

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



25/11-78

P2 - 11744

Ш - 961

5611/2-78

Н.М.Шумейко

О ПРИБЛИЖЕННОМ ВЫЧИСЛЕНИИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВOK  
К ГЛУБОКОНЕУПРУГОМУ  $\epsilon_N$ -РАССЕЯНИЮ

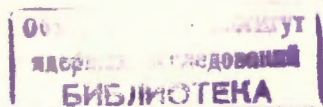
**1978**

P2 - 11744

Н.М.Шумейко\*

О ПРИБЛИЖЕННОМ ВЫЧИСЛЕНИИ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВК  
К ГЛУБОКОНЕУПРУГОМУ  $\epsilon_N$ -РАССЕЯНИЮ

*Направлено в ЯФ*



---

\* Белорусский государственный университет, Минск.

Шумейко Н.М.

P2 - 11744

О приближенном вычислении электромагнитных поправок к глубоконеупругому  $\mu N$ -рассеянию

Анализируются приближенные формулы для электромагнитных поправок к глубоконеупругому  $\mu p$ -рассеянию. Предложен вариант приближения пиков, который не использует нефизический параметр мягкости фотона и позволяет значительно ускорить численные расчеты поправок на ЭВМ.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Shumejko N.M.

P2 - 11744

On an Approximate Calculation of Electromagnetic Corrections to Deep Inelastic  $\mu N$ -Scattering

Approximate formulae for electromagnetic corrections to deep inelastic  $\mu p$ -scattering are analyzed. A variant of peaking approximation is proposed without taking into account a nonphysical parameter of photon softness which permits to decrease considerably time for correction calculations with a computer.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с экспериментами по глубоконеупругому рассеянию /ГНР/ мюонов высоких энергий на нуклонах в работах <sup>1,2,5</sup> были исследованы электромагнитные поправки /ЭП/ к ГНР. В этих работах даны оценки ЭП к адронному току, эффектов слабых нейтральных токов в ГНР <sup>1,2</sup>, а также получены точные выражения для ЭП низшего порядка к лептонному току <sup>3,5</sup> - доминирующего вклада в ЭП. Однако при обработке данных по ГНР для ускорения ее используют /см., например, <sup>6,7</sup>/ не точные, а приближенные формулы для ЭП. Последние получают в ультрарелятивистском приближении и в приближении пиков /ПП/ <sup>8,9</sup> для вклада тормозного излучения /R - вклада/. Подобные приближенные вычисления ЭП в десятки раз снижают затраты времени на ЭВМ и обеспечивают достаточно высокую точность извлекаемой информации в большей части кинематической области ГНР\*. Как показывают оценки <sup>4,5</sup>, такая ситуация может сохраниться и в экспериментах с мюонами высоких энергий. Поэтому в настоящей работе проводится детальное изучение вопроса о применимости приближенных формул. Наряду с имеющимися в литературе <sup>8,9</sup> мы исследуем также новый вариант формул, получаемых на основе точных выражений работ <sup>4,5</sup>.

\* Мы не обсуждаем здесь поправки за счет радиационных потерь энергии мюоном в веществе до и после акта рассеяния, поскольку эти эффекты более тесно связаны с конкретными условиями эксперимента <sup>8,10</sup>.

Отметим далее, что вклад в сечение ЭП низшего порядка /см. формулы /П6/ - /П9/ работы /5/ и /9/ ÷ /15/ настоящей работы/ логарифмически расходится, если \*  $W^2$  равно  $M_T^2 = (M_T^2)_{\min} = (M+m\pi)^2$ . Наблюдаемое же на опыте сечение ГНР при  $W^2 = M_T^2$  /т.е. когда среди продуктов реакции нет фотонов/, строго говоря, должно обращаться в нуль. Подобная нефизическая расходимость, как известно /11,12/, связана с неучетом вклада более высоких порядков ЭП и устраняется путем экспоненцирования части ЭП низшего порядка, содержащей инфракрасную расходимость.

