

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С324.16
Д-466

3316/2-78

14/VIII-78
P2 11474

М. Динейхан, Х. Намсрай

ПОСТРОЕНИЕ

ГРАДИЕНТНО-ИНВАРИАНТНОЙ

ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННОЙ ТЕОРИИ

СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1978

P2 - 11474

М. Динейхан, Х. Намсрай*

ПОСТРОЕНИЕ
ГРАДИЕНТНО-ИНВАРИАНТНОЙ
ЧЕТЫРЕХФЕРМИОННОЙ ТЕОРИИ
СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

* Институт математики АН МНР.

Динейхан М., Намсрай Х.

P2 - 11474

Построение градиентно-инвариантной четырехфермионной теории слабых взаимодействий в стохастическом пространстве

Построена градиентно-инвариантная теория 4-фермионного слабого взаимодействия в рамках стохастического пространства Блохинцева.

Исследуются ряд теории возмущений и условия градиентной инвариантности в стохастической теории. Вычислены конкретные процессы и получены ограничения "стохастическую элементарную длину": $L \geq 10^{-16}$ см.

Рассмотрена проблема осцилляции нейтрино и в ее рамках вычислены распады $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$, $K_L^0 \rightarrow \mu e$ и $K \rightarrow \pi e \mu$.

Показано, что если $L \sim 10^{-16}$ см и если имеет место смешивание нейтрино, то вероятность этих распадов близка к полученно экспериментально.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Dineikhan M., Namsraj Ch.

P2 - 11474

Construction of Gradient-Invariant Four-Fermion Theory of Weak Interactions in the Stochastic Space

The gradient-invariant theory of four-fermion weak interaction in Blokhintsev's stochastic space is constructed. Perturbation theory series and the conditions for gradient invariance in the stochastic theory are investigated. Specific processes are calculated and limits for "the stochastic elementary length" $L \geq 10^{-16}$ cm are obtained. The problem of neutrino oscillation is considered and the decays $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$, $K_L^0 \rightarrow \mu e$ and $K \rightarrow \pi e \mu$ are calculated within it's framework. It is shown that if $L \sim 10^{-16}$ cm and if mixing of neutrinos takes place, then the probability for these decays is close to the experimental one.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. ВВЕДЕНИЕ

Четырехфермионная теория / теория Ферми / сыграла и, по-видимому, будет играть фундаментальную роль в развитие теории слабых взаимодействий. 4-фермионное V-A взаимодействие универсальным образом описывает некоторые слабые распады лептонов и адронов. Ранний успех этой теории в описании μ - и β -распадов дал физикам известную надежду на то, что в рамках данной теории могли быть описаны слабые процессы, по крайней мере в низкоэнергетической области.

Однако в 4-фермионной теории существует принципиальная трудность, связанная с ультрафиолетовой расходимостью и проблемой перенормируемости, что затрудняет вычисления поправок высших порядков теории возмущений по константе связи G . Отметим, что такое положение сохраняется в теории с промежуточным векторным бозоном.

Выход из этих трудностей был предложен в различных моделях, которые могут быть сгруппированы по двум направлениям. Первое из них основывается на различных схемах и подходах к построению новой теории слабых взаимодействий / в частности, на унифицированной градиентной теории слабых и электромагнитных взаимодействий Фейнберга-Салама и других^{1/}; второе - на модификации обычных теорий слабых взаимодействий на основе глубокого анализа основных принципов / причинности, локальности, геометрии в малом масштабе и т.д. / современной локальной квантовой теории поля на малых расстояниях.

В рамках составной кварковой модели единое описание слабых и электромагнитных, а также сильных взаимодействий на основе калибровочных теорий со спонтанно нарушенной симметрией, по-видимому, явится качественно новым уровнем в понимании явлений в мире элементарных частиц и их внутренней структуры. Однако в настоящее время нельзя сказать, что этот уровень уже достигнут и что второе направление в развитии теории элементарных частиц утратило свое значение.

Возможно, что нужда в старых, свободных от вышеуказанных не-

достатков и в новых теориях слабых взаимодействий может проявляться больше всего в двух предельных случаях. В самом деле, когда энергия недостаточна для рождения промежуточных частиц / например, W^\pm , Z , Хиггс-бозон и т.д./, необходимых в калибровочных теориях, т.е. энергия мала по сравнению с некоторым предельным значением E_K , то слабые процессы в основном должны описываться с помощью 4-фермионной теории, наоборот, когда $E \geq E_K$, то калибровочная теория будет играть главенствующую роль в слабых взаимодействиях. Здесь E_K — то значение энергии, начиная с которого будут рождаться новые частицы W^\pm , Z и т.д., если они существуют. При значениях энергии $E \sim E_K$ обе теории каким-то образом должны сливаться друг с другом.

На языке расстояния это означает, что начиная с некоторого малого масштаба $\ell_K \sim 1/E_K$ рост сечения слабых процессов должен компенсироваться за счет вкладов от промежуточных бозонов. Весьма интересно, хотя бы приблизительно, указать значение энергии E_K / или расстояния ℓ_K /.

Нам кажется, что с этой точки зрения исследование 4-фермионной теории в рамках второго направления, несомненно, представляет большой интерес и может дать новую информацию о слабых взаимодействиях. Например, вполне возможно, что на основе такого рода исследований можно получить значение ℓ_K / или E_K /.

В работах Г.В.Ефимова^{/2/} и его сотрудников был предложен вариант теории, описывающей электромагнитные и слабые взаимодействия лептонов в рамках нелокальной теории. В основе их схемы лежала следующая физическая гипотеза:

нелокальность входит в теорию только через нейтральные поля нейтрино и фотона — поля заряженных лептонов остаются локальными. Такая идея в случае слабых взаимодействий привела к нейтрино-нейтринному взаимодействию. Введение нелокальности в теорию таким способом неполностью устраняет расходимости в ряде теории возмущений. Оказывается, что расходится только конечное число типов неприводимых диаграмм Фейнмана, состоящих из замкнутых циклов, образованных пропагаторами заряженных лептонов. Устранение этих расходимостей в диаграммах Фейнмана ведется с помощью обобщенной регуляризационной процедуры Паули-Вилларса^{/3/}.

