

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



15/1-79
P2 - 11716

СЗ46.5Г

B-676

М.К.Волков, А.А.Осипов

190/2-79

ДЛИНЫ РАССЕЯНИЯ π К-СИСТЕМЫ
В КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

1978

P2 - 11716

М.К.Волков, А.А.Осипов

ДЛИНЫ РАССЕЯНИЯ π К-СИСТЕМЫ
В КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Волков М.К., Осипов А.А.

P2 - 11716

Длины рассеяния πK -системы в киральной теории поля

В однопетлевом приближении нелинейной $SU(3) \otimes SU(3)$ квантовой киральной теории вычислена амплитуда упругого πK -рассеяния. Нарушение симметрии выбрано согласно схеме Гелл-Манна-Оакса-Ренера. При вычислении мезонных петлевых диаграмм используется суперпропагаторный метод регуляризации. Обсуждается вклад в амплитуду от барионных петлевых диаграмм. Получены длины рассеяния для всех парциальных волн. Результаты вычислений приведены в таблице. Они сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Volkov M.K., Osipov A.A.

P2 - 11716

πK -Scattering Lengths in the Quantum Chiral Field Theory

The scattering length of all partial waves of the πK system are calculated by means of the one-loop approximation of chiral quantum field theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах^{/1-4/} было показано, что использование однопетлевого приближения в квантовой киральной теории позволяет получать вполне удовлетворительные низкоэнергетические разложения для амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния. С помощью таких разложений в работе^{/4/} были вычислены длины рассеяния и параметры эффективной области всех парциальных волн $\pi\pi$ -системы. Для полноты картины представляется интересным в том же подходе вычислить длины рассеяния πK -системы, чему и посвящена настоящая работа.

Проведенные здесь расчеты показали, что, как и в случае $\pi\pi$ -системы, длины рассеяния низших парциальных волн S и P в πK -системе целиком определяются борновскими членами. Однопетлевое приближение играет ведущую роль лишь при вычислении высших парциальных волн, начиная с D -волны. Причем длины рассеяния D -волны в канале с $J=1/2$ определяются в основном вкладами барионных петель, а длины рассеяния более высоких парциальных волн - пионной петлевой диаграммой.

Во втором параграфе приводятся киральные лагранжианы, необходимые для описания процесса πK -рассеяния, и находятся амплитуды этого процесса в борновском приближении. В третьем параграфе обсуждаются вклады барионных петлевых диаграмм. В четвертом - пионных диаграмм. В пятом параграфе даны выражения для всех длин рассеяния πK -системы.

§2. ЛАГРАНЖИАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Лагранжиан, являющийся нелинейной реализацией киральной $SU(3) \times SU(3)$ симметрии для псевдоскалярного мезонного октета и октета барионов, имеет вид

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 \quad /1/$$

где \mathcal{L}_1 - лагранжиан, описывающий мезон-мезонные взаимодействия, а \mathcal{L}_2 - лагранжиан, описывающий барион-мезонные взаимодействия. Для случая экспоненциальной параметризации получаем

$$\mathcal{L}_1 = \frac{F_\pi^2}{4} \text{Sp} \{ \partial_\mu e^{i\xi} \partial_\mu e^{-i\xi} \}.$$

Здесь $F_\pi = 92 \text{ МэВ}$ - константа слабого распада пиона,

а $\xi = \frac{1}{F_\pi} \sum_{i=1}^8 \lambda_i M_i$, где λ_i - матрицы Гелл-Манна и M_i -

поля мезонов. Метрика выбрана так, что $\partial_\mu^2 = \partial_0^2 - \vec{\partial}^2$ *. В низшем порядке по константе $1/F_\pi^2$ лагранжиан \mathcal{L}_1 имеет вид

$$\tilde{\mathcal{L}}_1 = - \frac{1}{4F_\pi^2} \bar{K} K \partial_\mu \pi^i \partial_\mu \pi^i - \frac{i}{4F_\pi^2} \bar{K} \tau_i \overleftrightarrow{\partial}_\mu K \pi^a \partial_\mu \pi^b \epsilon_{iab} \quad /2/$$

При вычислении вклада от барионных диаграмм достаточно ограничиться рассмотрением низших порядков нелинейного лагранжиана \mathcal{L}_2 /см. /2'/.

$$\tilde{\mathcal{L}}_2 = L_1 + L_2 + L_3 \quad /3/$$

Здесь

* В работе /5/ приведено выражение для $SU(3) \times SU(3)$ кирально-симметричного лагранжиана в случае смешанной параметризации /экспоненциально параметризованы только пионные поля/.

$$L_1 = -2ig a_{ijk} \bar{B}_i \gamma_5 B_j M_k,$$

$$L_2 = 2 \frac{g_A^2}{M} a_{kim} a_{ljm} \bar{B}_i B_l M_j M_k,$$

$$L_3 = \frac{i}{2F_\pi^2} \bar{B}_i \gamma_\mu B_l M_j \partial^\mu M_k \{ (g_A^2 - 1) f_{ilm} f_{kjm} + \\ + g_A^2 [\frac{2}{3} a^2 (\delta_{ij} \delta_{kl} - \delta_{ik} \delta_{jl}) + 2a(1-a) f_{kjm} (f_{ilm} - id_{ilm})] \},$$

$$a_{ijk} = a d_{ijk} - i(1-a) f_{ijk}$$

$g = g_A \frac{M}{F_\pi}$; $g_A = 1,25$; M - средняя масса барионного октета; $a = \frac{2}{3}$; d_{ijk} и f_{ijk} - $SU(3)$ - коэффициенты d- и f-связи, а B_i - поля барионного октета.