Мы исследуем различные способы экспоненцирования и обнаруживаем, что простейший из них /формула /22// приводит, по существу, к тем же результатам для ЭП, что и более сложная стандартная процедура /9/.

Численные расчеты ЭП к сплошному спектру в  $\mu p$ -ГНР при энергии мюона  $E = 50 \div 250$  ГэВ показывают, что все рассмотренные здесь версии ПП дают результаты, которые в пределах 1% согласуются с точными вычислениями не менее чем в 80% кинематической области. Однако наша формулировка ПП позволяет сделать программу вычислений ЭП еще в несколько раз более быстройдействующей. Как и предлагаемые здесь способы экспоненцирования, она явно ковариантна и не содержит нефизический параметр мягкости фотона  $\Delta$ , который присутствует в стандартных формулах /8,9/ и зависимость от которого становится заметной вблизи порога ГНР.

Что касается вклада в сечение  $\mu p$ -ГНР радиационного хвоста от упругого пика, то, как показало исследование /3/, формулы ПП для его расчета неприменимы.

## 2. ПОПРАВКА НИЗШЕГО ПОРЯДКА В ПРИБЛИЖЕНИИ ПИКОВ

Сформулируем ПП для R-вклада в наблюдаемое сечение ГНР и получим приближенные формулы для ЭП

\* Здесь используются обозначения, принятые в работах /4,5/.

к сплошному спектру. Исходим из формул /П2/ ÷ /П9/ работы /5/.

Схема приближенного вычисления интегралов в /П2/, /П9/ во многом подобна той, которая предложена в работе /8/. Основные моменты используемой нами схемы - следующие.

1. Члены с  $z_1^{-2}$  и  $z_1^{-1}$  в подынтегральном выражении дают вклад только в  $k_1$ -пик, а члены с  $z^{-2}$  и  $z^{-1}$  - только в  $k_2$ -пик.

2. Члены с  $(z_1 z)^{-1}$  и члены, не содержащие  $z_1$  и  $z$  в знаменателе, дают вклады наполовину в  $k_1$ -пик, наполовину в  $k_2$ -пик.

Интегралы от перечисленных членов равны

$$J[z_1^{-2}] = J[z^{-2}] = 1/(m^2 v), \quad v = W^2 - M_T^2; \quad /1/$$

$$J[z_1^{-1}] = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{X'}}} \ln \frac{X' + \sqrt{\lambda_{X'}}}{X' - \sqrt{\lambda_{X'}}} \approx \frac{1}{X'} \ln \frac{(X')^2}{m^2 W^2},$$

$$X' = S - Q^2, \quad \lambda_{X'} = (X')^2 - 4m^2 W^2; \quad /2/$$

$$J[z^{-1}] = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{S'}}} \ln \frac{S' + \sqrt{\lambda_{S'}}}{S' - \sqrt{\lambda_{S'}}} \approx \frac{1}{S'} \ln \frac{(S')^2}{m^2 W^2},$$

$$S' = M^2 + S - W^2, \quad \lambda_{S'} = (S')^2 - 4m^2 W^2; \quad /3/$$

$$J[(z_1 z)^{-1}] = \frac{2}{v \sqrt{\lambda_m}} \ln \frac{\sqrt{\lambda_{m+Q^2}}}{\sqrt{\lambda_m - Q^2}} \approx \frac{2}{v Q^2} \ell_m, \quad /4/$$

$$\lambda_m = Q^4 + 4m^2 Q^2, \quad \ell_m = \ln \frac{Q^2}{m^2};$$

$$J[1] = v/W^2. \quad /5/$$

Здесь

$$J[A] = \frac{1}{\pi} \int dt \int \frac{dz}{\sqrt{R_z}} A, \quad /6/$$

а приближения сделаны при условии, что  $S', X', Q^2 \gg m^2$ .

