

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С324.16

P2 - 11709

P-422

4671/2-78

К.В.Рерих

ОЦЕНКА МАССЫ W -БОЗОНА
НА ОСНОВАНИИ ДАННЫХ
ПО НЕЙТРИННЫМ СЕЧЕНИЯМ

1978

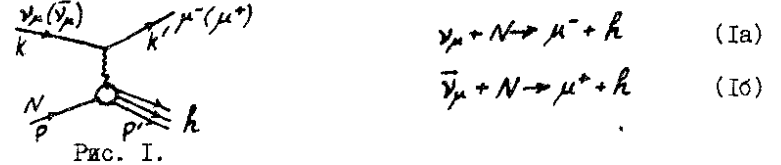
P2 - 11709

К.В.Рерих

ОЦЕНКА МАССЫ W -БОЗОНА
НА ОСНОВАНИИ ДАННЫХ
ПО НЕЙТРИННЫМ СЕЧЕНИЯМ

I. Введение

Последние экспериментальные (эксп) данные по полным сечениям глубоконеупругих нейтринных процессов



вновь привлекают внимание к вопросу о скрытом проявлении в их энергетической зависимости существования промежуточных W -бозонов и возможности косвенным путем определить их массу.

Как хорошо известно^{1/} (см. также обзор^{2/}), в партонной модели сечения процессов (Ia) и (Iб) линейно зависят от энергии нейтрино, а учет пропагатора W -бозона (см. рис. I) приводит к отклонению от линейной зависимости в сторону уменьшения^{3/}, существенному при $\frac{2E_\nu m_p}{m_W^2} > 1$. Последние данные^{6-7/} указывают на явное отклонение от линейности в (Ia) в сторону уменьшения. Для сечения (Iб), напротив, наблюдается некоторое превышение над линейным ростом (см. рис. 3).

В ряде работ наблюдаемые особенности поведения $\sigma_{tot}^{\nu N}$ и $\sigma_{tot}^{\bar{\nu} N}$ было предложено интерпретировать как проявление нарушения скейлинга, рождения новых кварков и т.д. Мы не собираемся обсуждать механизм, ответственный за указанные особенности в энергетической зависимости сечений в наблюдаемой области ($E_{\nu(\bar{\nu})} < 200$ ГэВ). Вместо этого, следуя работе^{8/}, мы предлагаем феноменологическую параметризацию эксп. сечений $\sigma_{tot}^{\nu N}$ и $\sigma_{tot}^{\bar{\nu} N}$ и определяем численные значения вводимых параметров. Далее делается предположение, что в области более высоких энергий ($E_\nu \approx 1$ ТэВ) основным фактором, определяющим энергетическую зависимость сечения, является конечная масса W -бозона. Мы экстраполируем эмпирическую подгоночную формулу для сечений в область энергий порядка 600-900 ГэВ и требуем, чтобы в этой области она гладко "сшивалась" с результатами кварк-партонного подхода, учитывающего пропагатор W -бозона. Вычисления были выполнены с кварковыми структурными функциями $q(x)$ и $\bar{q}(x)$, взятыми из работы^{9/}. Из условия гладкого сшивания двух представлений для нейтринных сечений в области высоких энергий мы получаем оценку на массу W -бозона.

Рерих К.В.

P2 - 11709

Оценка массы W -бозона на основании данных по нейтринным сечениям

Предложена параметризация полных сечений глубоконеупругих нейтринных процессов $\nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) + N \rightarrow \mu^\pm (\mu^\mp) + h$ и на этой основе достигнуто хорошее описание экспериментальных данных для $E_\nu < 200$ ГэВ. Сделано предположение, что в области более высоких энергий ($E_\nu \lesssim 1$ ГэВ) основным фактором, определяющим энергетическую зависимость сечения, является конечная масса W -бозона. Полученная параметризация для сечений экстраполирована в область энергий 600-900 ГэВ и потребовано, чтобы она в этой области "сшивалась" с формулой, полученной в рамках кварк-партонного подхода, учитывающего пропагатор W -бозона. Из условия сшивания двух представлений для нейтринных сечений в области высоких энергий получена оценка массы W -бозона.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

