

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



C 323.5a
M - 827

9/41-78

P2 - 11743

В.А. Мосолов, Н.М. Шумейко

4928/2-78.

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВКАХ

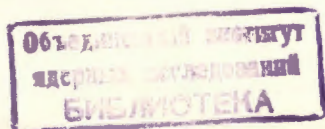
К ПРОЦЕССАМ $a+b \rightarrow e^+ + e^- + X$

1978

P2 - 11743

В.А. Мосолов,* Н.М. Шумейко*

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВКАХ
К ПРОЦЕССАМ $a+b \rightarrow e^+ + e^- + X$



* Белорусский государственный университет, Минск.

Мосолов В.А., Шумейко Н.М.

P2 - 11743

Об электромагнитных поправках к процессам $a+b \rightarrow \ell^+ + \ell^- + X$

Ковариантным методом получены точные формулы для электромагнитной поправки низшего порядка к лептонному току в процессах $a+b \rightarrow \ell^+ + \ell^- + X$. Найдена аппроксимация этих формул в приближении пиков. Полученные выражения могут быть использованы для конкретных расчетов электромагнитных поправок в целом ряде исследуемых на опыте процессов.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

I. Введение

Процессы рождения лептонных пар в адрон-адронных столкновениях

$$a + b \rightarrow \ell^+ + \ell^- + X \quad (I)$$

интенсивно исследуются на опыте /1-3/. Их изучение, с одной стороны, привело в последние годы к открытию новых частиц /2/, а с другой - служит одним из источников информации о структуре адронов /4/. В частности, классической уже стала задача о проверке скейлинга, предсказываемого партонной моделью /5/.

Электромагнитные поправки (ЭП) нарушают скейлинг, поэтому без их реального учета нельзя с высокой точностью (в принципе, уже достижимой в эксперименте /3/) ответить на вопрос, в какой степени скейлинг нарушен самими сильными взаимодействиями. Надежные измерения электромагнитных формфакторов адронов в процессе $\pi^- p \rightarrow \ell^+ \ell^- n$ также связаны с необходимостью расчета ЭП.

В настоящей работе рассматриваются ЭП низшего порядка к сплошному спектру в процессе (I) (см. диаграммы рис. 1). Вклад ЭП к адронному току, описываемый диаграммами 4), 5), 8), может быть рассчитан, конечно, только в рамках конкретной модели. Однако при стандартной постановке эксперимента, когда измеряются сечения, симметричные по характеристикам ℓ^+ и ℓ^- , основная часть этого вклада (интерференция диаграмм 4) с 1) и 8) с 6), 7)) равна нулю /6/ в силу С-инвариантности электромагнитного взаимодействия. Вклад же диаграммы 5) и квадрата модуля диаграммы 8) естествен-

но считать пренебрежимо малым. Таким образом, в отличие, например, от глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния, в рассматриваемом случае во всей кинематической области мы имеем дело практически только с ЭП к лептонному току (диаграммы 2), 3), 6), 7)).

Во втором разделе работы даны основные определения и приведено выражение для сечения процесса (I) в порядке α^2 (вклад диаграммы I)). В двух последующих разделах получены точные лоренц-инвариантные формулы для ЭП к лептонному току. В разделе У представлены простые приближенные выражения, полученные из точных в ультррелятивистском приближении и в приближении пиков.

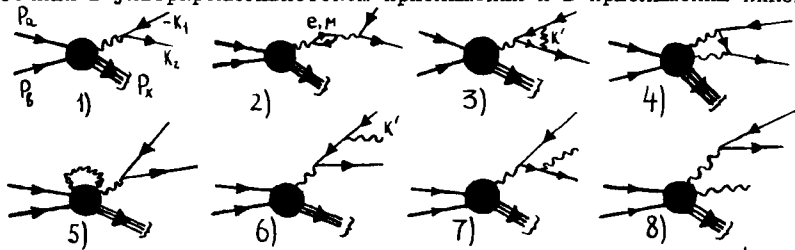


Рис. 1. Диаграммы процесса (I) в низших порядках по α .