3. Коэффициенты при обсуждаемых в пунктах 1 и 2 членах берутся в пиках. Для  $k_1$ -пика  $t$  заменяется на

$$Q_1^2 = t |k_1^+ k_1^-| \approx Q^2 X_1, \quad X_1 = 1 - v_1, \quad v_1 = v / X', \quad /7/$$

а для  $k_2$ -пика - на

$$Q_2^2 = t |k_2^+ k_2^-| \approx Q^2 X_2, \quad X_2 = 1 + v_2, \quad v_2 = v / S', \quad /8/$$

где  $\approx$  означает, что использовано приближение  $|\vec{k}_1| \approx E$ ,  $|\vec{k}_2| \approx k_2^0$ .

4. В полученном после интегрирования по  $z$  и  $t$  выражении пренебрегаем нелогарифмическими членами, содержащими /5/, и заменяем  $\ln[(X')^2/(m^2 W^2)]$  и  $\ln[(S')^2/(m^2 W^2)]$  на  $\ell_m$ .

В результате применения такой схемы ПП для части R-вклада, свободной от инфракрасной расходимости, находим

$$\sigma_R^F(S, Q^2, W^2) \equiv \frac{d^2 \sigma_R^F}{dQ^2 dW^2} = \int \frac{dM^2}{(M+m_\pi)^2} \frac{dM^2}{v} [X_1 t_1 \sigma_0(S_1, Q_1^2, M_f^2) - t_r \sigma_0(S, Q^2, W^2) + X_2 t_2 \sigma_0(S, Q_2^2, M_f^2) - t_r \sigma_0(S, Q^2, W^2)], \quad /9/$$

где

$$t_1 = \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{1}{2} (1 + X_1^2) \ell_m - X_1 \right], \quad t_2 = \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{1}{2} (1 + X_2^2) \ell_m - X_2^{-1} \right]; \quad /10/$$

$$t_r = \frac{\alpha}{\pi} (\ell_m - 1), \quad S_1 = S X_1; \quad /11/$$

$$\sigma_0(S, Q^2, W^2) \equiv \frac{d^2 \sigma_0}{dQ^2 dW^2} = \quad /12/$$

$$= \frac{2\pi\alpha^2}{(SQ^2)^2} [2MQ^2 W_1(Q^2, W^2) + \frac{1}{M} W_2(Q^2, W^2) (S(M^2 - W^2 + X') - M^2 Q^2)]$$

сечение ГНР в низшем порядке по  $\alpha$ .

Оставшуюся часть ЭП получим из формул /40/ и /47/ работы /4/ и /П7/, /П8/ работы /5/. Выполняя приближение  $S', X', Q^2 \gg m^2$ , имеем\*

$$\delta_{V,R}(Q^2, W^2) \equiv \delta_V^{IR} + \delta_V^F + \delta_R^{IR} \approx \delta^{inf} - \frac{1}{2} \ell_n^2 \frac{S'}{X'} + \frac{13}{6} \ell_m + \frac{2}{3} \ell_n \frac{Q^2}{m^2} - \frac{38}{9} + \Phi \left( \frac{S'X' - W^2 Q^2}{S'X'} \right) - \frac{\pi^2}{6}; \quad /14/$$

$$\delta^{inf} = (\ell_m - 1) \ell_n (v_{max}^2 / S'X'), \quad v_{max} = W^2 - (M + m_\pi)^2. \quad /15/$$

Отметим, что из выражения для полного R-вклада  $\sigma_R(S, Q^2, W^2)$  /формула /9/ без слагаемых с  $t_r$  / можно получить в ПП вклад радиационного хвоста от дискретного адронного состояния /например, от упругого пика/. Действительно, выполняя в  $\sigma_R$  замену

$$W_{1,2}(Q_{1,2}^2, M_f^2) \rightarrow 2M W_{1,2}^a(Q_{1,2}^2) \delta(M_f^2 - M_a^2) \quad /16/$$