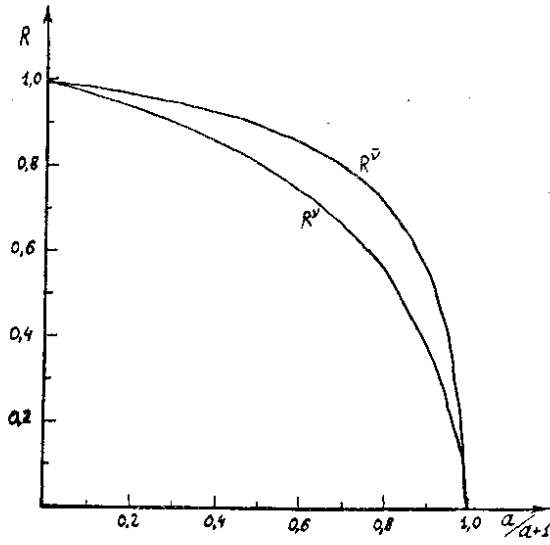


Рис.2

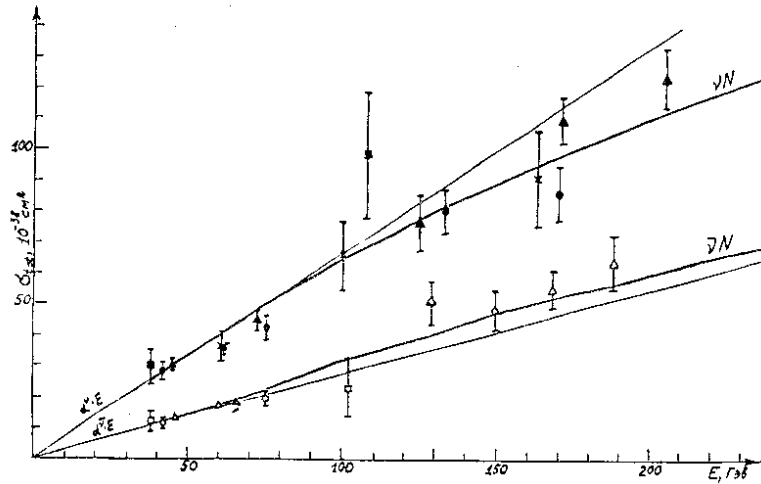


Рис.3

Полные сечения σ_{tot}^{vN} и σ_{tot}^N . Экспериментальные данные взяты из работ: \times - [4], \blacksquare, \square - [5], \bullet, \circ - [6], $\blacktriangle, \triangle$ - [7].

2. Учет пропагатора W - бозона

Как известно, в кварковой партонной модели дифференциальные сечения $\frac{d\sigma}{dx dy}$ процессов (1a) и (1б), усредненные по p и n , в пренебрежении малым вкладом странных кварков описываются следующими формулами:

$$\frac{d\sigma^{vN}}{dx dy} = \sigma_0 [q(x) + (1-y)^2 \bar{q}(x)] \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma^{\bar{v}N}}{dx dy} = \sigma_0 [(1-y)^2 q(x) + \bar{q}(x)],$$

где

$$\sigma_0 = \frac{4}{\pi} M E \approx 1,5 \cdot 10^{-38} \frac{cm^2}{mb} \cdot E,$$

$$x = -\frac{q^2}{2(pq)}, \quad y = \frac{(pq)}{E \cdot M},$$

а

$$q(x) = x(u(x) + d(x)), \quad \bar{q}(x) = x(\bar{u}(x) + \bar{d}(x)).$$

Учет пропагатора W - бозона сводится к умножению правых частей (2) на фактор

$$\frac{1}{(1 - \frac{q^2}{m_w^2})^2}, \quad \text{где } q^2 = -2EM \cdot x \cdot y.$$

Интегрируя (2) по x и y с учетом пропагатора W - бозона, получим

$$\sigma_{tot}^{vN} = \sigma_0 \int_0^1 dx \left(q(x) \frac{1}{1+ax} + \bar{q}(x) \frac{(ax)^2 + 2(ax) - 2(1+ax)\ln(1+ax)}{(ax)^3} \right) \quad (3)$$

$$\sigma_{tot}^{\bar{v}N} = \sigma_0 \int_0^1 dx \left(q(x) \frac{(ax)^2 + 2(ax) - 2(1+ax)\ln(1+ax)}{(ax)^3} + \bar{q}(x) \frac{1}{1+ax} \right),$$

