СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 11756

В.И.Иноземцев

О ПРОЦЕССАХ С БОЛЬШИМИ ПЕРЕДАЧАМИ ИМПУЛЬСА В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ РАССЕЯНИИ

1978

P2 - 11756

В.И.Иноземцев

О ПРОЦЕССАХ С БОЛЬШИМИ ПЕРЕДАЧАМИ ИМПУЛЬСА В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ РАССЕЯНИИ

Иноземцев В.И. P2 - 11756

О процессах с большими передачами импульса в высокоэнергетическом потенциальном рассеянии

Рассмотрены процессы высокоэнергетического трехчастичного рассеяния с большими переданными импульсами в рамках теории Ватсона.

Показано, что для описания высокоэнергетического рассеяния на связанных состояниях с большими передачами импульса приближение последовательных перерассеяний оказывается недостаточным. На примере трехмерной потенциальной модели, в которой асимптотика двухчастичных амплитуд рассеяния вне энергетической поверхности может быть представлена в аналитической форме, показано, что вклад коллективных эффектов может быть существенным в области, запрещенной кинематикой элементарного соударения. Обсуждается вопрос о передаче продольного импульса частицам мишени в эйкональной области.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Inozemtsev V.I. P2 - 11756

On the Processes with Large Momentum Transfer in High Energy Potential Scattering

It is shown that the approximation of subsequent rescatterings is insufficient for describing of high energy scattering on bound states with large momentum transfer. As an example the three-dimensional potential model is considered for which the two-particle off-shell amplitudes can be represented in an analytical form. For this model it is shown that the collective phenomena may be important in the domain kinematically forbidden for an elementary collision. The question of longitudinal momentum transfer in the eikonal region is discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

§ I. Введение

Проблема описания кумулятивных[I] ядерных реакций значительно усилила интерес к исследованию возможных механизмов взаимодействия высокоэнергетических частиц и ядер с ядрами, сопровождающегося большими передачами продольного импульса. Для объяснения экспериментально наблюдаемых выходов частиц в области, кинематически запрещенной для элементарного соударения падающей частицы с покоящимся нуклоном мишени, привлекаются новые представления о структуре ядра, связанные с возможным существованием компактных многобарионных конфигураций[I-3], и о структуре нуклон-ядерного взаимодействия, основанные на предположении об образовании кластеров в элементарном акте и их последующей пространственно-временной эволюции[4].

Следует отметить, что при анализе свойств указанных механизмов кумулятивных реакций представляется весьма важным выделение вклада "классических" процессов, в принципе также приводящих к рассеянию частиц в кумулятивной области- ферми- движения[5] и многократного рассеяния в ядрах[6-7]. В то время как вклад ферми-движения может быть сделан незначительным посредством дальнейшего удаления от кинематических границ элементарного акта (поскольку ферми-импульсы нуклонов предполагаются ограниченными), ситуация с многократным перерассеянием представляется значительно более сложной. Независимо от величины ферми-импульсов процессы многократного рассеяния могут, особенно при промежуточных энергиях, вносить существенный вклад в экспериментально наблюдаемые сечения образования кумулятивных частиц и фрагментации ядер[6,7]. Более того, в форме, предложенной в работах[6,7], многократное рассеяние рассматривается в сущности по законам классической механики, что представляется оправданным лишь в эйкональной области, где рассеяние без учета неупругих процессов может быть описано в рамках теории Глаубера. Учет квантовых эффектов и неупругих процессов в принципе может привести к коллективным явлениям, которые также вносят вклад в сечения образования кумулятивных частиц и фрагментации мишени и не могут быть сведены к независимым последовательным перерассеяниям даже в эйкональной области.

Цель данной работы - показать, что приближение последовательных перерассеяний оказывается недостаточным для описания фрагментации мишени в области импульсов фрагментов, существенно превосходящих ферми-импульсы. Рассмотрен процесс высокоэнергетического потенциального рассеяния на двухчастичном связанном состоянии, допускающий описание в рамках формализма Ватсона[8], эквивалентного в пренебрежении процессами перестройки и в нулевом порядке по взаимодействию частиц мишени друг с другом уравнениям Л.Д. Фаддеева[9]. Показано, что отклонения от приближения классических перерассеяний, обусловленные коллективным взаимодействием падающей частицы и частиц мишени, возникают, если одна из частиц мишени вылетает с импульсом, сравнимым с импульсом падающей частицы. Произведены оценки коллективных эффектов во втором порядке разложения Ватсона для модели взаимодействия типа "твердых сфер", в которой амплитуды двухчастичного рассеяния вне энергетической поверхности допускают асимптотическое представление в аналитической форме. Обсуждается также вопрос о передаче продольного импульса частицам мишени в эйкональной области.

Следует отметить, что точное вычисление величины коллективных эффектов в потенциальном рассеянии представляет собой нетривиальную проблему, которая, естественно, не решена полностью в данной работе, поскольку разложения Ватсона являются для этой цели малоэффективными. Однако рассмотренная задача достаточно ясно демонстрирует необходимость учета, наряду с перерассеяниями, коллективных эффектов в кумулятивной области.

§ 2. Многократное рассеяние и коллективные эффекты

Покажем, что классическая теория Ватсона[8], обычно рассматриваемая как теория многократного рассеяния при высоких энергиях, содержит также коллективные эффекты, которые не могут быть сведены к классическим последовательным перерассеяниям. Всюду в дальнейшем будем для простоты рассматривать рассеяние в системе трех нетождественных частиц одинаковой массы m и использовать систему единиц, в которых $\hbar = 1$. Предположим, что потенциалы взаимодействия между частицами таковы, что в подсистеме $\{12\}$ возможно одно связанное состояние; в подсистемах $\{23\}$, $\{13\}$ гамильтонианы обладают лишь непрерывным спектром, что позволяет избежать усложнений, связанных с перестройками в мишени, при рассеянии частицы 3 на связанном состоянии $\{1,2\}$. Будем также считать, что двухчастичные потенциалы V_{12}, V_{23}, V_{13} являются короткодействующими и асимптотические состояния в системе могут быть описаны плоскими волнами. Все матричные элементы потенциала V_{12} будут предполагаться малыми по отношению к энергии падающей частицы E_3 и процесс рассеяния будет рассматриваться в нулевом порядке по потенциалу V_{12}[8] и энергии связи частиц 1,2. Связанное состояние в этом приближении может быть представлено в виде волнового пакета невзаимодействующих частиц:

$$\psi_0(\vec{x}_1-\vec{x}_2) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \tilde{\varphi}(\vec{s}) e^{-i\vec{s}(\vec{x}_1-\vec{x}_2)} d\vec{s} \tag{1}$$

Соответствующее уравнение Липпмана-Швингера имеет единственное решение и допускает представление в виде[8]

$$\begin{aligned} \tau_1 &= t_1 + t_1 G \tau_2 , \\ \tau_2 &= t_2 + t_2 G \tau_1 , \end{aligned} \tag{2}$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 , \tag{3}$$

где τ - матрица рассеяния; t_i $(i=1,2)$ - двухчастичные матрицы рассеяния вне энергетической поверхности, определяемые как решения уравнений

$$t_i = V_{i3} + V_{i3} G t_i , \quad i=1,2; \tag{4}$$

G -трехчастичная функция Грина (пропагатор) для гамильтониана свободного движения всех трех частиц ;

$$G = \lim_{\varepsilon \to +0} \frac{1}{E-K+i\varepsilon} , \quad K = -\frac{1}{2m}(\vec{\nabla}_1^2 + \vec{\nabla}_2^2 + \vec{\nabla}_3^2), \tag{5}$$

E - полная энергия системы.

