СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 11637

Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ЗАХВАТЕ МАССИВНОЙ ЧАСТИЦЫ КВАНТОВЫМ ПОЛЕМ

1. Метод коллективных координат Боголюбова

1978

Р2 - 11637

Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ЗАХВАТЕ МАССИВНОЙ ЧАСТИЦЫ КВАНТОВЫМ ПОЛЕМ

1. Метод коллективных координат Боголюбова

Вашакидзе Ш.И., Матвеев В.А. P2 - 11637

Исследование задачи о захвате массивной частицы квантовым полем. 1. Метод коллективных координат Боголюбова

В приближении сильной связи с помощью канонического преобразования Н.Н.Боголюбова к коллективным переменным, учитывающим трансляционную инвариантность, изучается задача о взаимодействии тяжелой частицы со скалярным квантованным полем. Показано, что при соответствующем выборе параметров задачи большая масса частицы почти полностью "съедается" взаимодействием. Изучен спектр возбужденных состояний системы частица-поле вблизи основного состояния.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Vashakidze Sh.I., Matveev V.A. P2 - 11637

Investigation of the Problem of Heavy Particle Interaction with Quantum Scalar Field. I. The Bololyubov Transformation to the Collective Coordinates

In the strong coupling approximation the problem of heavy particle interaction with quantum scalar field is studied with the help of the Bogolyubov transformation to the collective coordinates, which manifestly takes into account the translation invariance. It is shown that the large mass of the particle is almost completely "eated" by the interaction, if parameters of the problem are appropriately chosen. The excitation spectrum of the particle-field system is studied.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

I. Введение

Развитие составных моделей элементарных частиц привело к задаче построения квантовой теории протяженных объектов с большими дефектами масс.

В одном из первых вариантов подхода к описанию адронов в терминах тяжелых кварков и антикварков/1/ предполагалось, что эффективное взаимодействие почти полностью "съедает" массы образующих кварков и приводит к возникновению потенциального барьера, препятствующего вылетанию кварков наружу. Открытие нового квантового числа - цвета, позволившее решить проблему статистики кварков/2/, открыло путь к построению теории кварк-адронных явлений в рамках калибровочного принципа Янга-Миллса. Предсказываемое этими теориями частичное или полное заключение кварков внутри адронов также в значительной степени связано с разностью эффективных энергий кварков в изолированном и в связанном состояниях/3/. Это явление, образно названное в работе/4/ "архимедовым эффектом", требует для своего описания развития методов теории сильной связи при учете нелинейности взаимодействия, характерного для динамики солитонов.

В нашей работе/5/ была рассмотрена простая модель массивной частицы, сильно связанной с квантованным скалярным полем, на примере которой можно проследить некоторые особенности явления захвата частицы полем, т.е. образования коллективного локализованного состояния поля и частицы с большим дефектом массы. В этой и последующих работах мы предполагаем дать более полное изложение результатов исследования этой модели.

Основным моментом данного исследования является использование канонического преобразования Боголюбова к коллективным переменным, позволяющим разделить трансляционно-инвариантные степени свободы от движения системы как целого /6/. Введенное в работах Н.Н.Боголюбова и С.В.Тябликова по квантовой теории полярона /7/, это преобразование позволяет снять вырождение относительно группы трансляций и развить теорию возмущений по обратной константе связи при условии адиабатичности взаимодействия. В последующем это преобразование было успешно использовано в работах Е.П.Солодовниковой, А.Н.Тавхелидзе и О.А.Хрусталева по теории сильной связи /8/ и привело к целому ряду интересных результатов /9,10/.

Ниже мы изложим метод коллективных координат Боголюбова в применении к выбранному нами гамильтониану, описывающему захват массивной бесспиновой частицы скалярным квантованным полем, и дадим полное описание спектра низколежащих возбужденных состояний вблизи основного уровня.