2. Сечение безрадиационного процесса

Кинематика процесса (I) описывается шестью независимыми инвариантами, которые выберем следующим образом:

$$S = -P^2 = -(P_a + P_b)^2, \quad Y = -K^2 = -(K_1 + K_2)^2, \quad U_{1,2} = -2P_b \cdot K_{1,2}, \quad V_{1,2} = -2P_a \cdot K_{1,2} \quad (2)$$

Матричный элемент, отвечающий диаграмме I), имеет вид

$$\langle f | S | i \rangle = \frac{i}{(2\pi)^3} \left(\frac{m^2}{k_1^0 k_2^0} \right)^{1/2} \frac{e^2}{Y} U(K_2) \gamma_\mu U(-K_1) \langle P_a, P_b | J_a^{em} | P_c \rangle (2\pi)^4 \delta(P_c + K - P) \quad (3)$$

Дифференциальное сечение безрадиационного процесса запишем в форме

$$\sigma_0(K_1, K_2) \equiv K_1^0 K_2^0 \frac{d^6 \sigma_0}{d^3 k_1 d^3 k_2} = N Y^{-2} L_{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} \quad (4)$$

где $N = 16 \alpha^2 N_a N_b / \sqrt{\lambda_s}$; $N_{\alpha(\beta)} = 1/2$, если частица $\alpha(\beta)$ имеет спин 0, $N_{\alpha(\beta)} = 1/2 \cdot M_{\alpha(\beta)}$, если частица $\alpha(\beta)$ имеет спин $1/2$; $\lambda_s = (S - M_a^2 - M_b^2)^2 - 4M_a^2 M_b^2$; $M_{\alpha(\beta)}$ - масса частицы $\alpha(\beta)$. В случае, когда начальные частицы не поляризованы и состояние поляризации конечных частиц не анализируется,

$$L_{\alpha\beta} = K_1^\alpha K_2^\beta + K_1^\beta K_2^\alpha + \frac{1}{2} Y \delta_{\alpha\beta} \quad (5)$$

$$F_{\alpha\beta} = -(2\pi)^6 \frac{P_a^0 P_b^0}{N_a N_b} \int \sum \langle P_a | J_a^{em} | P_c, P_b \rangle \langle P_c, P_a | J_b^{em} | P_c \rangle \delta(P_c + K - P) d\Gamma = \\ = \delta_{\alpha\beta} F_0 + P_a^\alpha P_b^\beta F_1 + P_b^\alpha P_b^\beta F_2 + \frac{1}{2} (P_a^\alpha P_b^\beta + P_b^\alpha P_a^\beta) F_3 \quad (6)$$

Структурные функции F_j зависят от четырех инвариантов, например S, Y, M_0^2 и U_j , где

$$M_0^2 = -P_c^2 = S + Y - V, \quad U = U_1 + U_2, \quad V = V_1 + V_2 \quad (7)$$

С учетом (5), (6) сечение (4) примет вид

$$\sigma_0(K_1, K_2) = N Y^{-2} \sum_{j=0}^3 T_j F_j \quad (8)$$

где

$$F_j = F_j(S, Y, M_0^2, U), \quad T_0 = Y + 2m^2, \quad T_1 = \frac{1}{2}(V_1 V_2 - S Y), \\ T_2 = \frac{1}{2}(U_1 U_2 - M_0^2 Y), \quad T_3 = \frac{1}{4}(U_1 V_2 + U_2 V_1 - (S + M_b^2 - M_a^2) Y) \quad (9)$$

3. V - вклад

Вклад в сечение процесса (I) диаграмм 2), 3) (V - вклад) представим в форме

$$\sigma_V(K_1, K_2) = K_1^0 K_2^0 \frac{d^6 \sigma_V}{d^3 k_1 d^3 k_2} = N Y^{-2} L_{\alpha\beta}^V F_{\alpha\beta}^V \quad (10)$$

где

$$L_{\alpha\beta}^V = \frac{\alpha}{\pi} \delta_V L_{\alpha\beta} + L_{\alpha\beta}^{AM} \quad (11)$$