Сечение рассеяния выражается через матричные элементы τ стандартным образом[8]:

$$d\sigma(a\to b) = \delta(\vec{P}-\vec{p}_1-\vec{p}_2-\vec{p}_3)\,\delta(E-E_1-E_2-E_3)\,\frac{(2\pi)^4}{v_{отн}}\,|\langle b|\tau|a\rangle|^2 \times d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{p}_3 , \tag{6}$$

где $v_{отн} = \dfrac{|\vec{P}|}{m}$ для рассеяния на неподвижной мишени; in - и out - состояния $|a\rangle$, $|b\rangle$ должны быть представлены в виде нормированных плоских волн; $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{p}_3$ - импульсы частиц в состоянии $|b\rangle$. Движение центра масс в уравнениях (2-5) предполагается выделенным.

Система уравнений (2) эквивалентна уравнениям Л.Д. Фаддеева /I0/ при $V_{12}=0$. Ее итерационное решение, т.е. решение вида

$$\begin{aligned} \tau_1 &= t_1 + t_1 G t_2 + t_1 G t_2 G t_1 + \ldots , \\ \tau_2 &= t_2 + t_2 G t_1 + t_2 G t_1 G t_2 + \ldots \end{aligned} \tag{7}$$

обычно интерпретируется /8/ при высоких энергиях как совокупность последовательных перерассеяний падающей частицы 3 на частицах мишени I,2, в которых двухчастичные столкновения описываются амплитудами рассеяния на энергетической поверхности. Известно, однако, что подобная трактовка разложений (7) в эйкональной области (т.е. при рассеянии частицы 3 на малые углы) является чрезмерно упрощенной /II/. Действительно, в указанной области возможны лишь однократные и двукратные "классические" перерассеяния, в то время как разложения (7) содержат, вообще говоря, неограниченное количество слагаемых, а вторые слагаемые в (7) содержат и двухчастичные амплитуды вне энергетической поверхности. Справедливость картины классических перерассеяний в эйкональной области оказывается обусловленной компенсацией /II/ (в нулевом порядке по обратной величине импульса падающей частицы) внеэнергетической части величины $(t_1 G t_2 + t_2 G t_1)$ и дальнейших членов разложений (7). В этом случае описание рассеяния в координатном представлении является существенно более простым, чем при исследовании системы (2), и непосредственно приводит к картине последовательных независимых перерассеяний /I2/.

В данном разделе будет показано, что подобная компенсация не имеет места, если падающая частица рассеивается на конечные углы с большой передачей импульса частицам мишени. Помимо "классических" перерассеяний, подобный процесс содержит также коллективные взаимодействия, описываемые внеэнергетической частью второго слагаемого в (7) и последующими членами разложения.

Введем, следуя /I0/, две системы относительных координат

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{x}_1 - \vec{x}_3 \; ; \; \vec{\rho}_1 = \frac{\vec{x}_1+\vec{x}_3}{2} - \vec{x}_2 \; ; \\ \vec{r}_2 &= \vec{x}_2 - \vec{x}_3 \; ; \; \vec{\rho}_2 = \frac{\vec{x}_2+\vec{x}_3}{2} - \vec{x}_1 \; . \end{aligned} \tag{8}$$

Начальное и конечные состояния для рассеяния на неподвижной мишени после выделения движения центра масс могут быть представлены в виде

$$|a\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \tilde{\psi}(\vec{s})\,d\vec{s} \begin{cases} \exp\{i[\vec{\rho}_1(-\frac{\vec{p}}{3}-\vec{s}) + \frac{\vec{r}_1}{2}(\vec{p}-\vec{s})]\}, \\ \exp\{i[\vec{\rho}_2(-\frac{\vec{p}}{3}+\vec{s}) + \frac{\vec{r}_2}{2}(\vec{p}+\vec{s})]\} \end{cases} ; \tag{9}$$

$$|b\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \begin{cases} \exp\{i[\vec{\rho}_1(-\frac{\vec{p}}{3}+\vec{p}_2) + \frac{\vec{r}_1}{2}(\vec{p}_3-\vec{p}_1)]\}, \\ \exp\{i[\vec{\rho}_2(-\frac{\vec{p}}{3}+\vec{p}_1) + \frac{\vec{r}_2}{2}(\vec{p}_3-\vec{p}_2)]\} ; \end{cases} \tag{I0}$$

где $\vec{p}$ -импульс частицы 3 в начальном состоянии, $\tilde{\psi}(\vec{s})$ - волновая функция (I) связанного состояния в импульсном представлении. Движение всех трех частиц в out - состоянии с импульсами $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$, $\vec{p}_3$ предполагается свободным, причем

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{P} . \tag{II}$$

В координатах (8) уравнения (4) для матриц t_i допускают разделение переменных. Соответствующие матричные элементы могут быть представлены в форме /I0/

$$\begin{aligned} \langle b|t_1|c\rangle &= \delta(\vec{p}_2-\vec{q}_2)\,\tilde{t}_1\left(\frac{\vec{p}_3-\vec{p}_1}{2}, \frac{\vec{q}_3-\vec{q}_1}{2}, z_1\right), \\ \langle b|t_2|c\rangle &= \delta(\vec{p}_1-\vec{q}_1)\,\tilde{t}_2\left(\frac{\vec{p}_3-\vec{p}_2}{2}, \frac{\vec{q}_3-\vec{q}_2}{2}, z_2\right), \end{aligned} \tag{I2}$$

где состояние $|c\rangle$ определяется согласно формулам (I0) заменой $\vec{p}_i \to \vec{q}_i \; (i=1,2,3)$; $\tilde{t}_i(\vec{\kappa},\vec{\kappa}',z)$ - решения обычных двухчастичных уравнений

$$\tilde{t}_i(\vec{\kappa},\vec{\kappa}';z_i) = v_{i3}(\vec{\kappa},\vec{\kappa}') + \int d\vec{\kappa}'' \frac{v_{i3}(\vec{\kappa},\vec{\kappa}'')\,\tilde{t}_i(\vec{\kappa}'',\vec{\kappa}';z)}{z_i - \frac{\vec{\kappa}''^2}{m} + i\varepsilon} , \tag{I3}$$