2. Метод коллективных координат Боголюбова

Гамильтониан, описывающий движение частицы в квантованном скалярном поле, имеет вид ($c = \hbar = 1$)

$$H = \sqrt{M^2 - \nabla^2} + \frac{1}{2}\sum \omega_\xi \left(b_\xi^+ b_\xi + b_\xi b_\xi^+\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\, g \sum A_\xi e^{i\vec{\xi}\vec{r}}\left(b_\xi^+ + b_{-\xi}\right), \qquad (1)$$

где ω_ξ – энергия квантов свободного скалярного поля в некотором ограниченном объеме, A_ξ – формфактор взаимодействия квантов поля с массивной частицей, масса которой в дальнейшем будет предполагаться очень большой.

Из этих замечаний очевидно, что должны удовлетворяться обычные требования вещественности

$$A_\xi^* = A_{-\xi}, \qquad \omega_\xi = \omega_{-\xi} \qquad (2)$$

и коммутационные соотношения свободных полей

$$[b_\xi ; b_{\xi'}^+] = \delta_{\xi\xi'}, \qquad [b_\xi ; b_{\xi'}] = [b_\xi^+ ; b_{\xi'}^+] = 0. \qquad (3)$$

Константу взаимодействия g выбираем большой ($g \gg 1$), при A_ξ и $\omega_\xi \sim 1$. При этом предполагается, что масса частицы $M \sim g^2$, так что справедливо разложение

$$\sqrt{M^2 - \nabla_r^2} \cong M - \frac{1}{2M}\nabla_r^2 . \qquad (4)$$

Как будет видно из дальнейших рассуждений, такой выбор параметров дает физически интересный результат, в котором, в частности, допускается предельный переход $g \to \infty$, хотя он не кажется таким уж безболезненным из вида гамильтониана (1).

Для удобства дальнейших рассуждений перейдем к каноническим переменным координат и импульсов полей

$$q_\xi = \frac{1}{g}\,\frac{b_\xi + b_{-\xi}^+}{\sqrt{2}}, \qquad p_\xi = ig\,\frac{b_\xi^+ - b_{-\xi}}{\sqrt{2}}. \qquad (5)$$

После такой замены переменных потенциальная энергия поля и энергия взаимодействия поля с частицей имеют одинаковый порядок по g.

В новых переменных гамильтониан примет вид

$$H = g^2 m - \frac{1}{g^2}\frac{1}{2m}\nabla_r^2 + g^2\sum A_f e^{i\vec{f}\vec{r}} q_f + \frac{1}{2}\sum \omega_f\left(g^2 q_f q_{-f} + \frac{1}{g^2} p_f p_{-f}\right), \quad (6)$$

где $m = \frac{1}{g^2}M$.

Совершим теперь преобразование Боголюбова к новым переменным $\vec{q}$, $\vec{\lambda}$ и Q_f

$$q_f = e^{i\vec{f}\vec{q}}\left(U_f + \frac{1}{g}Q_f\right), \qquad \vec{r} = \vec{q} + \frac{1}{g}\vec{\lambda}. \quad (7)$$

Здесь U_f – некоторые c-числа (классические значения переменных поля), Q_f – новые квантовые координаты поля. А переменные $\vec{q}$ и $\vec{\lambda}$ описывают соответственно движение центра системы частица-поле и частицы относительно центра. По природе своего возникновения $\frac{1}{g}$ перед квантовой переменной Q_f связана с каноническим преобразованием переменных (5). Такое определение новых переменных сохраняет порядок по g потенциала взаимодействия квантованного поля с частицей.

С-числа U_f описывают классический эффект квантового взаимодействия. Как будет видно из дальнейших рассуждений, они – порядка единицы, а это означает, что классическая часть взаимодействия в(I) - порядка g^2, т.е. порядка массы частицы.

Множитель $\frac{1}{g}$ перед $\vec{\lambda}$ в (7) позволяет нам учесть движение частицы относительно центра системы частица-поле в первом нетривиальном порядке разложения гамильтониана по обратным степеням константы взаимодействия.