Здесь $\delta_V = \delta_V^\lambda + \delta_V^0$, где поправка δ_V^λ , содержащая инфракрасную расходимость (массу фотона λ), равна

$$\delta_V^\lambda = J_0 \ln \frac{\lambda}{m}; \quad J_0 = 2[(Y - 2m^2)L_m - 1], \quad L_m = \frac{1}{\sqrt{\lambda_m}} \ln \frac{Y + \sqrt{\lambda_m}}{Y - \sqrt{\lambda_m}}, \quad \lambda_m = Y(Y + m^2) \quad (12)$$

а поправка δ_V^0 свободна от расходимости и имеет вид

$$\delta_V^0 = \frac{Y - 2m^2}{\sqrt{\lambda_m}} \left[\Phi\left(\frac{2\sqrt{\lambda_m}}{\sqrt{\lambda_m} - Y}\right) - \Phi\left(\frac{2\sqrt{\lambda_m}}{\sqrt{\lambda_m} + Y}\right) + \pi^2 \right] + \left(\frac{3}{2} Y - 2m^2\right) L_m - 2 + \\ + \left\{ \left[\frac{2}{3} (Y - 2m^2) L_m - \frac{10}{9} - \frac{2m^2}{3Y} (1 + 2m^2 L_m) \right] + [m \rightarrow M] \right\} \quad (13)$$

Здесь $\Phi(x)$ - функция Спенса, а два слагаемых в фигурных скобках отвечают вкладам поляризации вакуума мюоном и электроном.

Тензор $L_{\alpha\beta}^{AM}$, равный

$$L_{\alpha\beta}^{AM} = \frac{\alpha}{\pi} m^2 L_m (K_\alpha K_\beta + Y \delta_{\alpha\beta}), \quad (14)$$

соответствует вкладу аномального магнитного момента лептонов.

Окончательно для V -вклада имеем

$$\sigma_V(K_1, K_2) = \frac{d}{\pi} \delta_V \sigma_0(K_1, K_2) + \sigma_V^{AM}(K_1, K_2), \quad (I5)$$

где

$$\sigma_V^{AM}(K_1, K_2) = \frac{d}{\pi} N Y^{-2} \left(\sum_{j=0}^3 T_j^{AM} F_j \right) m^2 L_m, \quad (I6)$$

$$T_0^{AM} = 3Y, \quad T_1^{AM} = \frac{1}{4}(V^2 - 4SY), \quad T_2^{AM} = \frac{1}{4}(U^2 - 4M_0^2 Y), \quad T_3 = \frac{1}{4}(UV - 2(S + M_0^2 - M_0^2)Y). \quad (I7)$$

4. R - вклад

В условиях инклюзивного эксперимента, когда в процессе (I) регистрируется только лептонная пара, при расчете вклада в сечение диаграмм тормозного излучения 6), 7) (R - вклад) необходимо интегрировать по полному фазовому объему реального фотона. Кинематика тормозного излучения описывается десятью инвариантами, например

$S, Y, U, U_2, V_1, V_2, M_0^2 = -P_0^2 = -(P - K - K')^2, t = -(K + K')^2, Z_2^2 = -2K_2 K', T = -2P_0 \cdot K'$. Среди них девять независимы, а десятый (пусть это T), будучи выраженным через эти девять, может принимать два значения, T^+ и T^- , в соответствии с двумя решениями квадратного уравнения

$$\Delta_5(P, P_0, K, K_2, K') = 0, \quad (I8)$$

где $\Delta_n(P_1, P_2, \dots, P_n)$ - симметричный определитель Грама, составленный из скалярных произведений векторов-аргументов.