Недавно Д.И.Блохинцевым^{/4/} было исследовано стохастическое пространство, обладающее той особенностью, что поле, усредненное в этом пространстве, оказывается нелокальным полем, рассмотренным

Ефимовым^{/4/}. В стохастической теории все поля, как нейтральные, так и заряженные, становятся нелокальными, что позволяет единым образом учитывать эффект нелокальности / или стохастичности / во всех физических процессах. Однако изменение заряженного поля эффективно приводит в ряду теории возмущений к изменению пропагатора заряженной частицы. Это, в свою очередь, существенно усложняет процедуру доказательства инвариантности теории относительно локального градиентного преобразования.

Настоящая работа посвящена построению градиентно-инвариантной теории слабых и электромагнитных взаимодействий лептонов в стохастическом пространстве и исследованию различных слабых процессов, а также вычислению "слабых" вкладов в аномальный магнитный момент лептонов и в лэмбовский сдвиг уровней водородоподобных атомов в рамках этого подхода. В данном случае исследования матричных элементов S — матрицы для 4-фермионного взаимодействия ведутся с помощью методов и приемов, разработанных нами при конструировании градиентно-инвариантной квантовой электродинамики частиц со спинами 0, 1/2 и 1 в стохастическом пространстве^{/5/}.

Отметим, что в стохастической / или в нелокальной / теории понятие стохастичности пространства / или нарушения локальности / характеризуется не только расстоянием $\ell_K \sim 1/E_K$, но еще и формой распределения / или видом формфактора / на малых расстояниях. Нам кажется, что в реальных физических процессах, помимо величины элементарной длины, важное место может занимать формфактор теории, физический смысл которого связан с изменением закона "слабого" потенциала / или кулоновского потенциала / на малых расстояниях. Особенно это проявлялось при изучении распада $K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ и разности масс K_L^0 и K_S^0 — мезонов в рамках нашей схемы^{/6/}.

Проведенный нами здесь анализ экспериментальных данных о слабых процессах показывает, что величина элементарной длины слабых взаимодействий порядка $\ell_K \sim 10^{-16}$ см и унитарный предел в рассматриваемой модели достигается при энергиях $E_K \sim 100 \div 200$ БэВ в зависимости от выбора формфактора.

2. СТОХАСТИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО И ЛАГРАНЖИАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Следуя работе^{/4/}, под полем в стохастическом пространстве $\Gamma_4^m(x)$, координаты которого могут быть представлены в виде суммы

$$\hat{X}^\mu = X^\mu + i a_\beta \quad / \text{здесь обозначения и ряд формул заимствованы}$$

нами из работы /5/ /, будем подразумевать представимую в виде интеграла Фурье функцию $\Psi(\hat{x})$:

$$\Psi(\hat{x}) = \int \tilde{\Psi}(k) \exp(ikx) d^4k.$$

Среднее поле равно

$$\Psi(x) \equiv \langle \Psi(\hat{x}) \rangle_r = \int \tilde{\Psi}(k) \tilde{\mathcal{K}}(L\sqrt{m^2 - k^2}) e^{ikx} d^4k,$$

где $\tilde{\Psi}(k)$ - фурье-образ локального поля $\psi(x)$ и

$$\tilde{\mathcal{K}}(L\sqrt{m^2 - k^2}) = \int da W\left(\frac{a}{L}\right) \exp(ia\sqrt{m^2 - k^2}),$$

$W\left(\frac{a}{L}\right)$ - некоторое распределение длины a . На основании предположения о статистической независимости окрестностей различных точек X и Y получим

$$\begin{aligned} \langle \Psi(\hat{x}) \Psi(\hat{y}) \rangle_r &= \langle \Psi(\hat{x}) \rangle_r \langle \Psi(\hat{y}) \rangle_r, \\ \langle \Psi(\hat{x}) \Psi(\hat{x}) \rangle_r &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \langle \Psi(\hat{x}) \Psi(\hat{x} + \delta) \rangle_r = \langle \Psi(\hat{x}) \rangle_r \langle \Psi(\hat{x}) \rangle_r. \end{aligned}$$

Таким образом, каждому полю $\Psi(\hat{x})$ в пространстве $\Gamma_4^m(\hat{x})$ сопоставляется нелокальное поле $\psi(x)$ в пространстве $R_4(x)$ как результат усреднения поля в окрестности каждой точки X . Т-произведение полей $\Psi(\hat{x})$ и $\bar{\Psi}(\hat{y})$, упорядоченное по среднему времени, равно

$$\langle T \Psi(\hat{x}) \bar{\Psi}(\hat{y}) \rangle_r = T(\psi(x) \bar{\psi}(y)) = \mathcal{D}_r(x-y),$$

где

$$\mathcal{D}_r(x-y) = \int d^4q \Delta_c(q) V(L\sqrt{m^2 - q^2}) \exp(iq(x-y)) \quad (1)$$

является нелокальной причинной функцией /2/, если $V(z) = [\tilde{\mathcal{K}}(z)]^2$ - целая функция, а $\Delta_c(q)$ - фурье-образ локальной причинной функции.

Лагранжиан системы полей строится с помощью усредненного поля $\Psi(x) = \langle \Psi(\hat{x}) \rangle_r$ в пространстве $R_4(x)$. Таким образом, исходный лагранжиан, описывающий электромагнитное и слабое взаимодействия лептонов, выбирается в форме

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}_o(x) + \mathcal{L}_{em}(x) + \mathcal{L}_w(x),$$

$$\mathcal{L}_o(x) = -\frac{1}{2} : [\partial_\rho A_\alpha(x)] [\partial_\rho A_\alpha(x)] : + \sum_j \bar{\Psi}_j(x) (i\hat{\partial} - m_j) \Psi_j(x) \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_{em}(x) = -e : \bar{\Psi}(x) \hat{A}(x) \Psi(x) : , \quad \mathcal{L}_w(x) = \frac{G}{\sqrt{2}} : (\bar{\Psi}(x) O_\alpha \Psi(x)) (\bar{\chi}(x) O_\alpha \chi(x)) :$$

$A_\alpha(x)$, $\Psi_j(x)$ - нелокальные поля фотона и лептонов. Суммирование в /2/ проводится по всем рассматриваемым фермионным полям ($j = e, \mu, \nu_e, \nu_\mu$).