и вычисляя интеграл по  $M_f^2$ , находим

\* Для функции  $S_\Phi$  в /П7/ используем представление /57/, /58/ работы /13/, в котором

$$S_\Phi = S_\Phi(Q^2 + 2m^2, \lambda_m S', X' - 2W^2, \lambda_{X'}) \approx \quad /13/ \\ = \frac{1}{2} \ell_m^2 - \ell_m \ell_n \frac{S'X'}{m^2 W^2} - \frac{1}{2} \ell_n^2 \frac{S'}{X'} + \Phi \left( \frac{S'X' - W^2 Q^2}{S'X'} \right) - \frac{\pi^2}{3}.$$

$$\sigma_R^a(S, Q^2, W^2) \equiv \frac{d^2 \sigma_R^a}{dQ^2 dW^2} = \frac{1}{v} \frac{S}{X'} [X_1^2 t_1 \sigma_0^a(S_1, Q_1^2) + t_2 \sigma_0^a(S, Q_2^2)] \quad /17/$$

Здесь  $v = W^2 - M_a^2, a$

$$\sigma_0^a(S, Q^2) \equiv \frac{d\sigma_0^a}{dQ^2} = \frac{4\pi a^2}{(SQ^2)^2 S} X' [2M^2 Q^2 W_1^a(Q^2) + W_2^a(Q^2) (S(M^2 - M_a^2 + X') - M^2 Q^2)] \quad /18/$$

В случае, когда  $a=N$ ,  $M_a^2 = M^2$ , формула /18/ представляет собой сечение упругого  $N$ -рассеяния, а  $W_{1,2}^N(Q^2)$  даются, например, выражениями /A18/÷/A20/ работы /9/. В л.с. сечение /17/ можно преобразовать в формулу /C11/ работы /8/.

Если в /9/, /17/ произвести замены

$$t_{1,2} \rightarrow t_r \phi(X_{1,2}), \quad \phi(X_1) = X_1 + \frac{3}{4}(1-X_1)^2, \\ \phi(X_2) = X_2 + \frac{-1}{4}(1-X_2)^2, \quad /19/$$

то мы получим новый вариант формул эквивалентного радиатора /8,9/.

### 3. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для выяснения степени применимости различных вариантов приближенных формул был выполнен подробный численный расчет поправки

$$\delta = \frac{\alpha}{\pi} \delta_{V,R} + \sigma_R^F(S, Q^2, W^2) / \sigma_0^a(S, Q^2, W^2) \quad /20/$$

при  $E = 50, 150, 250$  ГэВ в  $\mu p$ -ГНР. Вычисления велись по:

- а/ точным формулам /4,5/;
- б/ формулам /9/÷/15/;
- в/ формулам /9/, /11/÷/15/, /19/;
- г/ формулам ПП Мо и Тсая /8//B1/, /B7/, /C7/, /C8/\*;
- д/ формулам эквивалентного радиатора /8//B1/, /B7/, /C7/, /III.15/.

При этом для структурной функции  $\nu W_2$  бралась подгонка /13/, /14/, /18/, /19/ из работы /6/, для упругих формфакторов протона - подгонка из работы /14/, а отношение  $R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$  считалось равным 0,18.

Как видно из таблицы 1, область применимости приближенных формул заметно изменяется с энергией. При более высоких энергиях лучшими являются варианты "д" и "в". В большей части указанных в таблице областей все приближенные формулы работают с точностью  $d \leq 0,5\%$ , причем предпочтительными по-прежнему являются варианты "д" и "в".

Следует отметить, что при всех приведенных здесь энергиях в значительной части областей, где  $d \geq 1\%$ , поправка  $\delta$ , рассчитанная по формулам "а" в низшем порядке по  $\alpha$ , превышает 30% и, таким образом, не может считаться надежно вычисленной. Если такие точки исключить из рассмотрения и снизить требование к точности расчета до  $d = 3\%$ , то лучшим становится вариант "б", который применим в этом случае практически во всей кинематической области:  $x \geq 0,02$ ,  $y \leq 0,98$  при  $E = 150, 250$  ГэВ;  $x \geq 0,10$ ,  $y \leq 0,95$  при  $E = 50$  ГэВ.

\* В формуле /B7/ работы /8/ мы учли поляризацию вакуума как электронами, так и мюонами и добавили пропущенный член  $\frac{\alpha}{\pi} [\Phi(\cos \frac{\theta}{2}) - \frac{\pi^2}{6}]$ . Отметим, что этот член учтен в работах /6,9/, но с неправильным знаком.