Массовые члены мезонов вводятся по схеме Гелл-Манна-Оакса-Ренера /6/. В низшем порядке по $1/F_\pi^2$ получим:

$$\mathcal{L}_3 = \frac{m_K^2}{12F_\pi^2} \vec{\pi}^2 \bar{K} K + \frac{m_\pi^2}{6F_\pi^2} [\vec{\pi}^2 \bar{K} K + \dots]$$

где m_K - масса каона. При вычислении изотопически-инвариантных амплитуд πK -рассеяния будет использовано только первое слагаемое данного выражения:

$$\tilde{\mathcal{L}}_3 = \frac{m_K^2}{12F_\pi^2} \bar{K} K \pi^i \pi^i \quad /4/$$

Амплитуда рассеяния пиона на каоне имеет вид

$$\langle a, i | \hat{S} - I | \beta, j \rangle = \frac{i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_j + p_\beta - p_i - p_a)}{4(2\pi)^6 \sqrt{E_a E_\beta E_j E_i}} \times$$

$$\times [\delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} A^+(s, t, u) + i \epsilon_{ijk} (\tau_k)_{\alpha\beta} A^-(s, t, u)], \quad /5/$$

где $s = (p_j + p_\beta)^2$, $t = (p_\beta - p_\alpha)^2$, $u = (p_\beta - p_i)^2$, а I - единичная матрица. Для амплитуд в каналах с определенным изоспином имеем

$$A^{3/2}(s, t, u) = A^+(s, t, u) - A^-(s, t, u),$$

$$A^{1/2}(s, t, u) = A^+(s, t, u) + 2A^-(s, t, u).$$

Вклад в амплитуду от барионных диаграмм вычисляется обычными методами ренормируемых теорий поля. При вычислении вклада от мезонных петлевых диаграмм будет использована неполиномиальная форма кирального лагранжиана. Она необходима для построения суперпропагаторов по пионным полям. Соответствующая часть S -матрицы имеет вид

$$\hat{S} = \frac{i^2}{2!} N_M T_F^* [\int d^4x N_F \mathcal{L}_1^{(2)}(M/F)]^2,$$

где $\mathcal{L}_1^{(2)}(M/F)$ означает, что в лагранжиане \mathcal{L}_1 проведено ковариантное выделение внешних асимптотических полей (M) и внутренних (F), по которым будем производить T^* -упорядочивание. Здесь взят второй порядок по полям $M/\text{см.}^{3/}$. Такое выделение внешних полей удобно сформулировать на языке форм Картана $^{17/}$ см. Приложение 1/.

Используя лагранжианы /2/ и /4/, для амплитуд πK -рассеяния в борновском приближении получаем

$$A^+(s, t, u)/8\pi = \pi\alpha_0 \left[\bar{t} + \frac{2}{3} \left(\frac{m_K}{m_\pi} \right)^2 \right], \quad /6a/$$

$$A^-(s, t, u)/8\pi = \pi\alpha_0 (\bar{s} - \bar{u}), \quad /6b/$$

где $\alpha_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi}{4\pi F_\pi} \right)^2$, $\bar{\zeta} = \frac{\zeta}{m_\pi^2}$ ($\zeta = s, t, u$).

При вычислении длин рассеяния будем использовать формулу

$$a_\ell^I = \lim_{s \rightarrow s_0} \frac{f_\ell^I}{8\pi \sqrt{s} \vec{Q}^{2\ell}}, \quad /7/$$

где $f_\ell^I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx P_\ell(x) A^I(s, x)$ - парциальная волна в канале с изоспином I и орбитальным квантовым числом ℓ , x - косинус угла рассеяния в системе центра масс, $P_\ell(x)$ - полином Лежандра, $s_0 = (m_K + m_\pi)^2$, \vec{Q} - импульс частиц в с.ц.м.

Переменные Мандельштама можно выразить через \vec{Q} и x ,

$$s = (m_K + m_\pi)^2 + 2[\vec{Q}^2 + \sqrt{(\vec{Q}^2 + m_K^2)(\vec{Q}^2 + m_\pi^2)} - m_K m_\pi],$$

$$t = 2\vec{Q}^2(x-1),$$

$$u = (m_K - m_\pi)^2 - 2[\vec{Q}^2 x + \sqrt{(\vec{Q}^2 + m_K^2)(\vec{Q}^2 + m_\pi^2)} - m_K m_\pi].$$

Из /6/ и /7/ получаем для длин рассеяния πK -системы в борновском приближении:

$$a_0^{1/2} = 8\pi\alpha_0 \gamma \frac{(1+\gamma/12)}{\gamma+1} m_\pi^{-1} = 0,17 m_\pi^{-1},$$

$$a_0^{3/2} = -4\pi\alpha_0 \gamma \frac{(1-\gamma/12)}{\gamma+1} m_\pi^{-1} = -0,05 m_\pi^{-1},$$

$$a_1^{1/2} = 2\pi\alpha_0 \frac{1}{\gamma+1} m_\pi^{-3} = 0,01 m_\pi^{-3},$$

где $\gamma = \frac{m_K}{m_\pi}$.