Так как преобразование переменных (7) увеличивает их число на три, накладываем три дополнительных условия

$$\sum \vec{f}\, v_f^* Q_f = 0, \quad (8)$$

где v_f – некие С-числа, удовлетворяющие условию вещественности

$$v_f^* = v_{-f}. \quad (9)$$

Без ограничения общности можно допустить, что величины v_f и U_f удовлетворяют соотношению ортогональности

$$\sum f_\alpha f_\beta v_f^* U_f = \delta_{\alpha\beta}. \quad (10)$$

Как хорошо известно /I/, после этих канонических преобразований гамильтониан не зависит от переменной $\vec{q}$, что соответствует явному учету закона сохранения импульса. При этом полученный вид гамильтониана позволяет разложить его по обратной константе связи и применить стандартные методы теории возмущений.

Перед тем как перейти к разложению гамильтониана по обратной константе связи, сделаем каноническое преобразование волновой функции

$$\Psi = e^{ig\vec{J}\vec{q} + i\sum S_f Q_f}\Phi, \quad (11)$$

где $gJ = P$ – значение полного импульса системы, а числа мы ввели для удобства последующих рассуждений, предполагая, что они удовлетворяют условиям

$$\sum S_f U_f \vec{f} = 0, \qquad S_f^* = S_{-f}. \quad (12)$$

После этого гамильтониан, разложенный в ряд по обратной константе связи $\frac{1}{g}$, имеет вид

$$H = g^2 H_2 + g H_1 + H_0,$$

где

$$H_2 = m + \sum A_f U_f + \frac{1}{2}\sum \omega_f |U_f|^2, \quad (13)$$

$$H_1 = i\sum \mathcal{A}_f U_f(\vec{f}\vec{\lambda}) + \sum Q(\mathcal{A}_f + \omega_f U_f^*), \tag{I4}$$

$$H_0 = -\frac{1}{2}\vec{\nabla}_\lambda^2 - \frac{1}{2}\sum \mathcal{A}_f U_f(\vec{f}\vec{\lambda}) + \sum \mathcal{A}_f Q_f(\vec{f}\vec{\lambda}) +$$
$$+\frac{1}{2}\sum \omega_f Q_f Q_{-f} + \frac{1}{2}\sum \omega_f\left[P_f' + \alpha_f - v_f^*(\vec{f}\vec{\nabla}_\lambda)\right]\left[P_{-f}' + \alpha_f^* + v_f(\vec{f}\vec{\nabla}_\lambda)\right], \tag{I5}$$

где ввели обозначения

$$\alpha_f = S_f + i v_f^*(\vec{f}\vec{J}),$$
$$P_f' = P_f - v_f^*\sum(\vec{f}\vec{f}')U_{f'}P_{f'}, \qquad P_f = -i\frac{\partial}{\partial Q_f}. \tag{I6}$$

Для существования регулярного решения нашего гамильтониана мы должны потребовать обращение в ноль H_1, который линеен по переменным поля. Это требование определяет классические значения поля U_f

$$\mathcal{A}_f + \omega_f U_f^* = 0. \tag{I7}$$

Если теперь потребовать обращение в ноль и H_2, мы получим условие, накладываемое на значения параметров нашей задачи

$$m = \frac{1}{2}\sum \omega_f |\mathcal{A}_f|^2; \tag{I8}$$

это соотношение будем называть условием захвата частицы квантованным полем и будем предполагать, что оно выполняется.