Согласно /1/ хронологические свертки заряженных лептонных полей, электромагнитного и нейтринного поля определяются следующим образом:

$$S_r^{(ij)}(x-y) = \delta_{ij} S_r(x-y) = \langle 0 | T(\psi^{(i)}(x) \bar{\psi}^{(j)}(y)) | 0 \rangle = \frac{\delta_{ij}}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4k (m_L + \hat{k}) \bar{e}^{-ik(x-y)}}{(m_L^2 - k^2 - i\epsilon) V(-k^2 L^2)}, \quad (3)$$

$$D_{\alpha\beta}^r(x-y) = \langle 0 | T(A_\alpha(x) A_\beta(y)) | 0 \rangle = \frac{g_{\alpha\beta}}{(2\pi)^4 i} \int \frac{d^4k V(-k^2 L^2)}{-k^2 - i\epsilon} \exp(-ik(x-y)), \quad (4)$$

$$S_r^\nu(x-y) = \langle 0 | T(\nu(x) \bar{\nu}(y)) | 0 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int d^4k \frac{V(-k^2 L^2)}{-k^2 - i\epsilon} \cdot \hat{k} \exp(-ik(x-y)). \quad (5)$$

В дальнейшем будем обозначать их просто $S(x)$, $D_{\alpha\beta}(x)$ и $S^\nu(x)$ без индекса r .

Как указано во введении, такое изменение пропагаторов частиц /3/ - /5/ влечет за собой нарушение ряда условий, выполнение которых гарантирует инвариантность теории при градиентных преобразованиях

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow e^{ief(x)} \psi(x), & \bar{\psi}(x) &\rightarrow e^{-ief(x)} \bar{\psi}(x), \\ A_\alpha(x) &\rightarrow A_\alpha(x) + \partial_\alpha f(x), & \nu(x) &\rightarrow \nu(x) \end{aligned} \quad (6)$$

при $\square f(x) = 0$.

Таким образом, для того чтобы полный лагранжиан системы полей /2/ был инвариантным, при преобразованиях /6/ необходимо провести дополнительную процедуру в теории. Решению этой проблемы были посвящены многие работы, среди них важное место занимают работы Н.М. Крولла /7/ и П.Брейнтендохнера. Наш ранний результат, полученный в /5/, основан на исследованиях Крولла и без труда может быть использован в данном случае. Основной смысл процедуры Крولла таков:

1. Чтобы модифицированная теория / изменение пропагатора заряженной частицы / удовлетворяла условию градиентной инвариантности, необходимо изменить вид однофотонной вершины

$$\delta_\mu \rightarrow u_\mu(q, k) = -d_\mu(k) S^{-1}(\hat{q}), \quad (7)$$

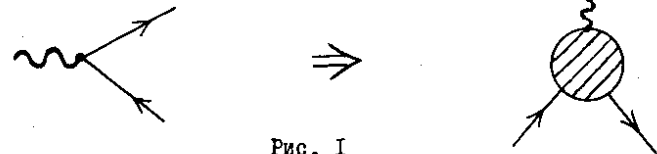


Рис. I

согласно тождеству Уорда - Такахаши

$$K_{\mu} \Gamma_{\mu}(p, q) = S(\hat{p}) - S(\hat{q}), \quad (8)$$

где

$$\Gamma_{\mu}(p, q) = S(\hat{p}) U_{\mu}(k, q) S(\hat{q}), \quad (p = k + q). \quad (9)$$

Здесь $d_{\mu}(k)$ - оператор, действие которого определяется в работах /5, 7/.

2. Любая теория с модифицированным пропагатором или с вершинной функцией содержит минимальное число многофотонных вершин $e^n U_n$, удовлетворяющих условию

$$U_n(q; k_1, \dots, k_n) = -d(k_n) U_{n-1}(q; k_1, \dots, k_{n-1}) \quad (10^a)$$

при $U_0 = S^{-1}$.

3. Взаимодействие n фотонов с открытым заряженным пропагатором определяется по формуле / см. рис. 2 /

$$S(\hat{q}_n) \Gamma_n(q; k_1, \dots, k_n) S(\hat{q}) = (-1)^n d(k_1) \dots d(k_n) S(\hat{q}), \quad (10^b)$$

где Γ_n и U_n связаны между собой:

$$\Gamma_n(q; k_1, \dots, k_n) = U_n(q; k_1, \dots, k_n) + \mathcal{P}_n \sum_{j=1}^{n-1} \frac{U_j(q_j; k_{j+1}, \dots, k_n) S(\hat{q}_j)}{j! (n-j)!}$$

$$\cdot \Gamma_{n-j}(q; k_1, \dots, k_j), \quad U_1 = \Gamma_1, \quad q_j = k_j + q_{j-1}, \quad q_1 = k_1 + q \quad \text{и} \quad q_n = q + \sum_{i=1}^n k_i.$$

Символ \mathcal{P}_n означает полную симметризацию, состоящую в суммировании по всем $n! / j!(n-j)!$ разбиениям совокупности точек k_1, \dots, k_n на две совокупности j и $n-j$ точек, а здесь мы не выписываем тензорных индексов.

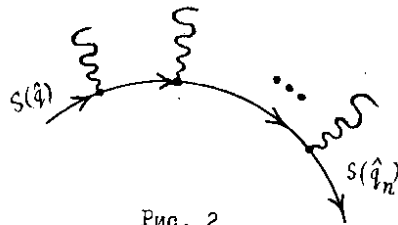


Рис. 2

Из тождества $d_{\mu}(k) [S(\hat{q}) S^{-1}(\hat{q})] = 0$ следует, что

$$d_{\mu}(k) S(\hat{q}) = S(\hat{q} + \hat{k}) \Gamma_{\mu}(k, q) S(\hat{q}), \quad (11)$$

где

$$\Gamma_{\mu}(k, q) = U_{\mu}(k, q) = -d_{\mu}(k) S^{-1}(\hat{q}).$$

Это является частным случаем формулы /10^b/ при $n = 1$.