§3. ВКЛАД БАРИОННЫХ ПЕТЛЕВЫХ ДИАГРАММ

В амплитуду πK -рассеяния в приближении $\frac{1}{F_\pi^4}$ дают вклады пять типов однопетлевых диаграмм.

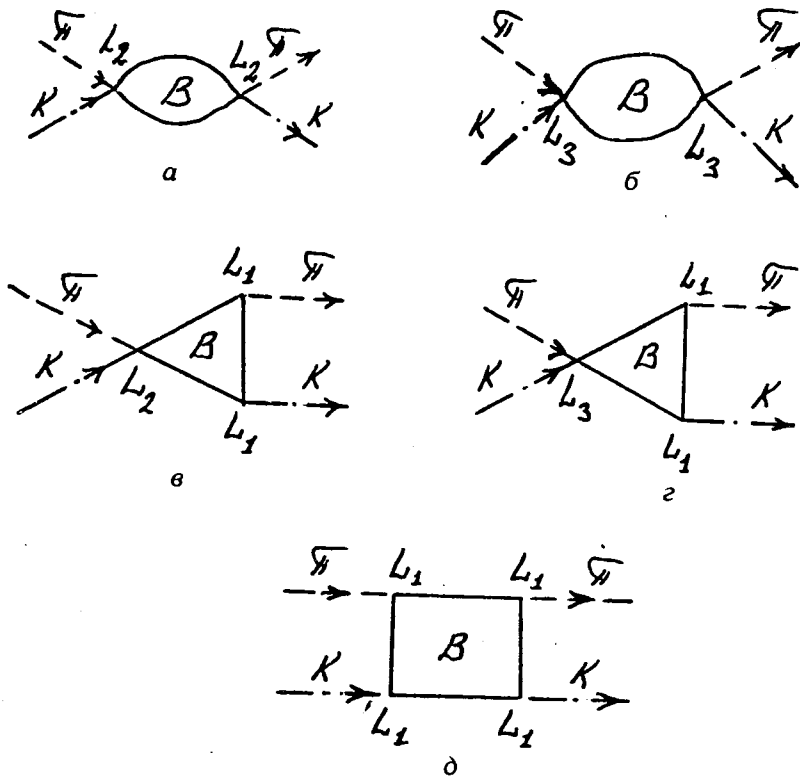


Рис. 1

Следуя работам ^{/1,2/}, вычислим только члены, пропорциональные Q^4 . Вклад в константный и квадратичный члены содержат неопределенные параметры, которые можно зафиксировать, используя низкоэнергетические теоремы алгебры токов. Эти теоремы требуют, чтобы амплитуда при низких энергиях полностью определялась борновской диаграммой /в случае $m_\pi = m_K = 0$ /. Члены более высоких степеней, чем Q^4 , будут малы по сравнению с членами Q^4 типа $(\frac{Q^4}{F_\pi}) - \frac{Q^2}{M^2}$. В приближении Q^4 все диаграммы, изображенные на рис. 1, дают конечный

вклад в амплитуду πK -рассеяния за исключением диаграмм типа 1б, где имеются две вершины с производными. При вычислении этих диаграмм возникает один неопределенный параметр (C). Вклады всех указанных диаграмм в амплитуду πK -рассеяния в предположении $m_K = m_\pi = 0$ имеют вид:

$$A_a^+ = \frac{1}{80\pi^2} \left(\frac{g_A}{F_\pi}\right)^4 \{ (s^2 + u^2) \left[\frac{11}{9} a^4 + \frac{14}{3} a^2 (1-a)^2 + 11(1-a)^4 \right] + 2t^2 \left[\frac{23}{9} a^4 + \frac{22}{3} a^2 (1-a)^2 + 7(1-a)^4 \right] \},$$

$$A_a^- = \frac{1}{80\pi^2} \left(\frac{g_A}{F_\pi}\right)^4 (s^2 - u^2) \left[\frac{a^4}{3} + 10a^2(1-a)^2 + 3(1-a)^4 \right],$$

$$A_0^+ = \frac{C}{4F_\pi^4} (2t^2 - u^2 - s^2) \{ g_A^4 \left[\frac{35}{9} a^4 + 10a^2(1-a)^2 + 3(1-a)^4 \right] - 2g_A^2 \left[\frac{5}{3} a^2 + 3(1-a)^2 \right] + 3 \},$$

$$A_0^- = \frac{3C}{4F_\pi^4} (s^2 - u^2) \{ g_A^4 \left[\frac{a^4}{3} + 10a^2(1-a)^2 + 3(1-a)^4 \right] - 2g_A^2 \left[\frac{5}{3} a^2 + 3(1-a)^2 \right] + 3 \},$$

