся в основном только вопросом точного описания данных, чтобы не затемнять чисто математической стороны проблемы. Именно отсутствие точного описания корреляций множественности часто не позволяет отделить второстепенную информацию от главной, что приводит к частичной потере последней. Например, экспериментальные данные в той форме, в которой они обычно приводятся, мало что говорят о действительной силе корреляционной связи между случайными величинами. Ниже мы остановимся на двух, более подходящих для этого характеристиках. Кроме того, отсутствие техники анализа корреляций множественности иногда приводит к неточностям в их теоретической интерпретации.

а/ Пусть зависимость условного среднего одной из случайных величин от другой близка к линейной; тогда можно записать

$$\langle x_2(x_1) \rangle = ax_1 + b.$$

Если представить случайные величины через их отклонения от среднего

$$x_1 = \bar{x}_1 + \Delta x_1, \quad x_2 = \bar{x}_2 + \Delta x_2,$$

то для среднего квадрата отклонения x_2 от $\langle x_2(x_1) \rangle$ нетрудно найти следующее выражение:

$$\overline{\Delta^2} = M(x_2 - (ax_1 + b))^2 = \sigma_{x_2}^2 + a^2 \sigma_{x_1}^2 - 2a \rho_{x_2 x_1} \sigma_{x_1} \sigma_{x_2} + (\bar{x}_2 - (a\bar{x}_1 + b))^2,$$

где

$$\rho_{x_2 x_1} = \rho_{x_1 x_2} = \frac{M(\Delta x_1 \Delta x_2)}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} - \text{коэффициент корреляции.}$$

Отсюда по условию наименьших квадратов получаем уравнения, определяющие параметры a и b "аппроксимирующей" прямой $\langle x_2(x_1) \rangle = ax_1 + b$.

$$\frac{\partial \overline{\Delta^2}}{\partial b} = -2(\bar{x}_2 - (a\bar{x}_1 + b)) = 0$$

$$\frac{\partial \overline{\Delta^2}}{\partial a} = 2a\sigma_{x_1}^2 - 2\rho_{x_1 x_2} \sigma_{x_1} \sigma_{x_2} - 2(\bar{x}_2 - (a\bar{x}_1 + b))\bar{x}_1 = 0$$

Разрешая эту систему относительно a и b , получаем

$$b = \bar{x}_2 - a\bar{x}_1$$

$$a = \rho_{x_1 x_2} \frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_{x_1}}$$

В итоге мы получили широко использовавшееся в предыдущем разделе выражение для регрессии x_2 на x_1

$$\langle x_2(x_1) \rangle = \bar{x}_2 + \rho_{x_1 x_2} \frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_{x_1}} (x_1 - \bar{x}_2)$$

Если $\rho_{x_1 \Delta x_2} = 0$, то представляя x_2 в виде $x_2 = \langle x_2(x_1) \rangle + \Delta x_2$,

из предыдущего выражения можно найти:

$$\sigma_{\Delta x_2}^2 = \sigma_{x_2}^2 (1 - \rho_{x_1 x_2}^2),$$

откуда видим, что $\rho_{x_1 x_2}^2$ - это доля, которую вносит

дисперсия случайной величины $\rho_{x_1 x_2} \frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_{x_1}} x_1$ в дис-

персию x_2 , а $1 - \rho_{x_1 x_2}^2$ - доля величины Δx_2 , которая с x_1 некоррелирована. Если $\sigma_{\Delta x_2} = 0$, то между x_2 и x_1 осуществляется жесткая функциональная связь и все изменения x_2 обусловлены, очевидно, изменениями x_1 . В этом случае $\rho_{x_1 x_2}^2 = 1$. Наоборот, если $\rho_{x_1 x_2}^2 = 0$, то x_2 некоррелирована с x_1 , так как в этом случае тангенс наклона прямой регрессии также равен нулю

$$\rho_{x_1 x_2} \frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_{x_1}} = 0.$$

На рис. 5 изображен промежуточный случай.

При рассмотрении конечного набора случайных величин, как это и бывает при обработке экспериментальных результатов, можно пользоваться эмпирической прямой регрессии, которая получается из предыдущей теоретической заменой всех математических ожиданий экспериментальными средними.