После этого ведущим членом в разложении гамильтониана в ряд по степеням $\frac{1}{g}$ является H_0, который можно переписать в более удобной форме, введя новые переменные

$$\tilde{Q}_f = Q_f + i U_f(\vec{f}\vec{\lambda}),$$
$$\tilde{P}_f = P_f' + \alpha_f - v_f^*(\vec{f}\vec{\nabla}_\lambda), \tag{I9}$$

удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[\tilde{P}_f; \tilde{Q}_{f'}] = -i\delta_{ff'},$$
$$[-i\vec{\nabla}_\lambda; \tilde{Q}_f] = U_f \vec{f}. \tag{20}$$

В новых обозначениях получаем

$$H_0 = \frac{1}{2m}\nabla_\lambda^2 + \frac{1}{2}\sum \omega_f\left\{\tilde{Q}_f\tilde{Q}_{-f} + \tilde{P}_f\tilde{P}_{-f}\right\}. \tag{2I}$$

Переменные λ, $\tilde{Q}_f$ и $\tilde{P}_f$ не являются независимыми. Из дополнительного условия (8) и соотношения ортогональности (I0) легко получить соотношения между ними

$$\sum \vec{f} v_f^* \tilde{Q}_f = i\vec{\lambda},$$
$$\sum \vec{f} U_f \tilde{P}_f = i\vec{J} - \vec{\nabla}_\lambda. \tag{22}$$

Эти соотношения позволяют исключить $\vec{\lambda}$ из H_0. Перед этим, сделав еще одно каноническое преобразование волновой функции

$$\Phi = e^{im(\vec{c}\vec{\lambda})}\varphi, \tag{23}$$

получаем

$$H_0 = W_0 + \mathcal{D} + \mathcal{N}, \tag{24}$$

где

$$W_0 = \frac{m\vec{c}^2}{2} + \frac{1}{2}\sum \omega_f |\alpha_f|^2, \tag{25}$$

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2m}\left(\sum \vec{f} U_f \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}\right)^2 + \frac{1}{2}\sum\left\{\tilde{Q}_f\tilde{Q}_{-f} - \frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_{-f}}\right\}\omega_f, \tag{26}$$

$$\mathcal{N} = \sum\left\{U_f(\vec{f}\vec{c}) - i\omega_f \alpha_f'^*\right\}\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}, \tag{27}$$

где

$$\alpha'_{f} = S_{f} + i\, v_{f}^{*}\left(\vec{f}\,[\,\vec{J} - m\vec{c}\,]\right). \qquad (28)$$

Требуя обращения (27) в ноль, получаем соотношение

$$\alpha_{f'} = i\,\frac{U_{f}^{*}}{\omega_{f}}\left(\vec{f}\,\vec{c}\right), \qquad (29)$$

из которого определяем S_f через ω_f, $\mathfrak{A}_f$ и $\vec{c}$. При этом становится ясным, что $\vec{c}$ мы ввели для того, чтобы удовлетворить первому из условий (12).

3. Описание спектра возбуждений вблизи основного состояния

Характерной чертой полученных результатов является то, что при надлежащем выборе параметров задачи (см. (18)) происходит полная "нейтрализация" большой массы частицы. Вокруг частицы появляется глубоко потенциальная яма, которая "съедает" ее массу и остается некое квазичастичное образование, описываемое гамильтонианом (24). Оно имеет "кинетическую" энергию W_c и внутренние возбужденные состояния, описываемые оператором $\mathfrak{D}$, который имеет вид

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2m}\left|\sum \vec{f}\, U_f \mathfrak{P}_f\right|^2 + \frac{1}{2}\sum \omega_f\left(|\tilde{Q}_f|^2 + |\mathfrak{P}_f|^2\right), \qquad (30)$$

где

$$\mathfrak{P}_f = -i\frac{\partial}{\partial \tilde{Q}_f}, \qquad \mathfrak{P}_f^{+} = \mathfrak{P}_{-f}. \qquad (31)$$

Нахождение собственных функций и значений гамильтониана в данном представлении, где переменные удовлетворяют уравнениям движения

$$\dot{\tilde{Q}}_f = \omega_f \mathfrak{P}_f + \frac{1}{m}\vec{f}\, U_f \sum \vec{f}'\, U_{f'}^{*} \mathfrak{P}_{-f'}, \qquad (32)$$

$$\dot{\mathfrak{P}}_f = -\omega_f \tilde{Q}_{-f}, \qquad (33)$$

является простой задачей для стационарного источника, когда $m \to \infty$. В этом случае спектр собственных значений совпадает со спектром первоначальных частот ω_f.