$$A_8^\pm = -\frac{1}{3} A_a^\pm,$$

$$A_i^+ = \frac{1}{48\pi^2} \left(\frac{g_A}{F_\pi}\right)^2 (2t^2 - u^2 - s^2) \{ g_A^2 \left[\frac{35}{9} a^4 + 10a^2(1-a)^2 + 3(1-a)^4 \right] - \left[\frac{5}{3} a^2 + 3(1-a)^2 \right] \},$$

$$A_{\lambda}^{-} = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^2 (s^2 - u^2) \left\{ g_A^2 \left[\frac{\alpha^4}{3} + 10\alpha^2(1-\alpha)^2 + 3(1-\alpha)^4 \right] - \left[\frac{5}{3}\alpha^2 + 3(1-\alpha)^2 \right] \right\},$$

$$A_{\theta}^{+} = \frac{1}{240\pi^2} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^4 (s^2 + u^2) \left[\frac{31}{3}\alpha^4 + \frac{82}{3}\alpha^2(1-\alpha)^2 + 13(1-\alpha)^4 \right] - 8t^2 \left[\frac{19}{9}\alpha^4 + \frac{16}{3}\alpha^2(1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 \right],$$

$$A_{\theta}^{-} = -\frac{7}{240\pi^2} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^4 (s^2 - u^2) \left[\frac{1}{3}\alpha^4 + 10\alpha^2(1-\alpha)^2 + 3(1-\alpha)^4 \right].$$

Параметр C в наших формулах идентичен параметру C в выражении для амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния /см. работу^{12/}. В этой работе было показано, что если фиксировать параметр C из правильного положения ρ -резонанса в P -волне, то с хорошей точностью его можно считать равным нулю. С другой стороны, C можно оценить суперпропагаторным методом. В этом случае также оказывается, что вклад в амплитуду от диаграмм $1b$ весьма мал по сравнению с вкладом всех остальных диаграмм. Все это дает основания в дальнейшем пренебречь вкладом от диаграмм типа $1b$ в амплитуду πK -рассеяния.

Учет диаграмм $1g$ оказывается существенным, что особенно отчетливо видно, если рассмотреть отношение длин рассеяния с различными изотопическими спинами. Такая же ситуация имела место и в $\pi\pi$ -системе. Действительно, если учесть вклады только от диаграмм с лагранжианами без производных, мы получим:

$$a_2^{3/2} = \frac{1}{90\pi^3} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^4 \left[\frac{1}{9}\alpha^4 - \frac{2}{3}\alpha^2(1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 \right] \frac{m_{\pi}^{-1}}{\gamma+1} = 1,4 \cdot 10^{-6} m_{\pi}^{-5},$$

$$a_2^{1/2} = \frac{1}{720\pi^3} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^4 \left[\frac{17}{9}\alpha^4 + \frac{74}{3}\alpha^2(1-\alpha)^2 + 17(1-\alpha)^4 \right] \frac{m_{\pi}^{-1}}{\gamma+1} = 2,3 \cdot 10^{-4} m_{\pi}^{-5},$$

откуда

$$a_2^{1/2}/a_2^{3/2} = 1,6 \cdot 10^2.$$

Аналогичную оценку мы можем провести для $\pi\pi$ -системы /см.^{12/}:

$$a_2^{\circ}/a_2^2 = 4,2 \cdot 10^2.$$

Если теперь учесть и вклад диаграмм $1g$, то длины рассеяния будут равны

$$a_2^{3/2} = \frac{1}{180\pi^3} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^2 \left\{ g_A^2 \left[\frac{13}{9}\alpha^4 + \frac{26}{3}\alpha^2(1-\alpha)^2 + 5(1-\alpha)^4 \right] - \left[\frac{5}{3}\alpha^2 + 3(1-\alpha)^2 \right] \right\} \frac{m_{\pi}^{-1}}{\gamma+1} = 4,6 \cdot 10^{-5} m_{\pi}^{-5},$$

$$a_2^{1/2} = \frac{1}{720\pi^3} \left(\frac{g_A}{F_{\pi}}\right)^2 \left\{ 2g_A^2 \left[\frac{17}{9}\alpha^4 - \frac{38}{3}\alpha^2(1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^4 \right] + 5 \left[\frac{5}{3}\alpha^2 + 3(1-\alpha)^2 \right] \right\} \frac{m_{\pi}^{-1}}{\gamma+1} = 3,7 \cdot 10^{-4} m_{\pi}^{-5}.$$

Теперь их отношение становится равным $a_2^{1/2}/a_2^{3/2} = 8,3$, а в $\pi\pi$ -системе $a_2^{\circ}/a_2^2 = 11$.

Таким образом, видно, что учет диаграмм $1g$ больше чем на порядок увеличил значение для длины рассеяния с $I=3/2$. Значение длины рассеяния с $I=1/2$ почти не изменилось. Это связано с тем, что в канале с $I=3/2$ происходит почти полное сокращение вкладов от диаграмм $1d$, $1a$ и $1e$. В такой ситуации основную роль стали играть диаграммы типа $1g$. В канале с

$I=1/2$ таких сокращений не происходит, и здесь доминирует вклад от четырехугольных диаграмм, который на порядок выше вклада от диаграмм $1g$.