Формально S - матрица может быть записана в форме T - произведения:

$$S = 1 + i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} S_n,$$

$$S_n = i^{n-1} \int d^4 x_1 \dots \int d^4 x_n T_d \left\{ \prod_{j=1}^n [\mathcal{L}_{em}(x_j) + \mathcal{L}_w(x_j)] \right\}.$$

Здесь символ T_d обозначает хронологическое упорядочение операторов поля плюс некоторую алгебраическую процедуру, определенную выше с помощью d - оператора, которая делает градиентно-инвариантными все матричные элементы ряда теории возмущений.

Таким образом, в нашем случае мы получим обычный по структуре ряд теории возмущений с тем отличием, что, во-первых, причинные функции локальных полей заменяются на функции /3/ - /5/, т.е. в импульсном пространстве производятся следующие замены:

$$\frac{m + \hat{k}}{m^2 - k^2 - i\epsilon} \Rightarrow V(L\sqrt{m^2 - k^2}) \frac{m + \hat{k}}{m^2 - k^2 - i\epsilon}, \quad \frac{g_{nm}}{-k^2 - i\epsilon} \Rightarrow V(-L^2 k^2) \frac{g_{nm}}{-k^2 - i\epsilon},$$

$$\frac{\hat{k}}{-k^2 - i\epsilon} \Rightarrow V(-L^2 k^2) \frac{\hat{k}}{-k^2 - i\epsilon},$$

для $V(z)$ справедливо представление Меллина

$$V(z) = \frac{1}{2L} \int_{-a-i\infty}^{-a+i\infty} d\zeta \frac{\mathcal{V}(\zeta)}{\sin \pi \zeta} z^{2\zeta};$$

во-вторых, согласно процедуре Кролла в вершинах внешних фотонных линий ставится обобщенная вершина /7/ и вычисление матричных элементов для замкнутых заряженных лептонных циклов проводится по формуле /10^b/, чем учитывается минимальное число многофотонных вершин, удовлетворяющих условию /10^a/.

3. ГРАДИЕНТНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ S - МАТРИЦЫ

Разложение S - матрицы по нормальным произведениям операторов не взаимодействующих электромагнитного поля A_{μ} и полей лептонов ψ_L имеет вид

$$S = \sum_{n, m, l} \frac{1}{n! m! l!} \int d^4 k_1 \dots d^4 k_n \int d^4 p_1 \dots d^4 p_m \int d^4 q_1 \dots d^4 q_l F_{\mu_1 \dots \mu_n} (k_1, \dots, k_n; p_1, \dots, p_m; q_1, \dots, q_l) : A_{\mu_1}(k_1) \dots A_{\mu_n}(k_n) \psi_L(p_1) \dots \psi_L(p_m) \bar{\psi}_L(q_1) \dots \bar{\psi}_L(q_l) : \quad (12)$$

$(L = e, \mu; \nu_e; \nu_{\mu}).$

Требование градиентной инвариантности означает, что в разложении /12/ коэффициенты функции $F_{\mu_1 \dots \mu_n}(\dots)$ удовлетворяют условиям

$$K_{\mu_i} F_{\mu_1 \dots \mu_i \dots \mu_n}(\dots) = 0, \quad (13)$$

$$K_{\mu_i} K_{\mu_j} F_{\mu_1 \dots \mu_i \dots \mu_j \dots \mu_n}(\dots) = 0,$$

на массовой оболочке.

В ряду теории возмущений будут присутствовать три типа диаграмм: диаграммы с чисто слабыми вершинами, со слабыми и электромагнитными и с чисто электромагнитными вершинами. Исследование последних диаграмм здесь проводиться не будет, поскольку они представляют градиентно-инвариантную электродинамику, построенную нами в рамках стохастического пространства. Доказательство выполнения условий /13/ для диаграмм со смешанными слабыми и электромагнитными вершинами проводится элементарно. Действительно, в рассматриваемой нами 4-фермионной теории слабых взаимодействий выполнено тождество Жорда

$$\frac{\partial \Sigma(p)}{\partial p_\mu} = -\Gamma_\mu(p, 0),$$

поскольку оно является следствием тождества /11,7/ при $K=0$, т.к., по определению,

$$d_\mu(K) \Big|_{K \rightarrow 0} F(q) = \frac{\partial}{\partial q_\mu} F(q).$$

Здесь $\Sigma(p)$ и $\Gamma_\mu(p, q)$ соответствуют диаграмме собственной энергии /рис. 3а/ и вершинной диаграмме /рис. 3б/ соответственно.

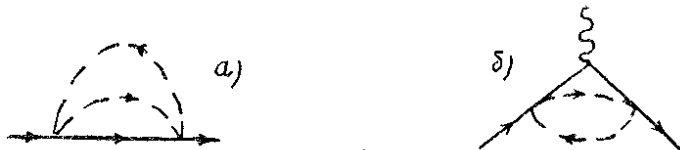


Рис. 3

Доказательство градиентной инвариантности в форме /13/ в ряде теории возмущений довольно просто и основано на использовании тождества /8/. Диаграммы замкнутых циклов, образованных пропагаторами заряженных лептонов градиентно-инвариантны согласно выбранной нами d -процедуре.

Перейдем теперь к исследованию этих диаграмм /см., например, диаграммы, приведенные на рис. 4 в ряде теории возмущений. Рассмотрим диаграмму, представленную на рис. 4а.

В импульсном представлении матричный элемент, соответствующий этой

диаграмме, определяется выражением

$$F_{\mu\alpha}^{(2)}(K) = \frac{ieG}{\sqrt{2}(2\pi)^4} \int d^4p \delta p \left\{ f_{\mu\alpha}^{(2)}(p, K) \right\}, \quad (14)$$

где $f_{\mu\alpha}^{(2)} = d_\mu(K) S(\hat{p}) O_\alpha$.