Чтобы решить эту задачу в случае конечной m, мы должны диагонализовать наш гамильтониан $\mathfrak{D}$, т.е. перейти в новое представление, введя операторы a_n и a_n^{+}, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$[a_n ; a_{n'}^{+}] = \delta_{nn'}, \qquad [a_n ; a_{n'}] = [a_n^{+} ; a_{n'}^{+}] = 0. \qquad (34)$$

При этом предполагается, что в новом представлении уравнения движения имеют простой вид

$$\dot{a}_n = -i\Omega_n a_n, \qquad \dot{a}_n^{+} = i\Omega_n a_n^{+}, \qquad (35)$$

где Ω_n – собственные значения оператора $\mathfrak{D}$, которые нас интересуют.

Разлагая координаты $\tilde{Q}_f$ и $\mathfrak{P}_f$ в ряд по новым переменным a_n и a_n^{+}

$$\tilde{Q}_f = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_n \left\{\xi_f^{n} a_n + \overset{*}{\xi}{}_{-f}^{n} a_n^{+}\right\}, \qquad (36)$$

$$\mathfrak{P}_f = \frac{i}{\sqrt{2}}\sum_n \left\{\overset{*}{\eta}{}_f^{n} a_n^{+} - \eta_{-f}^{n} a_n\right\}, \qquad (37)$$

и, воспользовавшись уравнениями (32) и (33), получаем, что для удовлетворения уравнений (35) коэффициенты разложения ξ_f^n и η_f^n, которые должны удовлетворять уравнениям

$$\frac{1}{2}\sum_n\left(\xi_f^{n}\overset{*}{\eta}{}_{f'}^{n} + \overset{*}{\xi}{}_{-f}^{n}\eta_{-f'}^{n}\right) = \delta_{ff'}, \qquad (38)$$

$$\omega_f \eta_f^{n} + \frac{1}{m}\vec{f}\, U_f \sum \vec{f}'\, U_{f'}^{*} \eta_{f'}^{n} = \xi_f^{n}\Omega_n, \qquad (39)$$

$$\Omega_n \eta_f^{n} = \omega_f \xi_f^{n}. \qquad (40)$$

В новом представлении гамильтониан $\mathcal{D}$ диагонализируется

$$\mathcal{D} = \sum \Omega_n a_n^+ a_n + c, \qquad (41)$$

где

$$c = \frac{1}{4}\sum_{n\varsigma} \omega_\varsigma \left\{ |\eta_\varsigma^n|^2 + |\xi_\varsigma|^2 \right\} + \frac{1}{4m}\sum_n \left| \sum \vec{\varsigma}\, \mathcal{U}_\varsigma \eta_{-\varsigma}^n \right|^2, \qquad (42)$$

и задача о нахождении собственных функций и значений оператора $\mathcal{D}$, таким образом трансформировалась к изучению уравнений (38)-(40), к чему мы и переходим.

Найдем спектр нормальных частот Ω_n.

Для этого, исходя из уравнения (40), выразим η_ς^n через ξ_ς^n, и, подставив в (39), получаем

$$\left(\Omega_n^2 - \omega_\varsigma^2\right) \xi_\varsigma^n = \frac{1}{m} \mathcal{U}_\varsigma \sum \left(\vec{\varsigma}\vec{\varsigma}'\right) \mathcal{U}_{\varsigma'}^* \omega_{\varsigma'} \xi_{\varsigma'}^n. \qquad (43)$$