В заключение параграфа приведем выражение для амплитуды πK -рассеяния, полученное после суммирования вкладов от диаграмм $1a$, $1b$, $1g$ и $1d$:

$$A^{3/2}/16\pi = Q^4 [1,9(x-1)^2 - 1,2(x+1)^2] 10^{-3} m_\pi^{-4}, \quad /8/$$

$$A^{1/2}/8\pi = 2Q^4 [1,9(x-1)^2 + 4,6(x+1)^2] 10^{-3} m_\pi^{-4}.$$

§4. ВКЛАД МЕЗОННЫХ ПЕТЛЕВЫХ ДИАГРАММ

Имеется четыре типа однопетлевых мезонных диаграмм.

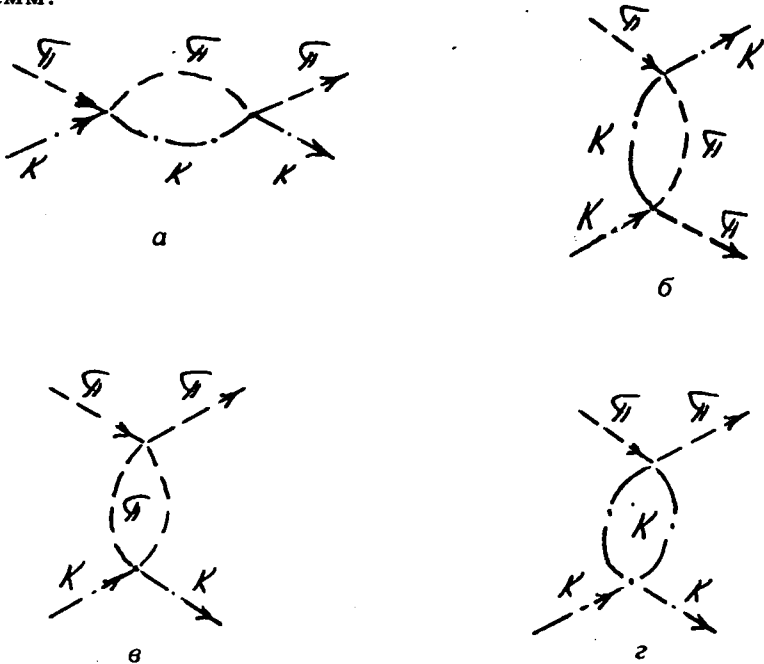


Рис. 2

Для их регуляризации использован суперпропагаторный /СП/ метод вычисления^{/8/}. Вклад диаграмм $2g$ при вычислении длин рассеяния оказывается несущественным. Учет массовых членов лагранжиана приводит к 20%-ным поправкам в амплитуде и поэтому также слабо влияет на результаты. С учетом этих замечаний выражения для амплитуд πK -рассеяния в порядке $1/F_\pi^4$ принимают вид

$$A_{\text{полн.}}^\pm(s,t,u) = A^\pm(s,t,u) \pm A^\pm(u,t,s) + A_{\pi\pi}^\pm, \quad /9/$$

где

$$A_{\pi\pi}^+ = 8\pi^2 a_0^2 (2 - \bar{t})(1 - 2\bar{t}) [a_1 + 2(1 - J(\bar{t}))] + 16\pi^2 a_0^2 (\bar{t} - 2)(\bar{t} + 1) \ln 2,$$

$$A_{\pi\pi}^- = \frac{8}{3} \pi^2 a_0^2 (\bar{s} - \bar{u}) [(a_1 + \frac{4}{3})\bar{t} + 2(\bar{t} - 4)(1 - J(\bar{t}))],$$

$$A^+(s,t,u) = 2\pi^2 a_0^2 [1 - G(\bar{s})] \{ 29(\bar{s} - \gamma^2 - 1)^2 + 12\gamma^2 +$$

$$+ 4Q^2(\bar{s}) [\bar{t} - \bar{u} - 10(\bar{s} - \gamma^2 - 1) + 4 \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{\bar{s}}] \} +$$

$$+ \pi^2 a_0^2 \{ [\bar{s}(\bar{u} - \bar{t}) - (\gamma^2 - 1)^2] [a_2 + \frac{2}{\bar{s}} (1 + \gamma^2 - \frac{4\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \ln \gamma)] +$$

$$+ (1 + \gamma^2) [3(1 + \gamma^2)a_3 + 10(\bar{s} - 1 - \gamma^2)a_4] + 19(\bar{s} - 1 - \gamma^2)^2 a_5 \},$$

$$A^-(s,t,u) = 2\pi^2 a_0^2 [1 - G(\bar{s})] \{ 13(\bar{s} - \gamma^2 - 1)^2 + 12\gamma^2 +$$

$$+ 4Q^2(\bar{s}) [\bar{t} - \bar{u} - 10(\bar{s} - \gamma^2 - 1) + 4 \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{\bar{s}}] \} +$$

$$+ \pi^2 \alpha_0^2 \{ [\bar{s}(\bar{u}-\bar{t}) - (\gamma^2 - 1)^2] [a_2 + \frac{2}{\bar{s}}(1 + \gamma^2 - \frac{4\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \ln \gamma)] +$$