Принимая во внимание формулы /8/ и /11/, получаем

$$K_{\mu_i} d_\mu(K) S(\hat{p}) = S(\hat{p} + \hat{K}) - S(\hat{p}), \quad (15)$$

отсюда легко видеть: $K_{\mu_i} F_{\mu\alpha}^{(2)}(K) = 0$.

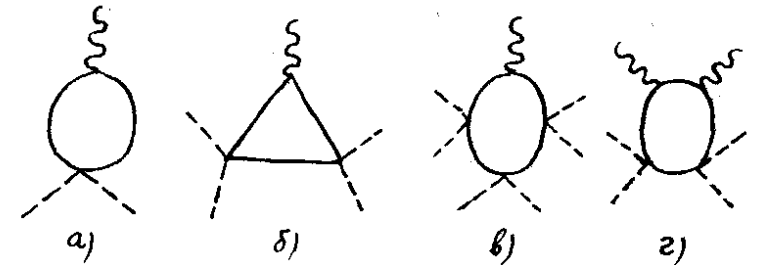


Рис. 4

Используя основное свойство /15/ d -оператора, мы легко можем доказать выполнение условия градиентной инвариантности для остальных матричных элементов замкнутых заряженных циклов. Матричный элемент, приведенный на рис. 4б, будет пропорционален величине

$$f_{\mu\alpha\beta}^{(3)}(p, K) = d_\mu(K) [S(\hat{p} + \hat{q}) O_\alpha S(\hat{q}) O_\beta], \quad (16)$$

здесь K, p - внешние импульсы, q - внутренний импульс, по которому проводится интегрирование. Раскрывая выражение /16/ с учетом /15/, получим

$$K_{\mu_i} f_{\mu\alpha\beta}^{(3)} = [S(\hat{p} + \hat{q} + \hat{K}) - S(\hat{p} + \hat{q})] O_\alpha S(\hat{q}) O_\beta + S(\hat{p} + \hat{K} + \hat{q}) O_\alpha [S(\hat{q} + \hat{K}) - S(\hat{q})] O_\beta = -S(\hat{p} + \hat{q}) O_\alpha S(\hat{q}) O_\beta + S(\hat{p} + \hat{q} + \hat{K}) O_\alpha S(\hat{q} + \hat{K}) O_\beta. \quad (17)$$

Во втором слагаемом выражения /17/, совершив сдвиг $q + K \rightarrow q$ во внутренних импульсах интегрирования, получим соотношение

$$K_{\mu_i} f_{\mu\alpha\beta}^{(3)}(p, K) = 0.$$

Рассмотрим теперь диаграмму четвертого порядка /рис. 4в/. В этом случае член $f_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(4)}$ типа $f_{\mu\alpha}^{(2)}$ и $f_{\mu\alpha\beta}^{(3)}$ имеет вид

$$f_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(4)}(k; q_1, q_2) = d_{\mu}(k) [S(\hat{q}) Q_{\alpha} S(\hat{q} + \hat{q}_1) O_{\beta} S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2) O_{\gamma}].$$

Отсюда легко получить

$$\begin{aligned} \kappa_{\mu} f_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(4)} &= [S(\hat{q} + \hat{k}) - S(\hat{q})] Q_{\alpha} S(\hat{q} + \hat{q}_1) O_{\beta} S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2) O_{\gamma} + S(\hat{q} + \hat{k}) \cdot \\ &\cdot Q_{\alpha} [S(\hat{q} + \hat{q}_1 + \hat{k}) - S(\hat{q} + \hat{q}_1)] O_{\beta} S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2) O_{\gamma} + S(\hat{q} + \hat{k}) \cdot \\ &\cdot Q_{\alpha} S(\hat{q} + \hat{q}_1 + \hat{k}) O_{\beta} [S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2 + \hat{k}) - S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2)] O_{\gamma} = \\ &= -S(\hat{q}) Q_{\alpha} S(\hat{q} + \hat{q}_1) O_{\beta} S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2) O_{\gamma} + S(\hat{q} + \hat{k}) Q_{\alpha} S(\hat{q} + \hat{q}_1 + \hat{k}) O_{\beta} \cdot \\ &\cdot S(\hat{q} + \hat{q}_1 - \hat{q}_2 + \hat{k}) O_{\gamma}. \end{aligned}$$

Во втором члене этого выражения, проводя замену $q+k \rightarrow q$ и интегрируя по d^4q , получим

$$\kappa_{\mu} f_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(4)} = 0.$$

Наконец, рассмотрим еще одну диаграмму, приведенную на рис. 4г. При этом член $f_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2,2)}(k_1, k_2, p)$, соответствующий этой диаграмме, приобретает вид

$$f_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2,2)} = d_{\nu}(k_2) \{ d_{\mu}(k_1) (Q_{\alpha} S(\hat{p} + \hat{q}) O_{\beta} S(\hat{q})) \}. \quad (17^a)$$

Отсюда видно, что в силу равенства /17/ мы получим тождество

$$\kappa_{1\mu} \kappa_{2\nu} f_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2,2)} = 0.$$

Таким образом, приведенные нами алгебраические соотношения показывают, что в рамках данной модели матричные элементы S - матрицы удовлетворяют условию градиентной инвариантности в форме /13/ в любом порядке теории возмущений.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОПРАВОК К АНОМАЛЬНОМУ МАГНИТНОМУ МОМЕНТУ ЛЕПТОНОВ И ЛЭМБОВСКОМУ СДВИГУ АТОМНЫХ УРОВНЕЙ

С точки зрения проверки локальности квантовой теории вычисленные поправки за счет слабых взаимодействий к квантово-электродинамическим процессам всегда представляет большой интерес. Если будет обнаруживаться отклонение величины поправки от предсказываемой квантовой электродинамикой при некоторых малых расстояниях /или при высоких энергиях/, то отсюда можно сделать вывод о том, что ло-

кальная квантовая электродинамика нарушена, слабые и электромагнитные силы становятся равными по порядку величины. Вполне возможно, что в этой области энергии начинается процесс объединения слабых и электромагнитных взаимодействий.

Настоящий раздел посвящен вычислению поправок к аномальному магнитному моменту лептонов и лэмбовскому сдвигу атомных уровней и установлению нижней границы универсальной длины L .