где

$$a = \frac{2EM}{m_w^2}. \quad (4)$$

Используя параметризации $u(x)$, $d(x)$, $\bar{u}(x)$ и $\bar{d}(x)$ из [9] (см. табл. № 4), хорошо описывающие совокупность эксп. данных, и преобразуя к удобному для нас виду, получим:

$$q(x) = (1-x)^3 \cdot \left(\sum_{k=0}^4 C_k (1-x)^k + \sqrt{x} \sum_{k=0}^4 d_k (1-x)^k \right) \\ \bar{q}(x) = a_1 x^2 (1-x)^2 + a_2 x (1-x)^2. \quad (5)$$

Параметры C_k и d_k приведены в таблице I. Проводя интегрирование в (3) с учетом (4), (5) и табл. I, получаем (см. рис.2):

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{YN} &= 0,663 \cdot 10^{-38} \frac{cm^2}{F_{38}} \cdot E \cdot R^Y(a) \\ \sigma_{tot}^{VN} &= 0,27 \cdot 10^{-38} \frac{cm^2}{F_{38}} \cdot E \cdot R^V(a). \end{aligned} \quad (6)$$

Таблица I.

K	0	I	2	3	4
C_K	464,386	-1142,66	876,166	-175,984	-21,568
d_K	-462,217	910,82	-467,742	13,712	7,904

$$\begin{aligned} R^Y(a) &= 1 + \left[\frac{1}{2} \cdot 0,17 \cdot \frac{1}{2} \left({}_2F_2(1,1,2; 3,4; -a) - 1 \right) + \frac{1}{12} \left({}_2F_2(1,1,2; 12,4; -a) - 1 \right) \right] - \\ &\quad - \sum_{k=1}^5 \frac{C_{k-1}}{(k+4)(k+3)} \cdot \frac{a}{a+1} \cdot F(1, k+3, k+5; \frac{a}{1+a}) - \\ &\quad - \sum_{k=1}^5 \frac{d_{k-1} \cdot (k+2)! \cdot 2^{-k}}{(2k+3)!} \cdot \frac{a}{a+1} \cdot F(1, k+3, k+5; \frac{a}{1+a}) \cdot \frac{1}{0,44198} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R^V(a) &= 1 + \left[-0,17 \cdot \frac{a}{1+a} \cdot \left(\frac{1}{2} F(1,8,10; \frac{a}{1+a}) + \frac{1}{132} F(2,11,13; \frac{a}{1+a}) \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^5 \left\{ C_{k-1} \frac{1}{3 \cdot (k+3)} \left[{}_2F_2(1,1,2; k+4,4; -a) - 1 \right] + d_{k-1} \frac{(k+2)! \cdot 2^{-(k+3)}}{3 \cdot (2k+7)!} \cdot \right. \right. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\left. \left. \cdot \left[{}_2F_2\left(\frac{3}{2}, 1,2; k+4\frac{1}{2}, 4; -a\right) - 1 \right] \right\} \right] \cdot \frac{1}{0,17936}.$$

В Приложении даны формулы, выражающие гипергеометрические функции в (7) через элементарные функции и функции, для которой получены быстро сходящиеся разложения в ряд при $a \leq 1$ и $a \geq 1$.

При $a \rightarrow 0$ формулы (6) переходят в:

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{YN} &= \alpha^Y \cdot E = 0,663 \cdot 10^{-38} \frac{cm^2}{F_{38}} \cdot E \\ \sigma_{tot}^{VN} &= \alpha^V \cdot E = 0,27 \cdot 10^{-38} \frac{cm^2}{F_{38}} \cdot E \end{aligned} \quad (8)$$

Обратимся теперь к анализу эксп. данных и выбору параметризации для описания σ_{tot} при средних и высоких энергиях.

3. Выбор параметризации

Как известно, аналитические свойства амплитуд рассеяния при высоких энергиях значительно усложняются: к алгебраической точ-

ке ветвления первого порядка на упругом пороге добавляются точки ветвления от неупругих порогов, число которых быстро растет с ростом энергии налетающей частицы, что приводит к существенной особенности в бесконечно-удаленной точке по энергии. Предполагая, что характер этой особенности логарифмический, авторы^{1/8/} получают хорошее описание эксп. данных по полным сечениям адрон-адронных процессов в широкой области энергий $10 \leq E \leq 1000$ ГэВ.