Подобно (4), (I0), запишем R-вклад в виде

$$\sigma_R(K_1, K_2) \equiv K_1^0 K_2^0 \frac{d^4 \sigma_R}{d^3 K_1 d^3 K_2} = \frac{d}{\pi} N \frac{1}{\pi} \int t^{-2} L_{\alpha\beta}^R F_{\alpha\beta}^R \frac{d^3 K'}{K_0'}, \quad (I9)$$

$$\text{где } L_{\alpha\beta}^R = 2A(K_1^+ K_2^+ + K_1^+ K_2^+) - 4Z_1^{-1} K_1^+ K_1^+ - 4Z_2^{-1} K_2^+ K_2^+ + B \delta_{\alpha\beta} + 2L_1(K_1^+ K_1^+ + K_2^+ K_2^+) + 2L_2(K_1^+ K_2^+ + K_2^+ K_1^+) - 8m^2(Z_1 Z_2)^{-1} K_1^+ K_2^+; \quad (20)$$

$$L_{1,2} = (Y - 2m^2)(Z_1 Z_2)^{-1} - 2m^2 Z_{1,2}^{-2} + Z_{1,2}^{-1}, \quad A = L_1 + L_2, \quad (21)$$

$$B = tA - Y(Z_1^{-1} + Z_2^{-1}) - 2, \quad Z_1 = -2K_1 \cdot K' = t - Y - Z_2.$$

Адронный тензор $F_{\alpha\beta}^R$ определяется формулой (6), в которой

$$F_j \rightarrow F_j^R = F_j(S, t, M_0^2, U + T). \quad (22)$$

Подставляя (6), (20)+(22) в (I9), получаем

$$\sigma_R(K_1, K_2) = \frac{d}{\pi} N \frac{1}{\pi} \int t^{-2} \sum_{j=0}^3 T_j^R F_j^R \frac{d^3 K'}{K_0'}, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} T_0^R &= 2A(t + 2m^2) - 2(Y + 2m^2)(Z_1^{-1} + Z_2^{-1}) - 4, \\ T_1^R &= V_1 V_2 A - V_1^2 Z_1^{-1} - V_2^2 Z_2^{-1} - SB + X(V_1 L_2 + V_2 L_1) - 2m^2 X^2 (Z_1 Z_2)^{-1}, \\ T_2^R &= U_1 U_2 A - U_1^2 Z_1^{-1} - U_2^2 Z_2^{-1} - M_0^2 B + T(U_1 L_2 + U_2 L_1) - 2m^2 T^2 (Z_1 Z_2)^{-1}, \\ T_3^R &= \frac{1}{2}(U_1 V_2 + U_2 V_1)A - U_1 V_1 Z_1^{-1} - U_2 V_2 Z_2^{-1} - \frac{1}{2}(S + M_0^2 - M_0^2)B + \frac{1}{2}X(U_1 L_2 + U_2 L_1) + \\ &+ \frac{1}{2}T(V_1 L_2 + V_2 L_1) - 2m^2 X T (Z_1 Z_2)^{-1}, \quad X = -2P \cdot K' = S + t - V - M_0^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Выделение инфракрасной расходимости в σ_R проведем способом, предложенным в работе /8/. С этой целью выполним тождественное преобразование

$$\sigma_R \equiv \sigma_R^{IR} + \sigma_R - \sigma_R^{IR} \equiv \sigma_R^{IR} + \sigma_R^F, \quad (25)$$

где величина σ_R^{IR} расходится при $K' \rightarrow 0$, а σ_R^F конечна в этом пределе. σ_R^{IR} запишем в виде

$$\sigma_R^{IR}(K_1, K_2) = \sigma_0(K_1, K_2) \frac{d}{\pi} \delta_R^{IR}; \quad (26)$$

$$\delta_R^{IR} = \frac{1}{\pi} \int \chi^2 \frac{d^3 K'}{K_0'}, \quad \chi^2 = (Y - 2m^2)(Z_1 Z_2)^{-1} - m^2 Z_1^{-2} - m^2 Z_2^{-2}. \quad (27)$$

Тогда

$$\sigma_R^F(K_1, K_2) = \frac{d}{\pi} N \frac{1}{\pi} \int \sum_{j=0}^3 (t^{-2} T_j^R F_j^R - Y^{-2} \chi^2 T_j F_j) \frac{d^3 K'}{K_0'} \quad (28)$$