$$+ (1 + \gamma^2) [3(1 + \gamma^2)a_3 + 10(\bar{s} - 1 - \gamma^2)a_4] + 3(\bar{s} - 1 - \gamma^2)^2 a_6 \},$$

$$a_1 = 2 \ln \frac{2\pi F_\pi}{m_\pi} - 3C + \frac{1}{6};$$

$$a_2 = -a_1 - 2 + \ln \frac{\gamma}{4} - \frac{4\gamma^2}{(\gamma^2 - 1)^2} (1 - \frac{\gamma^2 + 1}{\gamma^2 - 1} \ln \gamma);$$

$$a_3 = a_1 + \frac{1}{2} + 4 \ln 2 + \frac{2\gamma^2}{1 - \gamma^2} \ln \gamma;$$

$$a_4 = a_1 + 1 + \frac{7}{5} \ln 2 + \frac{2\gamma^2}{1 - \gamma^2} \ln \gamma;$$

$$a_5 = a_1 + \frac{3}{2} - \frac{10}{19} \ln 2 + \frac{2\gamma^2}{1 - \gamma^2} \ln \gamma;$$

$$a_6 = a_1 + \frac{3}{2} - \frac{10}{3} \ln 2 + \frac{2\gamma^2}{1 - \gamma^2} \ln \gamma;$$

$$\gamma = \frac{m_K}{m_\pi}, \quad Q(\bar{s}) = \frac{\bar{s}}{4} [1 - 2 \frac{\gamma^2 + 1}{\bar{s}} + \frac{(\gamma^2 - 1)^2}{\bar{s}^2}].$$

Шесть неизвестных параметров, a_1, \dots, a_6 , зафиксированы благодаря использованию суперпропагаторного метода.

Функции $G(\bar{s})$ и $J(\bar{t})$ имеют вид

$$G(\bar{s}) = 1 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\bar{s}^{-k}}{k} \int_0^1 dx \left[\frac{x(1-x)}{1 - \gamma^2 x} \right]^k,$$

$$J(\bar{t}) = 1 - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \bar{t}^{-k} \frac{\Gamma(k)\Gamma(k+1)}{\Gamma(2k+2)}.$$

Детали вычислений для пионной диаграммы $2e$ приведены в *Приложении 2*.

§5. ДЛИНЫ РАССЕЯНИЯ

Анализ полученной амплитуды рассеяния показывает, что вклад мезонных петлевых диаграмм в s - и $p(l=1/2)$ -волны мал по сравнению с борновским приближением. Вклад от диаграммы $2z$ для всех длин рассеяния незначителен. Длина рассеяния $a_1^{3/2}$ в основном определяется диаграммой $2e$. Для d^1 -волн оказывается важным учет барионных петель. Начиная с l -волны длины рассеяния почти полностью определяются вкладом только от одной диаграммы $2e$. Диаграмма $2b$ для $l=3$ вносит 30% поправки в этот результат. С ростом l ее вклад уменьшается. Учитывая это, можно с достаточной степенью точности для длин рассеяния с $l \geq 3$ пользоваться формулами, полученными из диаграммы $2e$:

$$a_{l \geq 3}^{1/2} = Z_l [7l^2 + 4(5l + 3) + 8\gamma(l - 2)] m_\pi^{-2l - 1},$$

$$a_{l \geq 3}^{3/2} = Z_l [7l^2 + 2(4l + 3) - 4\gamma(l - 2)] m_\pi^{-2l - 1},$$

$$Z_l = \pi \alpha_0^2 2^{2l+1} \frac{\Gamma^3(l+1)\Gamma(l-2)}{\Gamma^2(2l+2)(\gamma+1)}.$$

Таблица

	Борн. вклад	Пионная петля	Другие петли	Барионы	Эксперимент	Теория (полные вклады)
$a_0^{1/2}$	0.17	-5.5×10^{-6}	0.04		$0.33^{+0.01}$	0.21
$a_0^{3/2}$	-0.05	-5.5×10^{-6}	0.01		$-0.14^{+0.01}$	-0.04
$a_1^{3/2}$	0.01	2.6×10^{-4}	8.2×10^{-4}			0.011
$a_1^{1/2}$		-4.0×10^{-4}				-4.0×10^{-4}
$a_1^{1/4}$		1.0×10^{-4}		3.7×10^{-4}		4.7×10^{-4}
$a_1^{3/4}$		3.5×10^{-5}		4.6×10^{-5}		8.1×10^{-5}
$a_3^{1/2}$		6.2×10^{-6}				6.2×10^{-6}
$a_3^{3/2}$		3.0×10^{-6}				3.0×10^{-6}

§6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Длины рассеяния для s-волн, полученные в работе, значительно меньше наблюдаемых в эксперименте^{/9/}. Этот результат существенно зависит от выбора лагранжиана, нарушающего исходную киральную симметрию. Мы придерживались схемы Гелл-Манна-Оакса-Ренера. Это связано с тем, что последняя хорошо себя зарекомендовала как при описании всех масс мезонного октета, так и в других расчетах низкоэнергетических процессов мезонной физики /например, объяснение распада $\eta \rightarrow 3\pi^{10/}$. Учет масс π - и K-мезонов при вычислении вклада от барионных петель не может существенно повлиять на полученный в борновском приближении результат в силу самой идеологии развиваемой теории возмущений.