Мы полагаем, что подобная ситуация имеет место и в глубоко-неупругих нейтринных процессах. Поэтому будем описывать энергетическую зависимость σ_{tot}^{YN} и σ_{tot}^{VN} следующим образом:

$$\sigma_{tot}^{Y,V} = \sigma_0^{Y,V} + \beta^{Y,V} \cdot \ln \frac{E}{E_0} + c^{Y,V} \left(\ln \frac{E}{E_0} \right)^2 + \dots \quad (9)$$

Как показывает анализ эксп. данных, в (9) достаточно ограничиться квадратичными членами по $\ln \frac{E}{E_0}$. Эксп. данные по σ_{tot} при низких энергиях^{1/12/} ($E < 10$ ГэВ) хорошо описываются (8). Поэтому зависимости (9) мы "сошьем" с (8), требуя непрерывности функции и ее первой производной в точке сшивания E_1 .

Имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{Y,V}(E_1) &= \alpha^{Y,V} \cdot E_1 = \sigma_0^{Y,V} + \beta^{Y,V} \cdot \ln \frac{E_1}{E_0} + c^{Y,V} \left(\ln \frac{E_1}{E_0} \right)^2 \\ \sigma_{tot}^{Y,V}(E_1) &= \alpha^{Y,V} = \frac{\beta^{Y,V}}{E_1} + 2 \frac{c^{Y,V}}{E_1} \cdot \ln \frac{E_1}{E_0}. \end{aligned} \quad (10)$$

Выражая из (10) β и c через σ_0 и подставляя в (9), получаем:

$$\sigma_{tot}^{Y,V} = \sigma_0 \left(\frac{\ln \frac{E}{E_1}}{\ln \frac{E_1}{E_0}} \right)^2 + \alpha^{Y,V} \cdot E_1 \left[(1 + \ln \frac{E}{E_1}) - (1 + \ln \frac{E_0}{E_1}) \left(\frac{\ln \frac{E}{E_1}}{\ln \frac{E_1}{E_0}} \right)^2 \right] \quad (11)$$

Поскольку вариация параметра E_0 не меняет энергетической зависимости, мы фиксируем его равным 150 ГэВ. Параметр E_1 берем равным 38 ГэВ - границе, с которой начинаются эксп. данные в области средних энергий. Оставшийся свободным, параметр $\sigma_0^{Y,V}$ мы определяем по методу наименьших квадратов, описывая эксп. данные (см. рис. 3) формулой (11). Результаты приведены в табл. 2^{X)}

X) Точка на рис. 3 при $E = 61,3$ ГэВ, отмеченная знаком \blacktriangle , была исключена из анализа, так как ее вклад в χ^2 порядка 60%.

Таблица 2.
 Параметр σ_0 (в 10^{-38} см²) и отношение χ^2 к числу степеней свободы ($E_0 = 150$ ГэВ, $E_1 = 38$ ГэВ)

	σ_0	χ^2/N_D
νN	$88,98 \pm 3,07$	13,6/13
$\bar{\nu} N$	$46,42 \pm 2,52$	9,1/10

Вычисляя по формуле (II) с полученными значениями параметра $\sigma_0^{\nu\bar{\nu}}$ отношения

$$R^{\nu\bar{\nu}}(E_i) = \frac{\sigma_{tot}^{\nu\bar{\nu}}(E_i)}{\alpha^{\nu\bar{\nu}} \cdot E_i}$$

для значений $E = 600, 700, 800$ и 900 ГэВ и требуя совпадения с (7), мы численно находим с помощью ЭВМ корни a_i уравнения

$$R^{\nu\bar{\nu}}(a) = R^{\nu\bar{\nu}}(E_i). \quad (12)$$

Из полученных значений Q_i , связанных с E_i и m_w^2 формулой (4), мы получаем значения массы W -бозона. Результаты приведены в таблицах 3 и 4.

Приведенные ошибки происходят из ошибок параметров $\sigma_0^{\nu\bar{\nu}}$ из табл. 2. Как видно, значения m_w слабо зависят от точки сшивания E_i и в пределах ошибки значения m_w , полученные из $\sigma_{tot}^{\nu\bar{\nu}}$ и $\sigma_{tot}^{\nu N}$, совпадают.

Таблица 3.