Таблица 1

Кинематические области  $\mu p$ -ГНР /в переменных  $x$  и  $y$  / при  $E = 50, 150$  и  $250$  ГэВ, в которых приближенные значения поправки  $\delta$  /варианты "б" ÷ "д"/ отличаются от ее точных значений не более чем на  $d = 1\%$ . Параметр  $\Delta = 5$  МэВ.

Е, ГэВ	50	150	250
$y \leq$	0,80 0,90 0,95 0,97	0,80 0,90 0,95 0,97	0,80 0,90 0,95 0,97
$x \geq$	б) 0,10 0,15 0,33 0,93	0,20 0,40 0,45 0,25	0,25 0,42 0,50 0,50
	в) 0,10 0,25 0,73 0,93	0,08 0,15 0,33 0,65	0,05 0,15 0,28 0,70
	г) 0,10 0,15 0,28 0,50	0,05 0,45 0,60 0,60	0,26 0,50 0,63 0,66
	д) 0,10 0,25 0,45 0,80	0,08 0,16 0,29 0,45	0,05 0,15 0,26 0,37

С точностью до  $d = 4\%$  почти во всей этой области применимы и другие варианты.

Мы исследовали также зависимость поправки  $\delta$  в вариантах "г" и "д" от содержащегося в ней параметра  $\Delta$ , варьируя  $\Delta$  в пределах  $5 \div 100$  МэВ. При этом в большей части кинематической области величина  $\delta$  меняется не более чем на  $1\%$ . Это расхождение возрастает с увеличением  $x$ , достигая нескольких процентов в околопороговой области  $x \approx 1$ . При фиксированных  $x$  зависимость  $\delta$  от  $\Delta$  заметнее при возрастании  $y$ . Лучшее согласие приближенных расчетов с точными наблюдается при малых  $\Delta$ . Однако затраты машинного времени на вычисление  $\delta$  с уменьшением  $\Delta$  заметно растут.

#### 4. УЧЕТ ИСПУСКАНИЯ МНОГИХ МЯГКИХ ФОТОНОВ

Как видно из /9/, /14/, /15/, сечение ГНР с учетом ЭП порядка  $\alpha$  расходится при  $W^2 \rightarrow (M + m_\pi)^2$  ( $\sigma_R^F \rightarrow 0$ ,

$\delta_{V,R} \rightarrow -\infty$ ). Чтобы получить корректное выражение для сечения в этой области, необходимо учесть вклад более высоких порядков ЭП. С этой целью выполним экспоненцирование части ЭП низшего порядка. Вместо

$$\sigma(S, Q^2, W^2) = \sigma_0(S, Q^2, W^2)(1 + \delta) \quad /21/$$

поставим в соответствие наблюдаемому сечению ГНР сечение

$$\sigma_{\text{exp}}(S, Q^2, W^2) = \sigma_0(S, Q^2, W^2) \exp\left(\frac{\alpha}{\pi} \delta^{\text{inf}}\right) \left(1 + \delta - \frac{\alpha}{\pi} \delta^{\text{inf}}\right). \quad /22/$$

Нетрудно видеть, что отношение  $v_{\text{max}}^2 / S'X'$ , содержащееся в  $\delta^{\text{inf}}$ , равно

$$\frac{v_{\text{max}}^2}{S'X'} = \frac{(k_0^{\text{max}})^2}{E k_2^0}, \quad /23/$$

$$\text{где } k_0^{\text{max}} = \frac{v_{\text{max}}}{2\sqrt{W^2}} -$$

- максимальная энергия реального фотона в системе  $\vec{p}_1 + \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = 0$ , в которой распределение фотонов изотропно. Таким образом, в обсуждаемой области  $W^2$ , близких к  $(M + m_\pi)^2$ , где  $k_0^{\text{max}} \ll E$ ,  $k_2^0$  т.е. фотоны - мягкие, способ экспоненцирования /22/ вполне обоснован /8,11,12,15/. Однако формулу /22/ можно использовать для любых  $W^2$ , поскольку, как показывают расчеты, вне узкой области  $W^2$ , близких к  $(M + m_\pi)^2$ , экспоненцирование практически не сказывается.