где $v_{i3}(\vec{\kappa},\vec{\kappa}')$ - матричные элементы двухчастичных потенциалов взаимодействия;

$$z_1 = \frac{1}{m}\left[\left(\frac{\vec p+\vec p_2}{2}\right)^2 - \vec p_2^{\,2}\right] \; ; \; z_2 = \frac{1}{m}\left[\left(\frac{\vec p+\vec p_1}{2}\right)^2 - \vec p_1^{\,2}\right]. \tag{I4}$$

Величины $\tilde t_i$ являются функциями 4 переменных $|\vec k|$, $|\vec k'|$, $\frac{\vec k \vec k'}{k k'}$, $p_o = \sqrt{mz}$, и на энергетической поверхности $k = k' = p_o$ совпадают с t -матрицами двухчастичного рассеяния. С учетом (I2) и явного вида пропагатора G в импульсном представлении первое из уравнений (2) может быть представлено в форме

$$\langle b|\tau_1|c\rangle = \delta(\vec p_2 - \vec q_2)\, \tilde t_1\left(\frac{\vec p_3-\vec p_1}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_1}{2}, z_1\right) +$$

$$+ m \int \frac{d\vec q_1{}'\, \tilde t_1\left(\frac{\vec p_3-\vec p_1}{2}, \frac{\vec q_3{}'-\vec q_1{}'}{2}, z_1\right)\langle c'|\tau_2|c\rangle}{\vec p(\vec q_1{}' + \vec p_2) - \vec q_1{}'^2 - \vec p_2^{\,2} - \vec q_1{}'\vec p_2 + i\varepsilon}, \tag{I5}$$

где $\vec q_1{}'$, $\vec q_3{}'$ – импульсы частиц в промежуточном состоянии $|c'\rangle$, $\vec q_2{}' = \vec p_2$. Второе из уравнений (2) может быть получено заменой индексов $(1 \rightleftarrows 2)$ в (I5). Производя в (I5) одну итерацию, найдем:

$$\langle b|\tau_1+\tau_2|c\rangle = \delta(\vec p_1 - \vec q_1)\, \tilde t_2\left(\frac{\vec p_3-\vec p_2}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_2}{2}, z_2\right) + \delta(\vec p_2-\vec q_2)\, \tilde t_1\left(\frac{\vec p_3-\vec p_1}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_1}{2}, z_1\right) + m\left[\frac{\tilde t_1\left(\frac{\vec p_3-\vec p_1}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_1}{2} + \frac{\vec q_2-\vec p_2}{2}, z_1\right)\tilde t_2\left(\frac{\vec p_3-\vec p_2}{2} + \frac{\vec p_1-\vec q_1}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_2}{2}, z_2'\right)}{\vec p(\vec q_1+\vec p_2) - \vec q_1^{\,2} - \vec p_2^{\,2} - \vec q_1\vec p_2 + i\varepsilon}\right.$$

$$\left. + \frac{\tilde t_2\left(\frac{\vec p_3-\vec p_2}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_2}{2} + \frac{\vec q_1-\vec p_1}{2}, z_2\right)\tilde t_1\left(\frac{\vec p_3-\vec p_1}{2} + \frac{\vec p_2-\vec q_2}{2}, \frac{\vec q_3-\vec q_1}{2}, z_1'\right)}{\vec p(\vec q_2+\vec p_1) - \vec q_2^{\,2} - \vec p_1^{\,2} - \vec q_2\vec p_1 + i\varepsilon}\right] + \langle b|\tilde\tau|c\rangle, \tag{I6}$$

где посредством $\langle b|\tilde\tau|c\rangle$ обозначены дальнейшие члены разложения (7); величины z_1' и z_2' могут быть получены из (I4) заменой $\vec p_2 \to \vec q_2$, $\vec p_1 \to \vec q_1$ соответственно.

В дальнейшем мы будем предполагать, что импульсное распределение $|\tilde\psi(\vec s)|^2$ в (9) ограничено, т.е.

$$\tilde\psi(\vec s) = 0, \quad |\vec s| > s_o. \tag{I7}$$

Если амплитуды t_1, t_2 остаются конечными при $|\vec p| \to \infty$, то из (I6) легко заметить, что ряды (7) быстро сходятся – каждая степень $\frac{1}{G}$ вносит в слагаемые (7) множитель $\frac{1}{|\vec p|}$. Конечный вклад в амплитуду трехчастичного рассеяния возможен в этом

случае лишь от первого слагаемого в (I6), соответствующего импульсному приближению, однако вследствие (I7) сечение рассеяния с вылетом частиц мишени с импульсом, превышающим s_o, в направлении, противоположном $\vec p$, обращается в нуль. Если же хотя бы одна из амплитуд t_1, t_2 пропорциональна $|\vec p|$, как это имеет место в эйкональной области для моделей с асимптотически постоянным полным сечением, то все члены рядов (7) имеют, вообще говоря, одинаковый порядок и определение сечения рассеяния требует точного решения системы (I5). В дальнейшем мы будем рассматривать задачу об определении сечения вылета одной из частиц мишени в направлении, противоположном $\vec p$, с произвольным конечным импульсом, предполагая, что в эйкональной области t_1, t_2 пропорциональны $|\vec p|$.

Введем единичный вектор $\vec z = \frac{\vec p}{|\vec p|}$ и предположим для определенности, что импульс частицы 2 в конечном состоянии направлен против $\vec z$:

$$\vec p_2 = -p_2 \vec z, \; p_2 > 0. \tag{I8}$$

Законы сохранения энергии и импульса, содержащиеся в (6), определяют величины $\vec p_1$ и $\vec p_3$ с точностью до единичного вектора $\vec n$,

$$\frac{d\sigma}{d^3p_2} = \frac{(2\pi)^4 m^2}{4|\vec p|}\sqrt{(\vec p+\vec p_2)^2 - 4\vec p_2^{\,2}} \int d\vec n\, |\langle b|\tau|a\rangle|^2, \tag{I9}$$

где импульсы $\vec p_1$, $\vec p_3$ в конечном состоянии $|b\rangle$ имеют вид

$$\vec p_{1,3} = \frac{\vec p - \vec p_2}{2} \mp \vec n \sqrt{\left(\frac{\vec p+\vec p_2}{2}\right)^2 - \vec p_2^{\,2}}. \tag{20}$$