Введя обозначение

$$\sum \vec{\varsigma}\, \omega_\varsigma \mathcal{U}_\varsigma^* \xi_\varsigma^n = \vec{\xi}^n, \qquad (44)$$

уравнение (43) перепишем в виде

$$\vec{\xi}^n = \frac{1}{m}\sum_\varsigma \omega_\varsigma |\mathcal{U}_\varsigma|^2 \vec{\varsigma}\left(\vec{\varsigma}\vec{\xi}^n\right) \frac{1}{\Omega_n^2 - \omega_\varsigma}. \qquad (45)$$

Из этого уравнения получаем дисперсионное правило сумм для определения частот нормальных колебаний

$$\frac{1}{3m}\sum_\varsigma \omega_\varsigma \vec{\varsigma}^2 \frac{|\mathcal{U}_\varsigma|^2}{\Omega_n^2 - \omega_\varsigma^2} = 1, \qquad (46)$$

или, подставляя классические решения поля – $\mathcal{U}_\varsigma$ из (17), имеем:

$$\frac{1}{3m}\sum \frac{\varsigma^2}{\omega_\varsigma} \frac{|A_\varsigma|^2}{\Omega_n^2 - \omega_\varsigma^2} = 1. \qquad (47)$$

Правило сумм (46) получено для определения нормальных частот продольных мод, т.е. в случае, когда вектор $\vec{\xi}^n$ отличен от нуля.

В случае же поперечных мод, т.е. когда $|\vec{\xi}^n| = 0$, легко видеть из (39), (40) и положительной определенности частот колебаний, что

$$\Omega_m = \omega_\varsigma. \qquad (48)$$

Таким образом получается, что спектр гамильтониана системы совпадает со спектром свободного фононного поля ω_ς. А эффект взаимодействия выражается в частичном снятии вырождения с фононного спектра и появлении новых частот в результате расщепления, которые определяются из правила сумм (46).

Зная свойства спектра нормальных частот (46) и (48), перейдем к определению свойств амплитуд разложения ξ_ς^n и η_ς^n, основываясь на условии полноты (38).

Первое свойство, которое непосредственно вытекает из (38) и определения $\vec{\xi}^n$ (45), это условие сходимости для продольных мод

$$\sum \frac{1}{\Omega_n} |\vec{\xi}^n|^2 = \sum \vec{\varsigma}^2 \omega_\varsigma |\mathcal{U}_\varsigma|^2. \qquad (49)$$

Интересно отметить, что правая сторона не зависит от массы частицы m. Это соотношение указывает на наличие продольных мод в случае стационарного источника ($m \to \infty$) и, таким образом, на справедливость правила сумм (47), решение которого в приближении стационарного источника совпадает с решениями, соответствующими поперечным модам - (48). Полученный результат находится в соответствии со сделанным выше замечанием.

Из условий действительности ясно, что ξ_ς^n и η_ς^n тоже могут быть выбраны таким образом, чтобы удовлетворялись условия

$$\eta_\varsigma^n = \overset{*}{\eta}{}_{-\varsigma}^n, \qquad \xi_\varsigma^n = \overset{*}{\xi}{}_{-\varsigma}^n. \qquad (50)$$

Отсюда очевидно, что для поперечных мод имеем

$$\eta^n_f = \xi^n_f = t^{(f_0)}_f = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[a_f \delta_{f f_0} + a^*_{-f}\delta_{f,-f_0}\right], \tag{5I}$$

где f_0 - векторы, характеризующие состояния поперечной моды и определяемые, скажем, условиями: $f_3 > 0$, или, если $f_3 = 0$, то $f_2 > 0$, или, наконец, $f_1 > 0$, если $f_2 = 0$. При таком разделении все пространство векторов $\vec{f}$ разделяется на два эквивалентных полупространства, связанных между собой операцией отражения $\vec{f} \to -\vec{f}$.