Учет мягкого многофотонного излучения во вкладе радиационного хвоста от упругого пика произведем по аналогии с /22/, путем умножения сечения низшего порядка  $\sigma_R^N$  /формула /38/ работы /3/ в переменных  $(Q^2, W^2)$  на  $\exp\left(\frac{\alpha}{\pi} \delta^{\text{inf}}\right)$ , где  $v_{\text{max}} = W^2 - M^2$ , а  $S' = S$  в соответствии с кинематикой упругого  $\ell N$ -рассеяния. Имеем

$$\sigma_{\text{exp}}^N(S, Q^2, W^2) = \left[ \frac{(W^2 - M^2)^2}{SX'} \right]^{tr} \sigma_R^N(S, Q^2, W^2). \quad /24/$$

Обсудим теперь иной способ учета высших порядков в ЭП, в известной мере аналогичный тому, который был предложен в работе /9/ и использован при расчете ЭП в эксперименте /6/. В отличие от /9/, мы сформулируем его в явно ковариантной форме, не используя параметра мягкости  $\Delta$ .

R-вклад в ЭП низшего порядка к сплошному спектру /см. выражение /9/ с  $t_r = 0$  и формулу /П2/ работы /5/ / можно рассматривать как сумму вкладов радиационных хвостов от дискретных адронных состояний с массой  $M_f$ , изменяющейся в пределах  $(M + m_\pi) \leq M_f \leq \sqrt{W^2}$ . Вклад в эту сумму /интеграл/ от состояний с  $M_f^2 = W^2$ , когда, как видно из /23/, фотон не может быть жестким, должен заметно меняться /16/ за счет испускания многих мягких фотонов. Естественно, что в этом случае для сокращения инфракрасных расходимостей при  $M_f^2 = W^2$ ,  $t = Q^2$  необходимо учитывать также обмен многими мягкими виртуальными фотонами /12/.

В процедуре учета обсуждаемых эффектов исходной, в соответствии с /9/, является формула для вклада радиационного хвоста от дискретного адронного состояния. Запишем ее в виде

$$\sigma_{\text{exp}}^a(S, Q^2, W^2) = \left( v_1 \frac{v_2}{1 + v_2} \right)^{tr} \tilde{\sigma}_R^a(S, Q^2, W^2), \quad /25/$$

где  $\sigma_R^a$  дается формулой /38/ работы /3/, модифицированной для случая, когда конечный адрон имеет массу  $M_f = M_a$  и вместо  $(x, y)$  используются переменные  $(Q^2, W^2)$ . Знак "тильда" здесь и далее означает, что произведена замена структурных функций:

$$W_{1,2}(Q^2, W^2) \rightarrow \tilde{W}_{1,2}(Q^2, W^2) = W_{1,2}(Q^2, W^2) F(Q^2, W^2), \quad /26/$$

где

$$F(Q^2, W^2) = 1 + \frac{a}{\pi} [\delta_{V,R}(Q^2, W^2) - \delta^{\text{inf}}]. \quad /27/$$

Экспоненциальный множитель в /25/ и множитель  $F(t, M_f^2)$  в подынтегральном выражении /25/ учитывают эффекты высших порядков ЭП.