Начальное состояние $|a\rangle$ определено соотношениями (9,I7). Рассмотрим вначале вклад в $\frac{d\sigma}{d^3p_2}$ от рассеяния частицы 3 на большие углы, т.е. области $|\vec n - \vec z| \sim 1$. Для импульсов p_2, превышающих s_o, два первых слагаемых в амплитуде (I6), соответствующие импульсному приближению, обращаются в нуль согласно (I7). Часть трехчастичной амплитуды $\langle b|\tau|a\rangle$, билинейная по $\tilde t_1$, $\tilde t_2$, при $p \to \infty$ может быть представлена в форме

$$\langle b|\tau^{(2)}|a\rangle = \frac{m}{p}\int\tilde\psi(\vec s)d\vec s\Big\{ \frac{\tilde t_1\left(\frac{\vec n}{2}(p+\vec z\vec p_2), \frac{\vec z p-\vec p_2-2\vec s}{2}, \frac{1}{m}\left(\frac{p+\vec z\vec p_2}{2}\right)^2\right)}{\vec z(\vec p_2+\vec s)+i\varepsilon}\times$$
$$\times\tilde t_2\left(\frac{\vec z p+\vec s}{2}, \frac{\vec z p-\vec s-2\vec p_2}{2}, \frac{1}{m}\left(\frac{p+\vec z\vec s}{2}\right)^2\right) + \tilde t_2\Big(\frac{p(\vec z+\vec n)}{4}+\frac{\vec n(\vec z\vec p_2)-3\vec p_2}{4},$$
$$\frac{p(\vec z+\vec n)}{4}+\frac{\vec n(\vec z\vec p_2)+\vec p_2+4\vec s}{4}, \frac{1}{m}\Big(\frac{p^2}{8}(1+\vec n\vec z)+\frac{p}{8}\big((\vec n\vec z)(\vec z\vec p_2)-2\vec z\vec p_2-3\vec n\vec p_2\big)\Big)\Big)\times$$
$$\times\frac{\tilde t_1\left(\frac{\vec z p-\vec s}{2}, \frac{\vec n p+\vec s+\vec p_2+\vec n(\vec z\vec p_2)}{2}, \frac{1}{m}\left(\frac{p\vec z-\vec s}{2}\right)^2\right)}{\left(-\frac{\vec n+\vec z}{2}(\vec p_2+\vec s)+i\varepsilon\right)}\Big\}, \qquad (21)$$

где отброшены все низшие степени p в знаменателях (16), соответствующих пропагатору G ; в аргументах $\tilde t$ -матриц сохранены члены нулевого порядка по p , определяющие их отклонения от энергетической поверхности. Легко видеть, что для амплитуд $\tilde t_i(\vec k,\vec k',z)$, входящих в (21), выполняется, с точностью до высших степеней $\frac{1}{p}$, соотношение $k^2=mz$.

Введем обозначение

$$\tilde t_i\left(\vec k,\vec k',\frac{k^2}{m}\right)= \varphi_i(k,\Delta,\cos\psi), \ \cos\psi=\frac{\vec k\vec k'}{kk'}, \ \Delta=k'-k, \qquad (22)$$

и представим (21) в виде

$$\langle b|\tau^{(2)}|a\rangle = \frac{m}{p}\int\tilde\psi(\vec s)\,T^{(2)}(\vec s), \qquad (23)$$

где

$$T^{(2)}(\vec s) = \frac{\varphi_1\left(\frac{p+\vec z\vec p_2}{2}, -\vec z(\vec p_2+\vec s), \vec n\vec z+\frac{1}{p}(\vec z(\vec n\vec z)-\vec n)(\vec p_2+2\vec s)\right)}{\vec z(\vec p_2+\vec s)+i\varepsilon}\times$$
$$\times\varphi_2\left(\frac{p+\vec z\vec s}{2}, -\vec z(\vec p_2+\vec s), 1-\frac{2}{p^2}\big((\vec p_2+\vec s)^2-(\vec z(\vec p_2+\vec s))^2\big)\right) +$$
$$+\varphi_2\Big(\frac{p}{4}|\vec z+\vec n|+\frac{(\vec z+\vec n)(\vec n(\vec z\vec p_2)-3\vec p_2)}{4|\vec n+\vec z|\ldots}, \frac{(\vec n+\vec z)(\vec p_2+\vec s)}{|\vec n+\vec z|}, 1-\frac{8}{p^2(\vec n+\vec z)^2}\Big((\vec p_2+\vec s)^2-\frac{((\vec n+\vec z)\times}{(\vec n+\vec z)^2}$$
$$\times(\vec p_2+\vec s))^2\Big)\Big)\times\varphi_1\Big(\frac{p-\vec z\vec s}{2}, \frac{(\vec n+\vec z)(\vec p_2+\vec s)}{2}, \vec n\vec z+\frac{1}{p}\big((\vec z-\vec n)\vec s(1+\vec n\vec z)+\vec z\vec p_2-$$
$$-(\vec n\vec z)(\vec n\vec p_2)\big)\Big)\times\left[-\frac{(\vec n+\vec z)}{2}(\vec p_2+\vec s)+i\varepsilon\right]^{-1}. \qquad (24)$$

Выражение (24) содержит сингулярные особенности при $\vec z(\vec p_2+\vec s)=0$, $(\vec n+\vec z)(\vec p_2+\vec s)=0$, соответствующие полюсам трехчастичного пропагатора. Воспользовавшись тождеством

$$\frac{1}{x+i\varepsilon} = P\frac{1}{x} - i\pi\delta(x), \qquad (25)$$

выделим из (24) часть, соответствующую "классическому" двукратному рассеянию и содержащую лишь двухчастичные амплитуды на энергетической поверхности:

$$T^{(2)}(\vec s) = T_0^{(2)}(\vec s) + T_1^{(2)}(\vec s), \qquad (26)$$

$$T_0^{(2)}(\vec s) = -i\pi\Big[\delta(\vec z(\vec p_2+\vec s))\,\varphi_1\left(\frac{p-\vec z\vec s}{2}, 0, \vec n\vec z+\frac{1}{p}(\vec s\vec z(\vec n\vec z)-2\vec n\vec s-\vec n\vec p_2)\right)\times$$
$$\times\varphi_2\left(\frac{p+\vec z\vec s}{2}, 0, 1-\frac{2}{p^2}(\vec p_2+\vec s)^2\right)+\delta\left(\frac{\vec n+\vec z}{2}(\vec p_2+\vec s)\right)\varphi_2\Big(\frac{p}{4}|\vec z+\vec n|+\frac{(\vec z+\vec n)(\vec n(\vec z\vec p_2)-3\vec p_2)}{4|\vec n+\vec z|},$$
$$0, 1-\frac{8}{p^2(\vec n+\vec z)^2}(\vec p_2+\vec s)^2\Big)\varphi_1\left(\frac{p-\vec z\vec s}{2}, 0, \vec n\vec z+\frac{1}{p}\big((\vec z-\vec n)\vec s(1+\vec n\vec z)+\vec z\vec p_2-(\vec n\vec z)(\vec n\vec p_2)\big)\right)\Big]. \qquad (27)$$

Каждое слагаемое в $T_0^{(2)}(\vec s)$ содержит амплитуду φ_2 в эйкональной области и соответствует процессам последовательных перерассеяний частицы 3 на частице I на угол $\theta\simeq\arccos(\vec n\vec z)$ и на частице 2, происходящих в порядке (3→2, 3→I) и (3→I, 3→2) соответственно.

Первое слагаемое в (27) не дает вклада в сечение рассеяния, если продольная составляющая импульса $\vec p_2$, $\vec p_2\vec z$ превосходит предельный импульс S_0 (17) в связанном состоянии; второе слагаемое вследствие множителя $\delta\left(\frac{\vec n+\vec z}{2}(\vec p_2+\vec s)\right)$ приводит к отличному от нуля результату интегрирования в (23) лишь в области $1+\vec n\vec z\lesssim\frac{S_0}{p_2}$, т.е. для углов рассеяния в подсистеме $\{3I\}$, близких к 180°.