Основной результат проведенных исследований заключается в анализе относительных вкладов петлевых диаграмм в длины рассеяния, начиная с d-волны и выше. Для этих волн борновское приближение никакой информации о длинах рассеяния не дает. Эта информация содержится в следующем - однопетлевом приближении. Оказалось, что здесь доминирующим является вклад от пионной петли. Ее учет дает возможность получить простые выражения для длин рассеяния с орбитальным моментом $l \geq 3$. Отметим, что результаты вычисления длин волн, начиная с f-волны, совершенно не зависят от используемого при вычислениях метода регуляризации. Все результаты собраны в приведенной здесь таблице.

В заключение авторы выражают благодарность Д.И.Блохинцеву за постоянное внимание к работе, В.Н.Первушину и Ю.В.Парфенову - за полезные дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Лагранжиан \mathcal{L}_1 можно представить в виде

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} \bar{\omega}_\mu^i \bar{\omega}_\mu^i \quad (F_\pi = 1).$$

Ковариантное разделение полей на внешние (M) и внутренние (F) тогда формулируется следующим образом /см. работу /7/ /:

$$\bar{\omega}^i = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (m_F^n)_\ell^i \left[\frac{\omega^\ell}{(2n)!} + \frac{(DF)^\ell}{(2n+1)!} \right],$$

где

$$(DF)^\ell = \partial F^\ell + f_{\ell k \beta} F^k \theta^\beta,$$

$$\theta^\beta = \frac{1}{2} f_{\beta \ell k} M^\ell \partial M^k + O(M^4),$$

$$(m_F^0)_k^i = \delta_{ik}, \quad (m_F)_{k}^i = -f_{i\ell m} f_{mj k} F^\ell F^j.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1^{(2)}(M/F) &= \frac{1}{2} \partial_\mu M^\ell \partial_\mu M^k \sum_{n, \bar{n}=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+\bar{n}}}{(2n)!(2\bar{n})!} (m_F^n)_\ell^i (m_F^{\bar{n}})_k^i + \\ &+ \frac{1}{2} M^m \partial_\mu M^j f_{\gamma k \beta} f_{\beta m j} F^k \partial_\mu F^\ell \sum_{n, \bar{n}=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+\bar{n}}}{(2n+1)!(2\bar{n}+1)!} (m_F^n)_\ell^i (m_F^{\bar{n}})_\gamma^i. \end{aligned}$$

В данном выражении можно явно выделить пионные и каонные поля. При этом будем придерживаться следующих обозначений: π - внешнее пионное поле, K - внешнее каонное поле, Γ - внутреннее пионное поле, H - внутреннее каонное поле.

В итоге получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s^{(2)}(\pi/\Gamma) &= \frac{-1}{2F_\pi^2} \partial_\mu \pi^\ell \partial_\mu \pi^k (\Gamma^k \Gamma^\ell - \Gamma^2 \delta_{k\ell}) \times \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+1} (-1)^n}{F_\pi^{2n} (2n+2)!} \Gamma^{2n}, \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_a^{(2)}(\pi/\Gamma) = \frac{1}{2F_\pi^2} \pi^m \partial_\mu \pi^k \Gamma^k \partial_\mu \Gamma^m \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+1} (-1)^n}{F_\pi^{2n} (2n+2)!} \Gamma^{2n},$$

$$\mathcal{L}_s^{(2)}(K/\Gamma) = -\frac{1}{4F_\pi^2} \partial_\mu \bar{K} \partial_\mu K \Gamma^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{F_\pi^{2n} (2n+2)!} \Gamma^{2n},$$

$$\mathcal{L}_a^{(2)}(K/\Gamma) = \frac{-i}{4F_\pi^2} (\bar{K} \partial_\mu \tau_\beta K) \epsilon_{\beta\gamma k} \Gamma^k \partial_\mu \Gamma^\gamma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+1} (-1)^n}{F_\pi^{2n} (2n+2)!} \Gamma^{2n},$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s^{(2)}(\pi K/H\Gamma) &= \frac{1}{4F_\pi^2} \partial_\mu \pi^\ell \partial_\mu K^k \Gamma^m H^n \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{F_\pi^{2n} (2n+2)!} \Gamma^{2n} \times \\ &\times \{ \delta_{kn} \delta_{m\ell} + 2\epsilon_{\ell m \beta} f_{\beta nk} (4^{n+1} - 1) \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_a^{(2)}(\pi K/H\Gamma) &= \frac{1}{2F_\pi^2} (K^m \partial_\mu \pi^j) f_{\gamma k \beta} f_{\beta m j} \Gamma^k \partial_\mu H^\gamma \times \\ &\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{F_\pi^{2n} (2n+2)!} \Gamma^{2n}. \end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Определим вклад от диаграммы 2в в амплитуду рассеяния /9/. \hat{S} - оператор, после выполнения T^* -упорядочивания по Вику, можно представить в виде суммы