Изложенные представления обобщаются и на случай нелинейных корреляционных зависимостей. Это также особенно удобно сделать, если случайное отклонение Δx_2 величины x_2 от кривой средней зависимости $\langle x_2(x_1) \rangle$ слабо зависит от x_1 . При этом сила корреляционной связи характеризуется корреляционным отношением $\eta_{x_2 x_1}$,

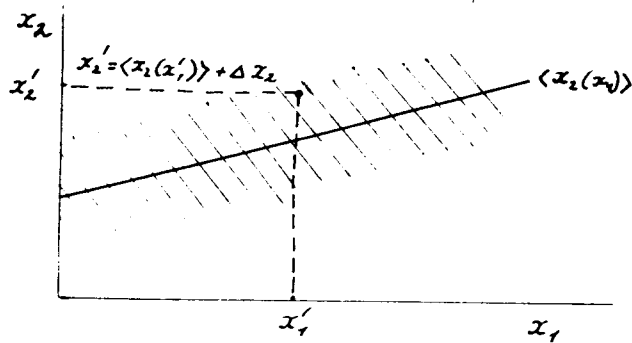


Рис. 5. Заштрихованная область соответствует возможным значениям $x_2 = \langle x_2(x_1) \rangle + \Delta x_2$. Здесь Δx_2 - случайное, не зависящее от x_1 число.

которое, подобно $\rho_{x_2 x_1}$, связывает дисперсию случайного отклонения Δx_2 величины x_2 от кривой регрессии $\langle x_2(x_1) \rangle$ с полной дисперсией величины x_2 /см. рис. 6/

$$\sigma_{\Delta x_2}^2 = (1 - \eta_{x_2 x_1}^2) \sigma_{x_2}^2$$

б/ При помощи изложенных соотношений можно не только дать точное выражение для корреляций множественности, но и получать новые характеристики. Например, по данным работы /2/ /см. рис. 7/ можно восстановить b_{sh}

$$b_{sh} = \bar{n}_s - a_{sh} \bar{n}_h \quad /23/$$

где b_{sh} и a_{sh} в соответствии с этой работой определяют прямую зависимости /см. рис. 2/

$$\bar{n}_s(n_h) = a_{sh} n_h + b_{sh} \quad /24/$$

В интервале импульсов p налетающей частицы $20 \div 100$ ГэВ/с $\bar{n}_h = 7,6 \pm 0,3$, $a_{sh} = 0,18 \ln p - 0,3$ /см. /2/. Из /24/ видно, что b_{sh} - средняя множественность s -частиц в звездах с $\bar{n}_h = 0$, а из /23/ можно получить, что эта множественность растет быстрее среднего числа заряженных частиц в элементарном акте.

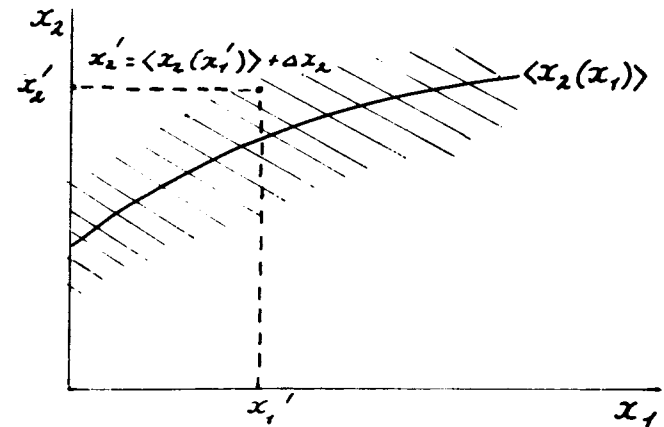


Рис. 6. Обозначения те же, что и на рис. 5.

Следовательно, звезды с $n_h = 0$ нельзя упрощенно трактовать как события с одним обычным взаимодействием налетающей частицы с ядерным нуклоном.

Аналогично, по данным о b_{sg} из /2/ можно восстановить

$$a_{sg} = \frac{\bar{n}_s - b_{sg}}{\bar{n}_g} \quad /25/$$

Впрочем, для анализа $n_s - n_g$ корреляций одних линейных регрессий уже недостаточно, так как в /3/ указано, что эти корреляции существенно нелинейны.

В работах /4-6/ проводился анализ корреляционных характеристик множественности s -частиц с целью обоснования существования особых, слабо взаимодействующих состояний адронов. Некоторые моменты этого рассмотрения вызывают возражения.