Аномальный магнитный момент лептонов

В низшем порядке по G поправка к аномальному магнитному моменту /АММ/ лептона связана с двумя диаграммами / рис. 5а /, отвечающими диагональному и "недиагональному" членам лагранжиана $\mathcal{L}_W(x)$.

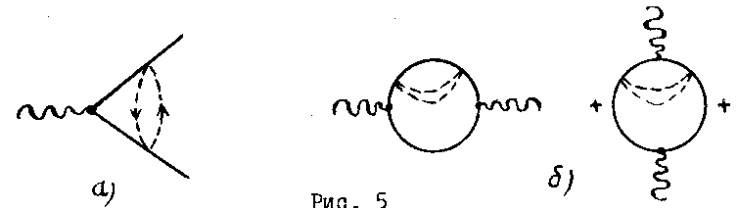


Рис. 5

В рамках нелокальной и стохастической теории диаграммы такого типа вычислялись в работах /8,9/. Поэтому мы не будем подробно останавливаться на деталях вычисления, а только приведем основные результаты.

Итак, в стохастической теории матричные элементы, соответствующие этим диаграммам, могут быть представлены в виде

$$\tilde{f}_{\mu}^{(j)}(p, q) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{G^2}{2i(2\pi)^4} \int d^4k N_{\alpha\beta}^{\delta}(k) Q_{\alpha} S^{\delta}(\hat{p} + \hat{k}) \mathcal{U}_{\mu}^{\delta}(p, k) S^{\delta}(\hat{p} + \hat{k}) O_{\beta} \quad (18)$$

$$(j = e, \mu),$$

где символ δ означает промежуточную регуляризационную процедуру Алебастрова-Ефимова /2/, которая обеспечивает переход к интегрированию по евклидовому пространству в амплитудах физических процессов.

Здесь p' и p - внешние импульсы, $p' = p + q$.

$$S(\hat{p}' + \hat{k}) \mathcal{U}_{\mu}(p, k) S(\hat{p} + \hat{k}) = -S(\hat{p}' + \hat{k}) \frac{\delta_{\mu}}{m_j - \hat{p} - \hat{k}} +$$

$$+ \left[V(-L\sqrt{m_j^2 - (\rho' + \kappa)^2}) - V(-L\sqrt{m_j^2 - (\rho + \kappa)^2}) \right] \cdot \frac{\hat{q} \delta_{\mu} + 2 \cdot \rho_{\mu}}{q^2 + 2(\rho \cdot q)} \cdot \frac{1}{m_j - \hat{p} - \hat{k}} \quad (19)$$

Функция $N_{\alpha\beta}(\kappa)$ соответствует нейтринной петле и определяется выражением

$$N_{\alpha\beta}(\kappa) = \frac{1}{2\pi^2 2i} \int_{-2+i\infty}^{-2-i\infty} d\zeta \frac{V(\zeta)}{\sin \pi \zeta} (-L^2 \kappa^2)^{\zeta} \cdot \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\eta \frac{v(\eta)}{\sin \pi \eta} (-L^2 \kappa^2)^{\eta} \frac{\Gamma(2+\zeta)\Gamma(2+\eta)}{\Gamma(1-\zeta)\Gamma(1-\eta)} \cdot \frac{1}{\Gamma(4+\zeta+\eta)} \left[-2\kappa_{\alpha} \kappa_{\beta} \Gamma(-\eta-3) + g_{\alpha\beta} \kappa^2 (2+\eta+3) \Gamma(-1-\eta-3) \right] \quad (20)$$

Подставляя /19/ и /20/ в /18/, интегрируя по $d^4 \kappa$, в предположении малости $m_j^2 L^2 \ll 1$ получим члены, дающие вклад в аномальный магнитный момент лептона:

$$\tilde{\Gamma}_{\mu}^{(j)}(q) = \tilde{\Gamma}_{\mu}^{(j)}(\rho, \varrho) \Big|_{\rho^2 = \rho'^2 = m_j^2} = \frac{i}{2m_j} \tilde{b}_{\mu\nu} q_{\nu} F(q^2),$$

$$\tilde{b}_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} (\delta_{\mu} \delta_{\nu} - \delta_{\nu} \delta_{\mu}), \quad a_j = F(0) = -\frac{e^2 m_j^2}{(2\pi)^4 L^2} B.$$

Здесь величина B определяется выражением

$$B = \frac{\pi}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)}{\sin \pi \zeta} \cdot \frac{1}{2i} \int_{-\alpha+i\infty}^{-\alpha-i\infty} d\eta \frac{v(\eta)}{\sin \pi \eta} \frac{\Gamma(2+\zeta)\Gamma(2+\eta)}{\Gamma(1-\zeta)\Gamma(1-\eta)} \frac{v(-1-\zeta-3)}{\Gamma(4+\zeta+\eta)} \quad (21)$$

$$\cdot \frac{\Gamma(-2-3)}{\sin \pi(\eta+5)} \left\{ \frac{1}{12} \left[(\eta+3)(1+\eta+3) + 28 \right] - \frac{2+2+3}{60} \right\} \cdot$$

$$\left[8 + (\eta+3)(10 + 17(\eta+3) + 2(\eta+3)^2) \right] +$$

$$+ \frac{2+\eta+3}{1+\eta+3} \left[\frac{2+\eta+3}{60(4+\eta+3)} (-80 + 28(\eta+3) + 21(\eta+3)^2 + (\eta+3)^3) \right].$$

Интеграл такого типа /21/ был подробно исследован в работе /6/. Путем последовательного сдвига контуров интегрирования вправо мы сможем свести этот интеграл к двойному ряду, а ряд обрывается согласно условию $V(-m) = 0$ для любого целого числа $m \geq N+1$, где N - некоторое число, зависящее от конкретного вида функции $V(x)$. Например, $N = 3$ для $V(x) = v_{\mu}^*(x)$,

$$v_{\mu}^*(x) = g \cdot 2^{2x+4} (2x+5)(x+1) / \Gamma(2x+7).$$

Физический смысл такого формфактора связан с изменением закона Кулона на малых расстояниях, и соответствующее ему распределение заряда описывает равномерно заряженный шар радиуса L / см. более подробно в /21/.