Вычисляя в (27) интегралы, находим, что $\delta_R^{IR} = \delta_R^A + \delta_R^S$, где

$$\delta_R^A = \int_0 \ln[(M_0^2 - (M_0^2)_{\min}) / (2\lambda \sqrt{M_0^2})], \quad (29)$$

$$\delta_R^S = \int_0 \ln 2 + \frac{1}{2}(V_1' L_{V_1} + V_2' L_{V_2}) + S_{\varphi}(Y - 2m^2, \lambda_m, V_2', V_1' - 2M_0^2, \lambda_{V_1}). \quad (30)$$

Здесь $(M_0^2)_{\min}$ - наименьшая из возможных масс конечного адронного состояния, S_{φ} - функция, определяемая равенствами (57), (58) работы /8/.

$$V_{1,2}' = V_{1,2} - Y, \quad \lambda_{V_{1,2}} = (V_{1,2}')^2 - 4m^2 M_0^2, \quad L_{V_{1,2}} = \lambda_{V_{1,2}}^{-\frac{1}{2}} \ln[(V_{1,2}' + \sqrt{\lambda_{V_{1,2}}})(V_{1,2}' - \sqrt{\lambda_{V_{1,2}}})] \quad (31)$$

Складывая (8), (I5), (26), (28), для сечения процесса (I) с учетом ЭП получаем выражение, свободное от инфракрасной расходимости:

$$\sigma(K_1, K_2) \equiv K_1^2 K_2^2 \frac{d^6 \sigma}{d^3 K_1 d^3 K_2} = \sigma_0(K_1, K_2) \left(1 + \frac{d}{\pi} \delta\right) + \sigma_V^{AM}(K_1, K_2) + \sigma_R^F(K_1, K_2), \quad (32)$$

где $\delta = \delta^A + \delta_V^0 + \delta_R^S$, а

$$\delta^A = \delta_V^A + \delta_R^A = \int_0 \ln \left[\frac{(M_0^2 - (M_f^2)_{\min})}{(2m\sqrt{M_0^2})} \right]. \quad (33)$$

Если интегрирование в σ_R^F вести в инвариантных переменных, то

$$\sigma_R^F(K_1, K_2) = \frac{1}{\pi} N \frac{1}{\pi} \int_{(M_f^2)_{\min}}^{M_0^2} dM_f^2 \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt \int_{Z_2^{\min}}^{Z_2^{\max}} \frac{dZ_2}{\sqrt{R_2}} \sum_{j=0}^3 \left\{ \frac{1}{2} t^{-2} \left[(T_j^R F_j^R)^+ + (T_j^R F_j^R)^- \right] - \gamma^2 \lambda_j^2 T_j^R F_j^R \right\} \quad (34)$$

Здесь $Z_2^{\max/\min} = \frac{1}{\lambda_V} \left\{ \gamma \Gamma (V_1 - V_2) + \frac{1}{2} (t - \gamma) [\lambda_V - V' (V_1 - V_2)] \pm Z \left[M_0^2 (t_{\max} - t) (t - t_{\min}) \right]^{1/2} [\gamma (V_1 V_2 - S\gamma) - m^2 \lambda_V] \right\}$,
 $t_{\max/\min} = \gamma + \frac{1}{2M_0^2} \Gamma (V' \pm \sqrt{\lambda_V})$, $R_2 = \lambda_V (Z_2^{\max} - Z_2) (Z_2 - Z_2^{\min})$, (35)
 $V' = V - 2\gamma$, $\lambda_V = V'^2 - 4M_0^2 \gamma$, $\Gamma = M_0^2 - M_f^2$.

Произведения $(T_j^R F_j^R)^\pm$ вычисляются при $T = T^\pm$ соответственно, где

$$T^\pm = (-B_T \pm \sqrt{B_T^2 - A_T C_T}) / A_T; \quad A_T = \Delta_3(P, K, K_2),$$

$$-B_T = \chi G \begin{pmatrix} P & K & K_2 \\ P_6 & K & K_2 \end{pmatrix} + (t - \gamma) G \begin{pmatrix} P & K & K_2 \\ P & P_6 & K_2 \end{pmatrix} + Z_2 G \begin{pmatrix} P & K & K_2 \\ P & K & P_6 \end{pmatrix},$$

$$C_T = \chi^2 \Delta_3(P_6, K, K_2) + (t - \gamma)^2 \Delta_3(P_6, P, K_2) + Z_2^2 \Delta_3(P_6, P, K) -$$

$$- 2\chi (t - \gamma) G \begin{pmatrix} P_6 & P & K_2 \\ P_6 & K & K_2 \end{pmatrix} - 2\chi Z_2 G \begin{pmatrix} P_6 & K & P \\ P_6 & K & K_2 \end{pmatrix} - 2Z_2 (t - \gamma) G \begin{pmatrix} P_6 & P & K \\ P_6 & P & K_2 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

Здесь Δ_3 и G - симметричный и несимметричный определители Грама, подробно описанные в книге /7/.