Легко, однако, видеть, что последовательные перерассеяния (27) составляют лишь часть величины $T^{(2)}(\vec s)$. Второе слагаемое в (26) отлично от нуля для всех значений $\vec p_2$, $\vec s$, имеет тот же порядок, что и (27), и определяется амплитудами вне энергетической поверхности. При рассеянии частицы 3 на малые углы это слагаемое с точностью до высших порядков по p^{-1} компенсируется следующими членами разложения (7). Покажем, что в случае рассеяния частицы 3 на конечные углы подобная компенсация не имеет места.

Действительно, согласно (25) величина $T_1^{(2)}(\vec s)$ содержит сингулярные особенности вида $P\frac{1}{\vec z(\vec p_2+\vec s)}$, $P\frac{1}{-(\vec n+\vec z)(\vec p_2+\vec s)}$, расположенные в разных областях изменения $\vec s$ и не компенсирующие друг друга (отметим, что при рассеянии на малые углы, т.е. при $\vec{n} \to \vec{z}$, области обращения в нуль пропагаторов в обоих слагаемых (24) совпадают и $T_1^{(2)}(\vec{s})$ вообще не имеет, с точностью до $\frac{1}{p}$, сингулярных особенностей). Указанные особенности, следовательно, могут быть компенсированы лишь дальнейшими членами итерационных разложений (7).

Вопросы структуры особенностей итераций (7) подробно рассмотрены в работе Л.Д. Фаддеева [9], где установлено, что начиная с пятого слагаемые в (7) представляют собой гладкие функции всех своих аргументов. Все особенности рядов (7) содержатся, таким образом, в первых четырех слагаемых в (7). Можно, однако, показать, что сингулярные особенности присутствуют лишь в $T^{(1)}(\vec{s})$ и $T^{(2)}(\vec{s})$. Действительно, рассмотрим величину $T^{(3)}(\vec{s})$, представляющую собой сумму интегралов вида

$$\int \frac{d\vec{q}_1\, F_1(\vec{q}_1)}{[\vec{p}(\vec{q}_1-\vec{s})-\vec{q}_1^{\,2}-\vec{s}^{\,2}+\vec{q}_1\vec{s}+i\varepsilon)][\vec{p}(\vec{q}_1+\vec{p}_2)-\vec{q}_1^{\,2}-\vec{p}_2^{\,2}-\vec{q}_1\vec{p}_2+i\varepsilon]}, \tag{28}$$

$$\int \frac{d\vec{q}_2\, F_2(\vec{q}_2)}{[\vec{p}(\vec{q}_2+\vec{s})-\vec{q}_2^{\,2}-\vec{s}^{\,2}-\vec{q}_2\vec{s}+i\varepsilon][\vec{p}(\vec{q}_2+\vec{p}_1)-\vec{q}_2^{\,2}-\vec{p}_1^{\,2}-\vec{q}_2\vec{p}_1+i\varepsilon]}, \tag{29}$$

где $F_i(\vec{q}_i)$ представляют собой произведения амплитуд $\tilde{t}_1\tilde{t}_2\tilde{t}_1$, $\tilde{t}_2\tilde{t}_1\tilde{t}_2$ вне энергетической поверхности. Мы будем предполагать их дифференцируемыми функциями $\vec{q}_i$. Из анализа, приведенного в [9], следует, что интеграл (29) вообще не имеет особенностей при конечных значениях $\vec{s}$, $\vec{p}_2$.

Интеграл (28) может быть преобразован заменой переменного вида $\vec{q}_1 = \frac{\vec{p}+\vec{s}}{2} + \vec{q}$ к виду

$$\int \frac{d\vec{q}\, \tilde{F}(\vec{q})}{[-\vec{q}^{\,2}+\lambda+i\varepsilon][-(\vec{q}+\vec{\Delta})^2+\mu+i\varepsilon]}, \tag{28.I}$$

где $\vec{\Delta} = \vec{p}_2+\vec{s}$; $\lambda = \left(\frac{\vec{p}-\vec{s}}{2}\right)^2 - \vec{s}^{\,2}$; $\mu = \left(\frac{\vec{p}+\vec{p}_2}{2}\right)^2 - p_2^2$.
Легко показать, что особенность (28.I) при $\vec{\Delta} = 0$ не является сингулярной. Действительно, полагая $\vec{\Delta} = 0$, приходим к интегралу вида

$$\int \frac{d\vec{q}\, \tilde{F}(\vec{q})}{(-\vec{q}^{\,2}+\lambda+i\varepsilon)^2}, \tag{28.2}$$

конечность которого для дифференцируемых функций $\tilde{F}(\vec{q})$ легко устанавливается интегрированием по частям. Аналогично может быть установлено отсутствие сингулярных особенностей в четвертых членах разложений (7).

Таким образом, для рассеяния падающей частицы на конечные углы взаимодействие с мишенью не может быть сведено к последовательным двухчастичным перерассеяниям на энергетической поверхности, поскольку внеэнергетическая часть $T^{(2)}(\vec{s})$ не компенсируется в нулевом порядке по p^{-1} последующими членами итерационных разложений (7). В частности, можно ожидать существенных поправок к сечению фрагментации мишени в области, запрещенной кинематикой элементарного рассеяния в импульсном приближении, обусловленных коллективными эффектами. Отметим, что в эйкональной области учет слагаемого $T_1^{(2)}(\vec{s})$ обсуждался в работах [13-14], где, однако, использовалась произвольная экстраполяция двухчастичных амплитуд с энергетической поверхности. При последовательном использовании эйкональных амплитуд вне энергетической поверхности величина $T_1^{(2)}(\vec{s})$ компенсируется дальнейшими членами разложения (7), и коллективные взаимодействия имеют в этой области низший порядок по p^{-1} [15]. В следующем разделе будут определены асимптотические выражения для амплитуд рассеяния вне энергетической поверхности для простой потенциальной модели, которые используются для оценок возможной роли коллективных взаимодействий при рассеянии на большие углы.

§ 3. Асимптотика амплитуды рассеяния с потенциалом твердых сфер вне энергетической поверхности

Рассмотрим двухчастичные амплитуды $\tilde{t}(\vec{k},\vec{k}',z)$ (I2), соответствующие потенциалу взаимодействия между частицами вида

$$V(\vec{r}) = \lim_{V_0\to\infty} V_0\,\theta(a-r),$$

для которого решения уравнения (I3) известны в виде разложений по парциальным волнам [16]:

$$\tilde{t}(\vec{k},\vec{k}',z) = \frac{a^2}{2\pi^2 m}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)P_\ell(\vec{n}_k\vec{n}_{k'})\,t_\ell(k,k',p_0), \tag{29}$$

где $\vec{n}_k$, $\vec{n}_{k'}$ – единичные векторы в направлениях $\vec{k}$, $\vec{k}'$; $p_0 = \sqrt{mz}$;

$$t_\ell(k,k',p_0)=\frac{j_\ell(ka)}{h_\ell^{(1)}(p_0a)}\left(k'j_\ell'(k'a)h_\ell^{(1)}(p_0a)-p_0 j_\ell(k'a)h_\ell^{(1)\prime}(p_0a)\right)+$$
$$+\frac{k'^2-p_0^2}{k^2-k'^2}\left(k'j_\ell(ka)j_\ell'(k'a)-k j_\ell'(ka)j_\ell(k'a)\right); \tag{30}$$

$j_\ell(x)$, $h_\ell^{(1)}(x)$ – сферические функции Бесселя.