Интегрируя /25/ по  $M_f^2$ , получаем сечение ГНР с учетом ЭП низшего порядка и вклада мягкого многофотонного излучения во всех порядках теории возмущений. Имеем

$$\sigma_{\text{exp}}(S, Q^2, W^2) = \frac{2a^3}{\lambda_s} \int dM_f^2 \left( v_1 \frac{v_2}{1 + v_2} \right)^{tr} \int \frac{dt}{t^2} \tilde{G}(t, M_f^2), \quad /28/$$

где  $G(t, M_f^2)$  дается выражением /П3/ работы /5/. В той части кинематической области ГНР, где применимо ПП, в качестве  $\sigma_R^a$  в /25/ следует использовать сечение /17/. В этом случае выражение /28/ примет вид

$$\sigma_{\text{exp}}(S, Q^2, W^2) = \int \frac{dM^2}{v} \left( v \frac{v_2}{1 + v_2} \right)^{tr} [X_1 t_1 \tilde{\sigma}_0(S, Q^2, M_f^2) + X_2 t_2 \tilde{\sigma}_0(S, Q^2, M_f^2)]. \quad /29/$$

Интегралы в /28/, /29/ конечны в точке  $(W^2, Q^2)$ , поэтому нет необходимости в вычитании, подобном /П9/ /5/ и /9/, или разбиении области интегрирования с помощью параметра  $\Delta$  /9/.

Чтобы выяснить, насколько существенно экспоненцирование, и сравнить между собой различные его варианты, мы провели численный расчет поправки

$$\delta_{\text{exp}} = \sigma_{\text{exp}}(S, Q^2, W^2) / \sigma_0(S, Q^2, W^2) - 1 \quad /30/$$

для  $\mu p$ -ГНР при  $E = 50, 150, 250$  ГэВ. В вычислениях использовались:

- 1/ приближенное /полученное в ПП/ сечение /22/,
- 2/ сечение /29/,
- 3/ сечение /4.1/ работы /9/.

Для величин  $t_{1,2}$  брались выражения /19/.

В качестве меры эффекта экспоненцирования прием разность  $D = \delta_{\text{exp}} - \delta$  поправок:  $\delta_{\text{exp}}$ , вычислен-



ной по формулам 1, 2, 3, и  $\delta$ , рассчитанной в вариантах III "в", "в", "д". Как показывают расчеты, в большей части кинематической области ГНР при всех трех способах экспоненцирования величина  $D$  не превосходит 1%. Она медленно возрастает с энергией  $E$ , практически не зависит от  $Q^2$  и становится заметной  $> 1\%$  в области наименьших и наибольших значений  $W^2$ . Например, при  $W^2 = 4 \text{ ГэВ}^2$  эта разность увеличивается от  $D \approx 0,5\%$  при  $E = 50 \text{ ГэВ}$  до  $D \approx 1,5\%$  при  $E = 250 \text{ ГэВ}$  и быстро возрастает с уменьшением  $W^2$ . При больших  $W^2$  величина  $D$  становится  $\geq 1\%$  в основном в области /а для варианта 1 - только в области/, где поправка  $\delta$ , вычисленная по точным формулам "а", превышает 30%.

Только в этой, запретной для эксперимента области /см. дискуссию в /4,5/ / появляется разница  $\geq 1\%$  в величинах  $D$ , рассчитанных с помощью вариантов 1 + 3. При малых  $W^2$  все формы экспоненцирования приводят к значениям  $D$ , различающимся лишь на сотые доли процента. С увеличением  $W^2$  эта разница монотонно растет, причем значения  $D$  в варианте 1 систематически несколько меньше значений, полученных в варианте 2 и особенно в варианте 3.

Отмеченное согласие /в большей части кинематической области ГНР/ простейшей формы экспоненцирования 1, с одной стороны, и улучшенных форм 2,3 - с другой, - связано с тем, что преобладающие в ЭП в этой области вклады мягких радиационных хвостов от адронных состояний с близкими к  $W^2$ , учитываются в обоих случаях практически одинаково.

Анализ численных результатов показал также, что множитель  $F(t, M_p^2)$  в подынтегральных выражениях 2 и 3 можно заменить на  $F(Q^2, W^2)$  и вынести из-под интеграла. Такая замена приводит к изменению  $\delta_{\text{exp}}$  лишь на 0,1-0,3% при  $y \rightarrow 1$ .