$$\hat{S} = \hat{S}_{a.a.} + \hat{S}_{s.s.},$$

где

$$\begin{aligned} \hat{S}_{s.s.} &= \frac{1}{2F_\pi^4} \int dx_1 dx_2 N_{\pi K} (\partial_\mu \pi_1^\ell \partial_\mu \pi_1^\ell \partial_\nu \bar{K}_2 \partial_\nu K_2) \times \\ &\times \Delta_{\pi n=0}^2 \sum_{n=0}^{\infty} [-i \Delta_\pi]^{2n} \frac{4^{n+1} (2n+3)}{6F_\pi^{4n} (2n+2)!}, \end{aligned}$$

$$\hat{S}_{a.a.} = \frac{i}{8F_{\pi}^4} \int dx_1 dx_2 N_{\pi K}(\pi_1^{\ell\leftrightarrow} \partial_{\mu} \pi_1^{\gamma}) (\bar{K}_2^{\leftrightarrow} \partial_{\nu} \tau_{\beta} K_2) \epsilon_{\beta\gamma\ell} \times$$

$$\times (\partial_{\mu}^{(x_1)} \Delta_{\pi} \partial_{\nu}^{(x_2)} \Delta_{\pi} - \Delta_{\pi} \partial_{\mu}^{(x_1)} \partial_{\nu}^{(x_2)} \Delta_{\pi}) \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} [-i\Delta_{\pi}]^{2n} \frac{4^{2n+1} (2n+3)}{6F_{\pi}^{4n} (n+1)(2n+2)!},$$

$\pi_1^{\ell} = \pi^{\ell}(x_1)$ ($\ell = 1, 2, 3$), $\Delta_{\pi}(x)$ - пропагатор свободного пионного поля.

Так как нас интересует только однопетлевое приближение ($n=0$), то при переходе к импульсному пространству можно использовать форму массивных свободных пропагаторов лишь для выражений, стоящих в круглых скобках. Остальные пропагаторы для простоты берутся в безмассовой форме ^{/3,8/}. Согласно ^{/5/} получим

$$S_{s.s.}^{+} = \frac{-i}{4F_{\pi}^4} (2m_K^2 - t)(2m_{\pi}^2 - t) \int dx e^{ix(p_2 - p_1)} \Delta_{\pi}^2(x) \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} (-i\Delta_0)^{2n} \frac{2^{2n+1} (2n+3)}{3F_{\pi}^{4n} \Gamma(2n+3)},$$

$$S_{s.s.}^{-} = \frac{i}{4F_{\pi}^4} (k_1 + k_2)_{\nu} (p_1 + p_2)_{\mu} \int dx e^{ix(p_2 - p_1)} \times$$

$$\times (\partial_{\mu} \Delta_{\pi} \partial_{\nu} \Delta_{\pi} - \Delta_{\pi} \partial_{\mu} \partial_{\nu} \Delta_{\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} (-i\Delta_0)^{2n} \frac{4^{2n+1} (2n+3)}{6F_{\pi}^{4n} (n+1)(2n+2)!}.$$

Однопетлевой вклад этих суперпропагаторов равен

$$A^{+} = \frac{(2m_K^2 - t)(2m_{\pi}^2 - t)}{(8\pi F_{\pi}^2)^2} \left[2 \ln \frac{2\pi F_{\pi}}{m_{\pi}} - 3C + \frac{13}{6} + \ln 2 - 2J(t) \right],$$

$$A^{-} = \frac{m_{\pi}^2 (s-u)}{3(8\pi F_{\pi}^2)^2} \left\{ \frac{t}{2m_{\pi}^2} \left(2 \ln \frac{2\pi F_{\pi}}{m_{\pi}} - 3C + \frac{5}{6} \right) + \left(4 - \frac{t}{m_{\pi}^2} \right) J(t) + \frac{4t}{3m_{\pi}^2} - 4 \right\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Lehmann H., Trute H. *Nucl. Phys.*, 1973, B52, p.280; *Lehmann H. Phys.Lett.*, 1972, 41B, p.529.
2. Ecker G., Honerkamp J. *Nucl. Phys.*, 1973, B62, p.509.
3. Волков М.К., Первушин В.Н. *ЯФ*, 1974, 20, с.762.
4. Volkov M.K., Pervushin V.N. *Nuovo Cimento*, 1975, 27A, p.277.
5. Gürsey F., Serdaroglu M. *Nuovo Cimento*, 1974, 7A, p.584; 1972, 9A, p.263.
6. Gell-Mann M., Oakes R.J., Renner B. *Phys.Rev.*, 1968, 175, p.2195.
7. Первушин В.Н. *ТМФ*, 1975, 22, с.291.
8. Volkov M.K. *Ann.Phys.*, 1968, 49, p. 202; *Волков М.К. ТМФ*, 1971, 6, с.21.
9. Carnegie R.K. e.a. *SLAC-PUB-1886, Stanford, 1977; SLAC-PUB-2004, Stanford, 1977.*
10. Oakes R.J. *Phys.Lett.*, 1969, 30B, p.262.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июля 1978 года.