Для суммирования ряда (29) в пределе $k, k', p_0 \to \infty$ будем использовать асимптотические представления Дебая /I7/ для функций Бесселя с индексом, не превышающим аргумента:

$$j_{\mu x}(x)\simeq\left[x(1-\mu^2)^{1/4}\right]^{-1}\cos\left(x\beta(\mu)-\pi/4\right),$$
$$h^{(1)}_{\mu x}(x)\simeq\left[x(1-\mu^2)^{1/4}\right]^{-1}\exp\left\{i\left(x\beta(\mu)-\pi/4\right)\right\}, \tag{31}$$
$$\beta(\mu)=\sqrt{1-\mu^2}-\mu\arccos\mu .$$

В области $\ell/a > \min\{k,k'\}$ члены ряда (29) убывают быстрее, чем экспоненциально, и ведущий член в асимптотике $\tilde{t}(\vec{k},\vec{k}',z)$ может быть представлен в виде

$$\tilde{t}(\vec{k},\vec{k}',z)\simeq\frac{a^2}{2\pi^2 m}\int_0^{\min\{ka,k'a\}} 2\ell d\ell\, P_\ell(\cos\theta_{\vec{k}\vec{k}'})\,t_\ell(k,k',p_0). \tag{32}$$

В дальнейшем будем рассматривать лишь случай конечных отклонений величин k, k' от энергетической поверхности $k=k'=p_0$:

$$k=p_0+\Delta_1,\quad k'=p_0+\Delta_2, \tag{33}$$

где Δ_1 и Δ_2 ограничены при $p_0\to\infty$. Не представляет существенных трудностей и вычисление асимптотики амплитуды в пределе $p_0\to\infty$, $k/p_0, k'/p_0 \to const \neq 1$. Согласно (3I), (33) найдем асимптотическое представление для парциальных амплитуд (30):

$$t_\ell(p_0+\Delta_1,p_0+\Delta_2,p_0)\simeq\frac{1}{2iap_0}\left\{i\exp\left[-2ia\left(p_0\beta(\mu)+(\Delta_1+\Delta_2)\sqrt{1-\mu^2}\right)\right]\right.$$
$$\left.+\frac{\Delta_1\exp\left(i(\Delta_1-\Delta_2)a\sqrt{1-\mu^2}\right)-\Delta_2\exp\left(-i(\Delta_1-\Delta_2)a\sqrt{1-\mu^2}\right)}{\Delta_1-\Delta_2}\right\}+ \tag{34}$$
$$+\;O\left(\frac{1}{p_0^2}\right),\ \text{где}\ \mu=\ell/p_0a .$$

В эйкональной области, где $\cos\theta_{\vec{k}\vec{k}'}\simeq 1-\frac{(\vec{k}-\vec{k}')_\perp^2}{2p_0^2}$, $(\vec{k}-\vec{k}')_\perp$ – компонента вектора $\vec{k}-\vec{k}'$, перпендикулярная $\vec{k}$, получим, производя интегрирование в (32) с учетом (34) и соответствующего асимптотического представления для полиномов Лежандра:

$$\tilde{t}\left(\vec{k},\vec{k}',\frac{p_0^2}{m}\right)\simeq\frac{p_0}{\pi^2 m}\int_0^a b\,db\,J_0\left(b|(\vec{k}-\vec{k}')_\perp|\right)\times$$
$$\times\left(\frac{\Delta_1\exp\left(i(\Delta_1-\Delta_2)\sqrt{a^2-b^2}\right)-\Delta_2\exp\left(-i(\Delta_1-\Delta_2)\sqrt{a^2-b^2}\right)}{2i(\Delta_1-\Delta_2)}\right). \tag{35}$$

При $\Delta_1=\Delta_2=0$ выражение (35) совпадает с обычной амплитудой дифракционного рассеяния на твердой сфере $\frac{a^2}{2i\pi^2 m}\frac{J_1(a|\vec{k}-\vec{k}'|_\perp)}{a|(\vec{k}-\vec{k}')_\perp|}$. Отметим также, что амплитуда в эйкональной области существенно зависит от величины схода с энергетической поверхности. Так, например, при $\Delta_1=0$

$$\tilde{t}\left(\vec{k},\vec{k}',\frac{p_0^2}{m}\right)\simeq\frac{p_0}{2i\pi^2 m}\int_0^a b\,db\,J_0\left(b|(\vec{k}-\vec{k}')_\perp|\right)\exp\left(i\Delta_2\sqrt{a^2-b^2}\right) \tag{36}$$

и в пределе $\Delta_2 \gg |(\vec{k}-\vec{k}')_\perp|$ убывает как $\frac{const}{a\Delta_2}\exp(ia\Delta_2)$. Амплитуда рассеяния в случае конечных углов $\theta_{\vec{k}\vec{k}'}$ определяется первым слагаемым в (34), поскольку $P_\ell(\cos\theta_{\vec{k}\vec{k}'})$ имеет в этой области осциллирующую асимптотику. Вычисление интеграла (32) методом перевала приводит к выражению

$$\tilde{t}\left(\vec{k},\vec{k}',\frac{p_0^2}{m}\right)\simeq\frac{a}{4\pi^2 m}\exp\left\{-ia\sin\frac{\theta_{\vec{k}\vec{k}'}}{2}(2p_0+\Delta_1+\Delta_2)\right\}. \tag{37}$$

При рассеянии на большие углы эффект схода с энергетической поверхности оказывает влияние лишь на фазу амплитуды рассеяния, не изменяя ее абсолютной величины.

Таким образом, из (36–37) следует ожидать, что для рассмотренной модели двухчастичного взаимодействия второе слагаемое в трехчастичной амплитуде (26), зависящее от двухчастичных амплитуд вне энергетической поверхности, имеет тот же порядок, что и последовательные перерассеяния (27).