Вычисляя  $\delta_{\text{exp}}$  в варианте 3 при различных значениях  $\Delta$  в пределах  $5 \div 100 \text{ МэВ}$ , мы нашли, что зависимость от  $\Delta$  становится заметнее по сравнению с той, которая отмечена у  $\delta$ . Обсуждавшееся выше совпадение или близость расчетов  $\delta_{\text{exp}}$  в вариантах 1, 2 и 3 имеет место только при достаточно малых  $\Delta$ .

Некоторые из сделанных здесь выводов иллюстрируются таблицей 2.

Таблица 2

Численные значения величин  $\delta$  в случаях "а", "в", "д" и  $\delta_{\text{exp}}$  в случаях 1, 2, 3 в зависимости от  $y$  при  $E = 150 \text{ ГэВ}$ ,  $Q^2 = 120 \text{ ГэВ}^2$ .

$y$	0,427	0,430	0,437	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,97	0,98
а)	-260I	-1837	-1542	-8,23	-4,11	-1,27	1,47	5,58	11,03	17,29	24,68
в)	-260I	-1838	-1541	-8,24	-4,15	-1,34	1,34	5,41	11,44	19,53	30,80
д)	-259I	-1832	-1538	-8,21	-4,12	-1,34	1,26	5,08	10,72	18,43	29,35
$\Delta = 5 \text{ МэВ}$	-2305	-1683	-1429	-7,91	-4,07	-1,35	1,30	5,38	11,44	19,58	30,91
1)	-2306	-1690	-1439	-8,02	-4,18	-1,46	1,21	5,38	11,62	20,00	31,65
2)	-2295	-1684	-1435	-8,00	-4,16	-1,45	1,16	5,13	11,06	19,19	30,65
$\Delta = 5 \text{ МэВ}$											
3)		-1555	-1370	-7,89	-4,11	-1,42	1,19	5,17	11,13	19,30	30,82
$\Delta = 100 \text{ МэВ}$											

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены и исследованы приближенные формулы для ЭП низшего порядка к сплошному спектру в  $\mathbb{N}$ -ГНР и выражения для сечения ГНР с учетом мягкого многофотонного излучения. Полученные формулы, в отличие от имеющихся в литературе, не зависят от нефизического параметра  $\Delta$  и имеют явно ковариантный вид. Кроме того, как показывает практика вычислений, их использование позволяет еще в несколько раз ускорить численные расчеты на ЭВМ.

Выражаю глубокую благодарность А.А.Ахундову, Д.Ю.Бардину, Г.В.Мицельмахеру и И.А.Савину за полезные обсуждения результатов работы. Я глубоко признателен В.П.Джелепову, Ф.И.Федорову и Д.В.Ширкову за внимание и поддержку.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, P2-10872, Дубна, 1977.
2. Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, P2-10873, Дубна, 1977.
3. Ахундов А.А., Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, E2-10147, Дубна, 1976.
4. Ахундов А.А., Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, E2-10205, Дубна, 1976.
5. Ахундов А.А., Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, E2-10471, Дубна, 1977; ЯФ, 1977, 26, с.1251.
6. Stein S. e.a. *Phys.Rev.*, 1975, D12, p.1884.
7. Chang C. e.a. *Phys.Rev.Lett.*, 1975, 35, p.901; Anderson H.L. e.a. *Phys. Rev.Lett.*, 1976, 37, p.4.
8. Mo L.W., Tsai Y.S. *Rev.Mod.Phys.*, 1969, 41, p.205.
9. Tsai Y.S. SLAC-PUB-848, 1971.
10. Richard-Serre C. CERN, 1971, 71-18.
11. Schwinger J. *Phys.Rev.*, 1949, 76, p.790.
12. Yennie D.R., Frautschi S.C., Suura H. *Ann.Phys.*, 1961, 13, p.379.
13. Bardin D.Yu., Shumeiko N.M. *Nucl.Phys.*, 1977, B127, p.242.
14. Биленькая С.И. и др. Письма в ЖЭТФ, 1974, 19, с.613.
15. Maximon L.C. *Rev.Mod.Phys.*, 1969, 41, p.193.
16. Bartel W. e.a. *Nucl.Phys.*, 1972, B37, p.86.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 июля 1978 года.