В результате численного расчета, проведенного на ЭВМ, имеем $B \approx 3$ для формфактора $v_{\mu}^*(x)$. Сравнение полученной поправки с экспериментальными значениями /10/ АММ лептонов дает следующие ограничения на масштаб погрешностей L :

$$L \geq 1 \cdot 10^{-19} \text{ см для } (a_e); \quad L \geq 2,5 \cdot 10^{-18} \text{ см для } (a_{\mu}).$$

Лэмбовский сдвиг атомных уровней

Если ограничиться порядком eG^2 , то, как показано нами /8/ раньше, доминирующий вклад в лэмбовский сдвиг атомных уровней за счет слабых взаимодействий идет от диаграмм, приведенных на рис. 56, поэтому их анализом мы и займемся. Соответствующий им член S - матрицы представим в виде

$$S_{2,2}(x, y) = -i : A_{\mu}(x) \Pi_{\mu\nu}(x-y) A_{\nu}(y) : ,$$

где

$$\Pi_{\mu\nu}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 q e^{iqx} \tilde{\Pi}_{\mu\nu}(q).$$

При вычислении $\tilde{\Pi}_{\mu\nu}(q)$ воспользуемся выражениями /17^б/ и /20/ для $f_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2,2)}(\rho, \varrho, \kappa)$ и $N_{\alpha\beta}(\kappa)$ соответственно. В стохастической теории величина $\tilde{\Pi}_{\mu\nu}(q)$ принимает вид

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}(q) = \frac{e^2 G^2}{2(2\pi)^8} \iint d^4 p d^4 k \text{Sp} \left\{ f_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2,2)}(\rho, \varrho, \kappa) N_{\alpha\beta}(\kappa) \right\} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{e^2 G^2}{2(2\pi)^8} \iint d^4 p d^4 k \operatorname{Sp} \left\{ [2S(\hat{p} + \hat{k})(d_\nu(-q) S^{-1}(\hat{p} + \hat{k} + \hat{q})) S(\hat{p} + \hat{k} + \hat{q}) \right. \\
&\quad (d_\mu(q) S^{-1}(\hat{p} + \hat{k})) S(\hat{p} + \hat{k}) O_2 S(\hat{p}) - S(\hat{p} + \hat{k}) \cdot \\
&\quad (d_\nu(-q) [d_\mu(q) S^{-1}(\hat{p} + \hat{k})]) S(\hat{p} + \hat{k}) O_2 S(\hat{p}) - \\
&\quad - S(\hat{p} + \hat{k}) O_2 S(\hat{p}) (d_\nu(-q) [d_\mu(q) S^{-1}(\hat{p})]) S(\hat{p}) + \\
&\quad + 2S(\hat{p} + \hat{k})(d_\mu(q) S^{-1}(\hat{p} + \hat{k} - \hat{q})) S(\hat{p} + \hat{k} - \hat{q}) O_2 S(\hat{p} - \hat{q}) \cdot \\
&\quad \cdot [d_\nu(-q) S^{-1}(\hat{p})] S(\hat{p}) + 2S(\hat{p} + \hat{k}) O_2 S(\hat{p}) [d_\nu(-q) S^{-1}(\hat{p} + \hat{q})] \cdot \\
&\quad \left. \cdot S(\hat{p} + \hat{q}) [d_\mu(q) S^{-1}(\hat{p})] S(\hat{p}) \right] O_\beta N_{2\beta}(k) \}.
\end{aligned}$$

Переходя к евклидовым импульсам и используя обобщенную параметризацию Фейнмана, после некоторых вычислений получим

$$\tilde{\Pi}_{\mu\nu}(q) = (q_\nu q_\mu - q^2 g_{\mu\nu}) \Pi(q^2),$$

где

$$\begin{aligned}
\Pi(q^2) &= \frac{1}{\pi^2 i} \delta \cdot \Gamma(-1-\eta-\rho-\zeta-\lambda) \int d^4 p (p+q)^2 (q^2 + 2(p \cdot q))^{-1} \\
&\quad \cdot \left\{ \left[\frac{m^2 y}{1-x} + m^2(1-y) - (p+q)^2 \right]^{1+\eta+\zeta+\rho+\lambda} - \right. \\
&\quad \left. - \left[\frac{m^2 y}{1-x} + m^2(1-y) - p^2 \right]^{1+\eta+\zeta+\rho+\lambda} \right\}, \quad (22) \\
\delta &= \frac{2G^2}{8\pi^5} \frac{1}{2i} \int_{-2+i\infty}^{-2-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)}{\sin \pi \zeta} L^{2\zeta} \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\eta \frac{v(\eta)}{\sin \pi \eta} L^{2\eta} \frac{1}{2i} \int_{-\gamma+i\infty}^{-\gamma-i\infty} d\rho \frac{v(\rho)}{\sin \pi \rho} L^{2\rho} \\
&\quad \frac{1}{2i} \int_{-x+i\infty}^{-x-i\infty} d\lambda \frac{v(\lambda)}{\sin \pi \lambda} L^{2\lambda} \frac{\Gamma(2+\zeta)\Gamma(2+\eta)}{\Gamma(4+\eta+\zeta)\Gamma(1-\zeta)} \frac{1}{\Gamma(1-\eta)\Gamma(1-\rho)\Gamma(1-\lambda)} \\
&\quad \frac{1}{\Gamma(-2-\eta-\zeta-\rho)} \iint dx dy (1-y)^{-\lambda} y^{-3-2-\zeta-\rho} \left[(3\Gamma(-1-\eta-\zeta) - 2\Gamma(-2-\eta-\zeta) \right. \\
&\quad \left. + x\Gamma(-2-\eta-\zeta) \right) \Gamma(-2-\eta-\zeta-\rho) + x\Gamma(-2-\eta-\zeta)\Gamma(-1-\eta-\zeta-\rho) \right] x^{2+\eta+\zeta} (1-x)^\rho.
\end{aligned}$$