5. Приближенные формулы

Как видно из (32), (34), для вычисления ЭП по точным формулам необходимо знать четыре структурные функции F_j . Трудно себе представить, как их можно извлечь из измеряемого на опыте сечения. В связи с этим расчет ЭП даже к лептонному току стано-

вится модельно-зависимым. Кроме того, вычисление многократных интегралов, содержащихся в (34), требует больших затрат машинного времени.

Из сказанного ясно, что для того чтобы сделать расчет ЭП к процессу (I) реальной и надежно решаемой задачей, необходимо иметь хорошо и быстро работающие приближенные формулы, использующие подгонки измеренных сечений.

Получим такие формулы из точных выражений, применяя ультрарелятивистское приближение и приближение пиков /9/. Схему построения приближения пиков заимствуем из работы /10/. Основные ее черты в применении к рассматриваемому процессу - следующие.

1. Члены с Z_1^{-2} и Z_1^{-1} в подынтегральном выражении (34) дают вклад только в K_1 -пик, а члены с Z_2^{-2} и Z_2^{-1} - только в K_2 -пик.

2. Члены с $(Z_1 Z_2)^{-1}$ и члены, не содержащие Z_1 и Z_2 в знаменателе, дают вклад наполовину в K_1 -пик, наполовину в K_2 -пик.

Интегралы от перечисленных членов равны

$$J[Z_1^{-2}] = J[Z_2^{-2}] = 1/(m^2 r); \quad (37)$$

$$J[(Z_{1,2})^{-1}] = L_{V_{1,2}} \approx \frac{1}{V_{1,2}} \ln \left[(V_{1,2})^2 / (m^2 M_0^2) \right]; \quad (38)$$

$$J[(Z_1 Z_2)^{-1}] = \frac{2}{r} L_m \approx \frac{2}{r\gamma} L_m, \quad L_m = \ln(\gamma/m^2); \quad (39)$$

$$J[1] = r/M_0^2. \quad (40)$$

Здесь

$$J[A] = \frac{1}{\pi} \int dt \int \frac{dZ_2}{\sqrt{R_2}} A, \quad (41)$$

а приближения сделаны при условии, что $V_{1,2}'$, $\gamma \gg m^2$.

3. Коэффициенты при обсуждаемых в пунктах 1 и 2 членах берутся в пиках. Для $K_{1,2}$ -пиков t и T заменяются соответственно на

$$Y_{1,2} = t / |\vec{k}'_{1,2} + \vec{k}_{1,2}| \approx \gamma \chi_{1,2}, \quad T_{1,2} = T / |\vec{k}'_{1,2} + \vec{k}_{1,2}| \approx u_{1,2} (\chi_{1,2} - 1), \quad (42)$$

$$\text{где } \chi_{1,2} = 1 + y_{1,2}, \quad y_{1,2} = r/V_{1,2}'. \quad (43)$$

Здесь \approx означает, что использовано приближение $|\vec{k}_{1,2}| \approx K_{1,2}^0$.

4. В полученном после интегрирования по Z_2 и t выражении пренебрегаем нелогарифмическими членами, содержащими интеграл (40), и заменяем $\ln[(v_1' \gamma)/(m^2 M_0^2)]$ и $\ln[(v_2' \gamma)/(m^2 M_0^2)]$ на ℓ_m .