§ 4. Оценки сечения в области фрагментации мишени

Подставляя выражения (36), (37) в формулу (24), найдем явное выражение для амплитуды трехчастичного рассеяния $\langle b|\tau^{(2)}|a\rangle$:

$$\langle b/\tau^{(2)}/a\rangle = \int \tilde{\Psi}(\vec{s})d\vec{s}\, \frac{a}{8\pi^2 m} \exp\left\{-ipa \sin\frac{\theta}{2}\right\} \times$$

$$\times \exp\left\{\frac{ia}{4\sin\frac{\theta}{2}}\left(\vec{p}_2(\vec{z}(\vec{n}\vec{z})-\vec{n}) + 2\vec{s}(\vec{z}-\vec{n})\right)\right\}(\tau_1(s)+\tau_2(s)), \tag{38}$$

где θ – угол между векторами $\vec{n}$, $\vec{z}$, т.е. угол рассеяния частицы 3 в с.ц.м. подсистемы $\{31\}$;

$$\tau_1(\vec{s}) = \frac{\pi a^2}{2}\left[\delta(\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})) + \delta(\vec{z}_n(\vec{p}_2+\vec{s}))\right]\frac{J_1(a|\vec{p}_2+\vec{s}|)}{a|\vec{p}_2+\vec{s}|}; \tag{39}$$

$\vec{z}_n = \frac{\vec{n}+\vec{z}}{|\vec{n}+\vec{z}|}$ – единичный вектор в направлении $(\vec{n}+\vec{z})$;

$$\tau_2(\vec{s}) = \frac{1}{2i} P\int_0^a b\,db\Big[-\frac{J_0(b|(\vec{p}_2+\vec{s})-\vec{z}_n(\vec{z}_n(\vec{p}_2+\vec{s}))|)\exp(i\sqrt{a^2-b^2}\,\vec{z}_n(\vec{p}_2+\vec{s}))}{\vec{z}_n(\vec{p}_2+\vec{s})}$$

$$+\frac{J_0(b|(\vec{p}_2+\vec{s})-\vec{z}(\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}))|)}{\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})}\exp(-i\sqrt{a^2-b^2}\,\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}))\Big]. \tag{40}$$

Символ P в (40) означает, что интеграл по переменным $\vec{z}_n\vec{s}$, $\vec{z}\vec{s}$ в (38) должен рассматриваться в смысле главного значения. Полагая $\vec{p}_2 = -\vec{z}p_2$, $p_2 \gg s_0$ (s_0 – предельный импульс в мишени, определенный в (17)), найдем, что вклад величины $\tau_1(\vec{s})$, соответствующей классическому двукратному рассеянию, в трехчастичную амплитуду (38) возможен лишь в области углов $\pi-\theta < \left(\frac{2s_0}{p_2}\right)^{1/2}$ и возникает лишь от второго слагаемого в (39).

Таким образом, в приближении последовательных перерассеяний частица 2 может вылететь в направлении, противоположном импульсу падающей частицы 3, лишь вследствие столкновения с частицей 3, предварительно рассеявшейся на частице 1 на угол $\sim 180^0$ в с.ц.м. В то же время оба слагаемых в $\tau_2(\vec{s})$ дают, вообще говоря, ненулевой вклад в $\langle b/\tau^{(2)}/a\rangle$ для любых конечных значений импульса p_2 и произвольных углов рассеяния в подсистеме $\{13\}$ обусловленный коллективным взаимодействием падающей частицы 3 и обоих частиц мишени. В области углов $\pi-\theta < \left(\frac{2s_0}{p_2}\right)^{1/2}$ механизмы могут интерферировать.

Вычисление сечения $\frac{d\sigma}{d^3p_2}$ согласно (38), (19) существенно упрощается в предположении $as_0 \ll 1$, т.е. для радиуса мишени, существенно превосходящего размеры области двухчастичного взаимодействия. Для вклада перерассеяний в области $p_2 \gg s_0$, $p_2 \gg \frac{1}{a}$ можно легко получить оценку

$$\frac{d\sigma}{d^3p_2} \sim \frac{a^6 s_0^3}{p_2^2}\left[\frac{J_1(ap_2)}{ap_2}\right]^2 \sim \frac{\sin^2(ap_2)}{(ap_2)^5}. \tag{41}$$

В то же время второе слагаемое в (40) в указанной области импульсов p_2 зависит лишь от поведения эйкональной двухчастичной амплитуды вне энергетической поверхности и соответствует асимптотике сечения вида

$$\frac{d\sigma}{d^3p_2} \sim \frac{Const}{(ap_2)^4}. \tag{42}$$

При учете первого слагаемого в (40) и интерференционных членов в сечении возникают члены вида $(ap_2)^{-5}\ln\frac{p_2}{s_0}$, $(ap_2)^{-5}\ln\frac{p_2}{s_0}\sin^2(ap_2)$, также существенно превышающие вклад перерассеяний (41). Следует, однако, подчеркнуть, что асимптотика вида (42) не является окончательной, поскольку высшие члены разложений (7), т.е. величины $\langle b/\tau^{(i)}/a\rangle$, $i \geq 3$, также могут оказаться существенными. Точное определение асимптотики сечения должно быть основано на суммировании рядов (7), что представляет собой крайне сложную задачу. Оценки типа (41), (42) показывают, однако, что учет коллективных взаимодействий может существенно изменить предсказания модели последовательных перерассеяний в рассмотренной области импульсов частиц мишени.

В рассмотренных выше примерах предполагалось, что падающая частица рассеивается на конечные углы. Амплитуда рассеяния в этом случае остается конечной при высоких энергиях лишь для идеализированных моделей "жесткого" соударения. Реально все рассеяние при высоких энергиях оказывается сосредоточенным в эйкональной области, т.е. при $\theta \lesssim \frac{Const}{p}$. В этом случае теория потенциального рассеяния на слабо связанных системах частиц дает однозначный ответ: передача продольного импульса частицам мишени возможна лишь в высших порядках по p^{-1}. Амплитуда многочастичного рассеяния определяется в рамках теории Глаубера /12/, сводится к последовательным перерассеяниям и не содержит в ну –

левом порядке по p^{-1} каких-либо коллективных взаимодействий, если силы между частицами предполагаются двухчастичными. Аналогичный результат получен и в релятивистских эйкональных моделях [16], не учитывающих изменения внутреннего состояния частиц при рассеянии, т.е. неупругих двухчастичных каналов. Однако при учете неупругих каналов коллективные взаимодействия оказываются возможными и в эйкональной области.

Покажем это на примере простой модели, используя аргументацию, подобную приведенной в § I для рассеяния на конечные углы.