E_i	$R^{\nu\bar{\nu}}$	a	m_w
600	$0,54 \pm 0,091$	$4,3 \pm 0,62$	$16,2 \pm 1,17$
700	$0,496 \pm 0,03$	$5,154 \pm 0,72$	$16,0 \pm 1,12$
800	$0,463 \pm 0,029$	$5,993 \pm 0,83$	$15,84 \pm 1,1$
900	$0,436 \pm 0,027$	$6,813 \pm 0,86$	$15,75 \pm 1,0$

Таблица 4.

E_i	$R^{\nu\bar{\nu}}$	a	m_w
600	$0,788 \pm 0,063$	$2,51 \pm 1,05$	$21,2 \pm 4,4$
700	$0,738 \pm 0,06$	$3,44 \pm 1,19$	$19,5 \pm 3,4$
800	$0,695 \pm 0,058$	$4,41 \pm 1,46$	$18,5 \pm 3,1$
900	$0,658 \pm 0,055$	$5,36 \pm 1,62$	$17,8 \pm 2,7$

Как видно из приведенных результатов, предсказания для массы W -бозона из $\sigma_{tot}^{\nu\bar{\nu}}$ (табл. 3) получаются более жесткими, чем в табл. 4. Поэтому для массы W -бозона мы получаем оценку $m_w = 16 \pm 1$ (ГэВ).

4. Заключение

Выше было получено хорошее описание эксп. данных по полным сечениям процессов (Ia) и (Iб). Экстраполируя эмпирическую формулу (II) с параметрами σ_0 из табл. 2 в область энергий $E \sim 600 + 900$ ГэВ и "сшивая" ее при 4 значениях E с формулой (6), полученной на основе кварк-партонового подхода с учетом пропагатора W -бозона, получаем следующую оценку на массу W -бозона: $m_w = 16 \pm 1$ ГэВ. Однако при получении формулы (6) мы не учитывали нарушения скейлинга в кварковых структурных функциях. Учет зависимости от q^2 в $q(x)$ и $\bar{q}(x)$ приведет к увеличению оценки на m_w , так, что $m_w > 16$ ГэВ.

Автор благодарен В.А. Мещерякову за стимулирующие дискуссии и поддержку, С.М. Биленькому, С.Б. Герасимову, В.И. Журавлеву, М.Д. Матееву за полезные обсуждения.

Приложение

С помощью рекуррентных соотношений для гипергеометрических функций ${}_2F_1 \equiv F(a, b, c; z)$ (см. /10/ стр. III-II2) и ${}_3F_2(a, b, c; d, e; z)$ (см. /11/, стр. 80-85) можно выразить входящие в (7) гипергеометрические функции через элементарные и функцию ${}_2F_2(1, 1, 1; 2, 2; -a)$, для которой мы находим ее представление в виде быстроходящихся рядов по степеням $a/a+1$ (для $a \leq 1$) и по степеням $1/a+1$ (для $a > 1$). Ниже приведем окончательные формулы без выкладок.

$$F(1, m, m+2; z) = \frac{m(m+1)}{2 \cdot z^{m-1}} [F(1, 1, 3; z) - \sum_{k=0}^{m-2} \frac{2}{(k+1)(k+2)} z^k] \quad (П.1)$$

$$F(1, m, m+\frac{5}{2}; z) = \frac{(2m+3)!}{5!! 2^{m-1}(m-1)! z^{m-1}} [F(1, 1, \frac{7}{2}; z) - \sum_{k=0}^{m-2} \frac{k! 2^k 5!!}{(2k+5)!} z^k], \quad (П.2)$$

где

$$F(1, 1, 3; z) = \frac{z}{2} + \frac{2(1-z)}{z^2} \ln(1-z)$$

$$F(1, 1, \frac{7}{2}; z) = 5 \cdot \left(\frac{1-z}{z}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{arctanh} \sqrt{z}}{z} + \frac{5}{3z} \left(4 - \frac{3}{z}\right) \quad (П.3)$$

$$\begin{aligned}
 {}_3F_2(4, 2, 2; k+4, 1; -a) &= -\frac{3(1+a)(a-k-1)}{a^2(k+2)} F(2, k+2, k+4; \frac{a}{a+1}) + \\
 &+ \frac{3(k+3)[(k+1)^2 - \frac{5k+6}{2}a + a^2]}{(k+2) \cdot a^2} - \frac{3(k+1-2a)(k+2)}{a^2} {}_3F_2(4, 1, 1; k+4, 2; -a)
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

$$\begin{aligned}
 {}_3F_2(4, 1, 1; k+4, 2; -a) &= -\sum_{\ell=1}^{k+2} \frac{(k+3)}{(\ell+1)\ell^2} (\ell+1 - F(2, \ell+1, \ell+2; \frac{a}{a+1})) + \\
 &(k+3) {}_3F_2(4, 1, 1; 2, 2; -a).
 \end{aligned}
 \tag{II.5}$$