В результате применения такой схемы для σ_R^F находим

$$\sigma_R^F(K_1, K_2) = \int_{(M_0^2)_{\min}}^{M_0^2} \frac{dM_0^2}{r} \left[\frac{t_1}{X_1} \sigma_0(K_1', K_2) - t_r \sigma_0(K_1, K_2) + \frac{t_2}{X_2} \sigma_0(K_1, K_2') - t_r \sigma_0(K_1, K_2) \right], \quad (44)$$

где

$$t_{1,2} = \frac{d}{\pi} \left[\frac{1}{2} (1 + X_{1,2}^2) \ell_m - X_{1,2} \right], \quad K_{1,2}' = K_{1,2} X_{1,2}, \quad t_r = \frac{d}{\pi} (\ell_m - 1). \quad (45)$$

Оставшуюся часть ЭП получим из формул (12)+(17), (29)+(33). Выполняя приближения $V_{1,2}, \gamma \gg m^2$, имеем $\sigma_V^{AN} = 0$, а

$$\begin{aligned} \delta = & (\ell_m - 1) \ln \left[(M_0^2 - (M_0^2)_{\min})^2 / (v_1' v_2') \right] - \frac{1}{2} \ln^2 (v_1' / v_2') + \frac{13}{6} \ell_m + \\ & + \frac{2}{3} \ln \frac{\gamma}{M_0^2} - \frac{38}{9} + \phi \left[(v_1' v_2' - M_0^2 \gamma) / (v_1' v_2') \right] + \frac{\pi^2}{3}. \end{aligned} \quad (46)$$

Строго говоря, степень применимости приближенных формул можно выяснить только из сравнения расчетов по ним с вычислениями по точным формулам, что невозможно сделать в рассматриваемом случае. Однако следует принять во внимание, что работа приближения пиков детально исследовалась в расчетах ЭП к глубоконеупругому $[N^-]$ -рассеянию [9, 10]. Там было установлено, что эта аппроксимация для ЭП к сплошному спектру неприменима лишь в узкой области значений недостающей массы, близких к максимально возможному. Поскольку физическое содержание приближения пиков одинаково в любом процессе тормозного излучения ультрарелятивистскими частицами, это приближение должно не хуже работать и в обсуждаемом здесь случае, если ограничиться не слишком большими M_0^2 (скажем, $M_0^2 < 0,9 (M_0^2)_{\max}$). А именно эта область, где энергии лептонов и инвариантные массы $l^+ l^-$ -пары достаточно велики, представляет наибольший интерес для исследований.

Мы предполагаем использовать полученные общие формулы для конкретных расчетов ЭП в ряде изучаемых на опыте процессов.

В заключение выражаем благодарность А.А.Ахундову, Д.Ю.Бардину, Ю.М.Казаринову, Л.И.Липидусу и Г.И.Смирнову за обсуждение результатов работы.

Литература

1. Cristenson J.H. et al. Phys.Rev., 1973, D8, 2016; Busser F.W. et al. Phys.Lett., 1975, 56B, 482; Antipov Yu.M. et al. Phys.Lett., 1976, 60B, 309; Snyder H.D. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, 36, 1415; Binkley M. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, 571; ibid. p.574; Anderson K.J. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, 799; Hom D.C. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, 36, 1236; ibid.37,1374; Kluberg L. et al. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, 1451.
2. Herb S.W. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, 252; Innes W.R. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, 1240; Colb J.H. et al. Phys.Lett., 1977, 72B, 273.
3. Kaplan A.M. et al. Phys.Rev.Lett., 1978, 40, 435.
4. Dao E.T. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, 1388; Barger V., Phillips R.J.N. Phys.Lett., 1978, 73B, 91.
5. Drell S.D., Yan T.-M. Ann.Phys. 1971, 66, 578; Antreasyan D. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, 906.
6. Шумейко Н.М., ОИЯИ P2-8476, Дубна, 1974; ЯФ, 1975, 22, 1200.
7. Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. М., "Мир", 1975.
8. Bardin D.Yu., Shumeiko N.M. Nucl.Phys. 1977, B127, 242.
9. Mo L.W., Tsai Y.S. Rev.Mod.Phys., 1969, 41, 205.
10. Шумейко Н.М. ОИЯИ, P2-II744. Дубна, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июля 1978 года.