Так, например, авторы утверждают /4/, что относительная дисперсия $\frac{\sigma_s^2}{\bar{n}_s^2}$ числа быстрых s -частиц для

среднего ядра фотозмульсии E_m в зависимости от числа тяжелых h -частиц постоянна. Однако то, что для LE_m /число n_h -частиц мало/, эта характеристика оказывается большей, чем для HE_m /число n_h -частиц велико/, указывает на некоторый спад этой характеристики с

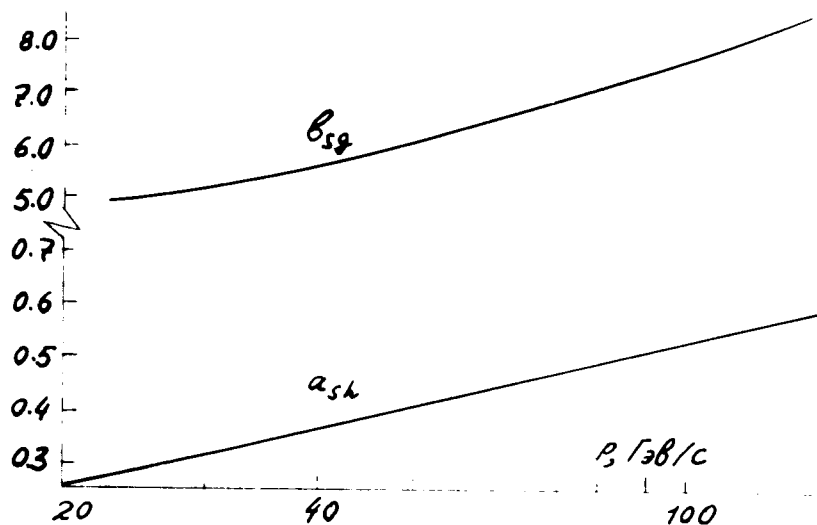


Рис. 7

ростом n_h^* . Так как эта характеристика также относится к классу регрессий, то она должна в точках $n_h = \bar{n}_h$ для LE_m , $n_h = \bar{n}_h$ для E_m и $n_h = \bar{n}_h$ для HE_m принимать значения, приблизительно равные относительной дисперсии для легких, средних и тяжелых ядер фотоэмульсии соответственно.

Аппроксимация этой характеристики, произведенная над большим числом экспериментальных данных, подтверждает этот вывод^{/7/}.

Представляется также неубедительной предпринятая в работе^{/4/} попытка по экспериментальным ошибкам в $n_s - n_g$ корреляциях определить сечение взаимодействия "обрубленной" частицы. Действительно, если даже отвлечься от вклада в эти ошибки экспериментальных неточностей, они обусловлены принципиальной статистической связью между числом s - и g -частиц, не зависящей от того, существуют или нет "голые" частицы.

* Этот факт - частный случай A -зависимости KNO-скейлинга для ядер.

Далее из смысла работы^{/5/} очевидно, что авторы, анализируя экспериментальную зависимость от n_s , $\langle n_g(n_s) \rangle$, сравнивают с ней теоретическую зависимость от \bar{n}_s , $\langle n_g(\bar{n}_s) \rangle$, которая, конечно, не совпадает с предыдущей.

Автор благодарит В.С. Барашенкова за стимулирующее обсуждение и поддержку, а также С.Ю. Шмакова, прочитавшего работу в рукописи и сделавшего ряд ценных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романовский В.И. Математическая статистика. Изд-во АН УзССР, Ташкент, 1961; Езекиэл М., Фокс К.А. Методы анализа корреляций и регрессий. Статистика, М., 1966; Лукомский Я.И. Теория корреляций и ее применение к анализу производства. Государственное статистическое изд-во, М., 1958.
2. Гуламов К.Г., Гулямов У.Г., Чернов Г.М. ЭЧАЯ, 1978, том 9, вып. 3.
3. Abdo K.M., Dalkhazhav N. et al. JINR, E1-7548, Dubna, 1973. Abdo K.M., Dalkhazhav N. et al. JINR, E1-8021, Dubna, 1974.
4. Калинин Б.Н. и др. ОИЯИ, P2-8760, Дубна, 1973.
5. Калинин Б.Н., Шмонин В.Л. ЯФ, 1975, 21, вып. 3, с. 628.
6. Калинин Б.Н., Шмонин. ОИЯИ, P2-11380, Дубна, 1978.
7. Барашенков В.С., Костенко Б.Ф. ОИЯИ, P2-11789, Дубна, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 сентября 1978 года.