Функция ${}_3F_2(4, 1, 1; 2, 2; -a)$ определена интегралом

$${}_3F_2(4, 1, 1; 2, 2; -a) = \int_0^1 \frac{\ln(1+ax)}{ax} dx.
 \tag{II.6}$$

Обозначим $J(a)$ интеграл в II.6. Тогда для $a \leq 1$:

$$J(a) = \frac{1}{2a} \ln^2(1+a) + \frac{1}{a^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \left(\frac{a}{a+1}\right)^{k+1}.
 \tag{II.7}$$

Для $a \geq 1$

$$J(a) = \frac{1}{a} \ln(1+a) \ln a - \frac{1}{2a} \ln^2(1+a) + \frac{\pi^2}{6a} - \frac{1}{(a+1)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a+1}\right)^{k+1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sum_{\ell=1}^m \frac{1}{\ell}
 \tag{II.8}$$

$$\begin{aligned}
 {}_3F_2\left(\frac{3}{2}, 1, 2; k+4\frac{1}{2}, 1; -a\right) &= \frac{6(1+a)(2k+3-2a)}{a^2(k+2)} F(2, k+2, k+4\frac{1}{2}; \frac{a}{a+1}) + \\
 &+ \frac{2(2k+7)[(k+1)(2k+3) - \frac{5k+12}{2}a + 2a^2]}{a^2(k+2)} - \\
 &- \frac{2(2k+3-3a)(2k+5)}{a^2} {}_3F_2\left(\frac{3}{2}, 1, 1; k+4\frac{1}{2}, 2; -a\right)
 \end{aligned}
 \tag{II.9}$$

$$\begin{aligned}
 {}_3F_2\left(\frac{3}{2}, 1, 1; k+4\frac{1}{2}, 2; -a\right) &= -\sum_{\ell=1}^{k+2} \frac{(2k+7)\ell}{(2\ell+3)(2\ell+1)} \left[\frac{2\ell+3}{2\ell} - \frac{3}{2\ell} F(2, \ell, \ell+\frac{1}{2}; \frac{a}{a+1}) \right] + \\
 &+ \frac{2k+7}{3} {}_3F_2\left(\frac{3}{2}, 1, 1; \frac{5}{2}, 2; -a\right)
 \end{aligned}
 \tag{II.10}$$

$${}_3F_2\left(\frac{3}{2}, 1, 1; \frac{5}{2}, 2; -a\right) = \frac{3}{a} \left[\ln(1+a) - 2 + 2 \frac{a \arctg \sqrt{a}}{\sqrt{a}} \right]
 \tag{II.11}$$

Литература

1. J.D.Bjorken, E.A.Pashos. Phys.Rev. 185, p.1975 (1969).
2. С.М. Биленький. ЭЧАЯ, т. 8, в. I, стр. 73-109 (1977).
3. J.D.Bjorken, E.A.Pashos, Phys.Rev. D1, 3151 (1970).
4. B.C.Barish, et all. Phys.Rev.Lett. v.35, N 20, p.1316 (1975).
5. A.Benvenuti, et all. Phys.Rev.Lett. v.32, 125 (1974).
6. B.C.Barish, et all. Phys.Rev. Lett., v39, N 25, p.1595 (1977).
7. D.Cline "Charged Current Weak Interactions at High Energy" (Invited talk at the Hamburg Conference 1977).
8. В.П. Герд, В.И. Иноземцев, В.А. Мешеряков. ЯФ, т. 24, в. I, стр. 176 (1976).
9. R.D.Field, R.P.Feynman. Phys.Rev.D15, N 9, p.2590 (1977).
10. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции, т. I, Москва, 1965.
11. E.D.Rainville. Special functions. New York, 1960.
12. T.Eichten, et all. Phys.Lett. v46B, p.274 (1973).

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июня 1978 года.