Предположим, что амплитуды двухчастичного рассеяния $\tilde{t}_1$, $\tilde{t}_2$ (12) являются операторами, действующими в пространстве переменных, описывающих внутренние состояния частиц. Формальное применение разложений (7) для амплитуды трехчастичного рассеяния в эйкональной области дает для слагаемого, билинейного по $\tilde{t}_1$, $\tilde{t}_2$, результат, аналогичный (2I):

$$\langle b|\tau^{(2)}|a\rangle = \frac{m}{p}\int \tilde{\psi}(\vec{s})\,d\vec{s}\,\langle b_{in}|\,\frac{\tilde{\varphi}_1\left(\frac{\rho}{2}, -\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_1-\vec{s})_\perp\right)\tilde{\varphi}_2\left(\frac{\rho}{2}, -\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_2+\vec{s})_\perp\right)}{\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})+i\varepsilon} + \frac{\tilde{\varphi}_2\left(\frac{\rho}{2}, \vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_2+\vec{s})_\perp\right)\tilde{\varphi}_1\left(\frac{\rho}{2}, \vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_1-\vec{s})_\perp\right)}{-\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})+i\varepsilon}\,|a_{in}\rangle, \quad (43)$$

где $|a_{in}\rangle$, $|b_{in}\rangle$ – волновые функции внутренних состояний частиц. В (43) использовано обозначение

$$\tilde{t}_i\left(\vec{k}, \vec{k}', \frac{K^2}{2m}\right) = \tilde{\varphi}_i\left(\kappa, \Delta, \vec{\Delta}_\perp\right),$$

где $\Delta = \kappa' - \kappa$, $\vec{\Delta}_\perp$ – перпендикулярная по отношению к $\vec{\kappa}$ компонента вектора $(\vec{k}' - \vec{k})$ и явным образом учтено соотношение $\vec{z}(\vec{p}_1+\vec{p}_2) = 0$, которое является следствием закона сохранения энергии в эйкональной области.

После выделения из (43) согласно (25) слагаемых, соответствующих глауберовскому двукратному рассеянию, оставшаяся часть подынтегрального матричного элемента в правой части (43) может быть представлена в виде

$$P\frac{1}{\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})}\langle b_{in}|\,\tilde{\varphi}_1\left(\frac{\rho}{2}, -\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_1-\vec{s})_\perp\right)\tilde{\varphi}_2\left(\frac{\rho}{2}, -\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_2+\vec{s})_\perp\right) - \tilde{\varphi}_2\left(\frac{\rho}{2}, \vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_2+\vec{s})_\perp\right)\tilde{\varphi}_1\left(\frac{\rho}{2}, \vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_1-\vec{s})_\perp\right)|a_{in}\rangle, \quad (44)$$

где, как и в (40), символ P соответствует интегралу в смысле главного значения при подстановке (44) в (43). Легко заметить, что

особенность (44) при $\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})=0$ в случае коммутирующих матриц $\tilde{\varphi}_1$, $\tilde{\varphi}_2$ отсутствует – разность $\tilde{\varphi}_1\tilde{\varphi}_2-\tilde{\varphi}_2\tilde{\varphi}_1$ в (44) является нечетной функцией $\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})$; выражение (44) не содержит каких-либо сингулярностей и компенсируется дальнейшими членами разложений (7) [11]. Однако, если коммутатор $[\tilde{\varphi}_1, \tilde{\varphi}_2] \neq 0$, (44) содержит сингулярную особенность вида

$$P\frac{1}{\vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})}\langle b_{in}|\left[\tilde{\varphi}_2\left(\frac{\rho}{2}, \vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s}), (\vec{p}_2+\vec{s})_\perp\right), \tilde{\varphi}_1\left(\frac{\rho}{2}, \vec{z}(\vec{p}_2+\vec{s})(\vec{p}_1-\vec{s})_\perp\right)\right]|a_{in}\rangle, \quad (45)$$

которая не может быть компенсирована последующими членами рядов (7), не обладающими сингулярными особенностями. Поскольку выражение (45) отлично от нуля для всех значений продольного импульса $\vec{z}\vec{p}_2$, передача продольного импульса частицам мишени оказывается в рассмотренном случае возможной. В стандартной формулировке теории Глаубера, основанной на уравнении Липпмана-Швингера, особенность (45) соответствует отсутствию аддитивности фазовых сдвигов [19] для некоммутирующих потенциалов двухчастичного взаимодействия, являющихся операторами в пространстве внутренних состояний частиц. Точное определение трехчастичной амплитуды рассеяния здесь, как и в случае, рассмотренном в § I-3, требует суммирования всех членов разложений (7).

§ 5. Заключение

Примеры, рассмотренные в § 2,4, показывают, что модель последовательных перерассеяний является недостаточной для описания сечений фрагментации мишени с большим продольным импульсом как в потенциальном рассеянии на большие углы, так и в эйкональной области, где, однако, коллективные взаимодействия могут возникнуть лишь при существовании у взаимодействующих частиц внутренних степеней свободы.

Последовательное рассмотрение процесса многочастичного рассеяния, проведенное в рамках формализма Ватсона, показывает, что в этих случаях высшие члены итерационных решений уравнений Ватсона не могут компенсировать ту часть (билинейной по амплитудам двухчастичных взаимодействий) трехчастичной амплитуды рассеяния, которая не сводится к последовательным перерассеяниям на энергетической поверхности. Таким образом, помимо многократного рассеяния, описанного в [6,7], вклад в сечения образования кумулятивных частиц и фрагментации ядер в принципе могут давать и коллективные взаимодействия, определяющиеся двухчастичными амплитудами вне энергетической поверхности. Следует, однако, отметить, что в отличие от классических перерассеяний оценки вклада подобных взаимодействий представляются значительно более сложными и требуют анализа высших членов разложений многочастичной амплитуды по степеням амплитуд двухчастичных взаимодействий.

Автор глубоко благодарен С.Б. Герасимову, А.Б. Говоркову и В.А. Мещерякову за внимание к работе и ценные обсуждения.

Литература

I. А.М. Балдин. ЭЧАЯ, 8, 429 (I977).
2. Д.И. Блохинцев. ЖЭТФ, 33, I295 (I957).
3. В.В. Буров, В.К. Лукьянов, А.И. Титов. Phys.Lett.67B.46 (I977).
4. Б.Н. Калинкин и др. ОИЯИ Р2-I0783, Дубна (I977).
5. С.Б. Герасимов, И. Гиордэнеску. ОИЯИ, Р2-7687, Дубна (I974).
6. В.Б. Копелиович. Письма в ЖЭТФ, 23, 348 (I976); ЯФ, 26, I68 (I977).
7. М.А. Браун, В.В. Вечернин. ЯФ, 25, I276 (I977).
8. М. Гольдбергер, К. Ватсон. Теория столкновений, "Мир", I967.
9. Л.Д. Фаддеев. Труды МИАН, 69 (I963).
I0. Л.Д. Фаддеев. ЖЭТФ, 39, I459 (I96I).
II. D.R.Harrington. Phys.Rev., 184, 1745 (1969);
J.Eisenberg. Ann.Phys., 71, 542 (1972).
I2. R.I.Glauber. Phys.Rev., 100, 242 (1955).
13. I.Pumplin. Phys.Rev., 173, 1651 (1968).
14. V.S.Bashin, V.S.Varma. Phys.Rev., 184, 1338 (1969).
15. G.Faldt. Nucl.Phys. B46, 460 (1960).
16. O.Brander. Arkiv für Physik, 24, 439 (1963).
17. Д.Н.Ватсон. Теория бесселевых функций, ИЛ, I949.
18. R.Blankenbecler, R.L.Sugar. Phys.Rev., D2, 3024 (1970).
19. D.R.Harrington. Nucl.Phys., B59, 305 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
I3 июля I978 года