Условие полноты - (38) можно переписать в виде

$$\sum_{\substack{n \\ \text{поперечн.}}} \xi^n_f \eta^{*n}_{f'} + \sum_{\substack{n \\ \text{продольн.}}} \xi^n_f \eta^{*n}_{f'} = \delta_{f f'}. \tag{52}$$

Подставляя (5I), сумму по поперечным модам представим в виде:

$$\sum_{\substack{n \\ \text{поперечн.}}} \xi^n_f \eta^{*n}_{f'} = \frac{1}{2}\left\{a_f a^*_{f'} \delta^+_{ff'} + a^*_{-f} a_{-f'} \delta^-_{ff'}\right\} + \frac{1}{2}\left\{a_f a_{-f'} \delta^+_{f,-f'} + a^*_{-f} a^*_{f'} \delta^+_{-f,f'}\right\}. \tag{53}$$

Введем обозначение

$$\delta^{\pm}_{ff'} = \sum_{f_0} \delta_{f \pm f_0}\, \delta_{f' \pm f_0}.$$

Сумму по продольным модам представим в виде

$$\sum_{\substack{n \\ \text{продольн.}}} \xi^n_f \eta^{*n}_{f'} = \frac{1}{m^2}\, \omega_f U_f U^*_{f'} (\vec{f}\vec{f}')\, \frac{\Delta_f - \Delta_{f'}}{\omega_f^2 - \omega_{f'}^2}, \tag{54}$$

где

$$\Delta_f = \sum_n \frac{|\vec{\xi}^n|^2}{\Omega_n} \frac{1}{\Omega_n - \omega_f^2}. \tag{55}$$

При получении (54) мы воспользовались соотношениями (40) и

$$\xi^n_f = \frac{1}{m} \frac{1}{\Omega_n^2 - \omega_f^2} U_f (\vec{f}\vec{\xi}^n), \tag{56}$$

полученным из (39) и (44).

Для выполнения условия полноты (52) мы должны потребовать, чтобы a_f удовлетворяло условию вещественности

$$a_f = a^*_{-f}, \tag{57}$$

Δ_f от $\vec{f}$ не зависит, после чего находим

$$|a_f|^2 - \frac{1}{m^2}\omega_f |U_f|^2 f^2 \frac{d\Delta_f}{d\omega_f^2} = 2, \tag{58}$$

$$a_f^2 = \frac{1}{m^2}\omega_f U_f^2 f^2 \frac{d\Delta_f}{d\omega_f^2}. \tag{59}$$

Из этих уравнений легко находим амплитуды поперечных мод

$$a_f = \frac{U_f}{|U_f|} \tag{60}$$

и условие сходимости для продольных мод

$$m^2 \sum_f \frac{\Omega_n (\Omega_n^2 - \omega_f^2)^2}{|\vec{\xi}^n|^2} = \sum f^2 \omega_f |U_f|^2. \tag{6I}$$

В заключение настоящей работы рассмотрим условие полноты для обратной задачи

$$\sum_f \xi^n_f \eta^{*n'}_f = \delta_{nn'}. \tag{62}$$

Воспользовавшись уравнениями (40) и (56), легко получить для продольных мод

$$\sum_f \xi^n_f \eta^{*n'}_f = \frac{1}{m^2 \Omega_{n'}} (\vec{\xi}^n \vec{\xi}^{*n'}) \frac{z(\Omega_n) - z(\Omega_{n'})}{\Omega_n^2 - \Omega_{n'}^2}, \tag{63}$$

где ввели обозначение

$$\delta_{\alpha\beta}\, z(\Omega_n) = \sum_f \frac{|U_f|^2 \omega_f f_\alpha f_\beta}{\Omega_n^2 - \omega_f^2}. \tag{64}$$

Если теперь учесть, что для Ω_n выполняется правило сумм (46), получаем, что для справедливости (62) мы должны потребовать

$$\frac{1}{m^2} |\vec{\xi}^n|^2 \frac{1}{\Omega_n} \frac{\partial z}{\partial \Omega_n^2} = 1, \tag{65}$$

откуда, учитывая условие сходимости (49), получаем новое правило сумм

$$3m^2\sum_n\left(\frac{\partial z}{\partial \Omega_n^2}\right)^{-1} = \sum \vec{\xi}^2 \omega_s |U_s|^2. \qquad (66)$$

В случае поперечных мод легко проверить, что условие полноты автоматически выполняется.

Таким образом, мы рассмотрели приближение сильной связи в задаче о тяжелой частице, взаимодействующей с квантованным скалярным полем. С помощью преобразования Боголюбова была построена модифицированная теория возмущений, в которой ясно наблюдается возможность наличия "архимедова эффекта". Детально были изучены свойства спектра возбужденных состояний вблизи основного уровня.

В заключение мы хотим поблагодарить Н.Н.Боголюбова за интерес к работе и стимулирующие обсуждения. Авторы благодарны А.Н.Тавхелидзе за плодотворные дискуссии и ценные замечания. Весьма плодотворными были обсуждения с А.Н.Квинихидзе, М.А.Смондыревым и А.А.Хелашвили. Мы приносим им свои благодарности.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Струминский. А.Н.Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Д-1968, Дубна (1965);
Н.Н.Боголюбов, Нгуен Ван Хьеу, Д.Стоянов, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Д-2075, Дубна, 1965; Н.Н.Боголюбов, В.А.Матвеев, Нгуен Ван Хьеу, Д.Стоянов, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ, Д-2141, Дубна (1965); Труды У сессии весенней Школы теоретической и экспериментальной физики, Ереван (1965), изд. АН АрмССР, Ереван 1966, стр. 406.

2. A.Tavkhelidze, Proc. Seminar on High Energy Physics and Elementary Particles, Trieste, 1965, Vienna, IAEA (1965) p.763.
M.Han, Y.Nambu, Phys.Rev., B139, 1006 (1965).
Y.Miyamoto. Progr. Theor.Phys.Suppl. Extra number, p. 187 (1965).
M.Gell-Mann, Elementary Particle Physics. Ed. P.Urban, Springer Verlag, (1972), p. 733.
3. A.Chodos, R.L.Jaffe, K.Johnson, C.B.Thorn and V.F.Weisskopf, Phys.Rev., D9, 3471 (1974).
T.De Grand, R.L.Jaffe, K.Johnson and J.Kiskis, Phys.Rev., D12, 2060 (1975).
S.D.Drell, SLAC-PUB-2020 (1977).
4. A.Salam. Proc. XVIII Int. Conf. Tbilisi (1976) JINR, D1,2-10400, v. 2, Dubna, 1977, p. No.91.
5. Ш.И.Вашакидзе, В.А.Матвеев, Труды Тбилисского гос.университета, 191, стр. 23 (1976).
6. Н.Н.Боголюбов, УМЖ, 2, 3, 1950; Избр.труды, "Наукова думка", т. 2 (1970).
7. Н.Н.Боголюбов, С.В.Тябликов. ЖЭТФ 19, 256 (1949).
8. Е.П.Солодовникова, А.Н.Тавхелидзе, О.А.Хрусталев; ТМФ, 10, 162 (1972); 11, 317 (1972); 12, 164 (1972).
Е.П.Солодовникова, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ 21, 13 (1974); ОИЯИ Р2-7659, Дубна (1974).
9. А.А.Архипов, Н.Е.Тюрин, ТМФ 17, 57 (1973);
С.В.Семенов, О.Д.Тимофеевская, Н.Е.Тюрин, ТМФ, 21, 207 (1974);
Н.Е.Тюрин, А.В.Шургая, Препринт ИФВЭ 72-15, Серпухов (1972); 72-32, Серпухов (1972);
О.Д.Тимофеевская, Н.Е.Тюрин, А.В.Шургая, Препринт ИФВЭ 72-62, Серпухов, (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 июня 1978 года.