Воспользовавшись тождеством

$$1/q^2 - 1/\beta^2 = -n \int_0^1 (2-\beta) [(2-\beta)z + \beta]^{-1-n} dz,$$

получим

$$\begin{aligned}
\Pi(q^2) &= \frac{1}{\pi^2 i} \delta \cdot \Gamma(-\eta-\zeta-\lambda-\rho) \int_0^1 dz \int d^4 p (p+q)^2 \cdot \\
&\quad \left[\frac{m^2 y}{1-x} + m^2(1-y) - (p+qz)^2 - q^2 z(1-z) \right]^{2+\zeta+\lambda+\rho} = \\
&= \delta \cdot \int_0^1 dz \left[\frac{m^2 y}{1-x} + m^2(1-y) - q^2 z(1-z) \right]^{2+\eta+\zeta+\rho+\lambda} \cdot \\
&\quad \cdot \left\{ -2\Gamma(-3-\eta-\zeta-\rho-\lambda) \left(\frac{m^2 y}{1-x} + m^2(1-y) - q^2 z(1-z) \right) + q^2(1-z)^2 \Gamma(-2-\eta-\zeta-\rho-\lambda) \right\}.
\end{aligned}$$

Поправки к атомным уровням, обусловленные диаграммами поляризации вакуума полем ядра, определяются следующей формулой:

$$\Delta E = - \frac{8Z^4 \alpha^2 m_e^2}{n_0^3} R_y \cdot \frac{d\Pi(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0}, \quad (23)$$

где $R_y = \frac{1}{2} \alpha^2 m_e$.

Вычисление $d\Pi(q^2)/dq^2|_{q^2=0}$ проводится явным образом. В предположении малости $m_j^2 L^2 \ll 1$ получим

$$\frac{d\Pi(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} = \frac{2\alpha G^2}{5\pi^5} \left(\frac{1}{m_\mu^2} + \frac{1}{m_e^2} \right) C, \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned}
C &= \frac{5}{48} \prod_{i=1}^3 \left\{ \frac{1}{2i} \int_{-\delta_i+i\infty}^{-\delta_i-i\infty} dx_i \frac{v(x_i)}{\sin \pi x_i} \frac{1}{\Gamma(1-x_i)} \right\} \frac{v(-2-x_1-x_2-x_3)}{\sin \pi(x_1+x_2+x_3)} \cdot \\
&\quad \frac{\Gamma(2+x_1)\Gamma(2+x_2)\Gamma(1+x_3)}{(3+x_1+x_2)\Gamma(5+x_1+x_2+x_3)} \frac{\Gamma(-2-x_1-x_2)\Gamma(-2-x_1-x_2-x_3)}{[3(8+3(x_1+x_2)) + (1+x_1+x_2+x_3)(9+x_3+3(x_1+x_2))]}].
\end{aligned}$$

Подставим /24/ в /23/ и учтём $m_\mu^2 \gg m_e^2$, тогда поправка к лэмбовскому сдвигу $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ будет иметь вид

$$\Delta E_w(2S_{1/2} - 2P_{1/2}) = -\frac{2}{5} \frac{Z^4}{\pi^5 L^4} \alpha^3 G^2 R_y \cdot C, \quad (25)$$

здесь постоянная $C \sim 1$ для формфактора $v_\mu(x)$.

Экспериментальное значение лэмбовского сдвига согласно данным, приведенным в обзоре С.Бродского и С.Дрелла /10/, составляет

$$\Delta E_{exp}(2S_{1/2} - 2P_{1/2}) = (1057,912 \pm 0,011) \text{ мГц}$$

и полностью объясняется локальной теорией. Поэтому

$$|\Delta E_w(2S_{1/2} - 2P_{1/2})| \lesssim 0,011 \text{ МГц}$$

и, подставляя в это неравенство формулу /25/, получим $L \geq 10^{-16}$ см.

5. ПРОБЛЕМА ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

В последние годы появилось много статей, в которых осцилляции нейтрино рассматривались с самых различных точек зрения / см. обзор С.М.Биленького и Б.М.Понтекорво /11/. Понтекорво были рассмотрены осцилляции нейтрино много лет назад, он предположил, что осцилляции могут возникать, если наряду с обычным слабым взаимодействием имеется взаимодействие, не сохраняющее лептонные числа. Такая картина аналогична осцилляциями в системе нейтральных каонов. При этом роль нарушающего странности каона играет в случае нейтрино не сохраняющее лептонные числа взаимодействие.

Появившиеся в последнее время работы по осцилляциям нейтрино тесно связаны с единой теорией слабого и электромагнитного взаимодействия Вайнберга-Салама. Таким образом, кроме обычной гипотезы о кварк-лептонной аналогии, в этих работах выдвигается новая гипотеза: лептоны, так же как и кварки, смешаны. В такой теории возникают осцилляции $\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$.

В настоящее время неясен вопрос о том, каким образом происходит осцилляция нейтрино, если она существует. Осцилляция нейтрино может быть связана с существованием массивных нейтрино ν_1 и ν_2 или же тяжелых лептонов / например, недавно наблюдаемых в эксперименте τ^+ и τ^- лептонов/.

В тех или иных случаях возникает осцилляция нейтрино, т.е. проявляется неортогональность между ν_e и ν_μ , $\langle \nu_e | \nu_\mu \rangle \neq 0$. В прежней работе /9/ нами была рассмотрена такая возможность и постулировалось, что различие в поведении между ν_e и ν_μ , обусловливающееся внутренними свойствами этих частиц, зависит от нелокальных эффектов слабых взаимодействий. Например,

$$\nu_\mu = \nu_e + f(L, \nu) \cdot \nu = \nu_e - (1 - \phi(L, \nu)) \nu, \quad (26)$$

где f / или ϕ / характеризует фактор, измеряющий отклонение от точной симметрии $SU(2)$ степени различимости $\nu_e - \nu_\mu$ / и является функцией от L - элементарной длины и ν - параметра, связанного

некоторым преобразованием с нелокальным формфактором модели, а ν - нейтрино, обладающее свойствами как ν_e , так и ν_μ . При такой записи /26/ пропагатор перехода между ν_e и ν_μ имеет вид

$$\langle 0 | \Psi_{\nu_e}(x) \bar{\Psi}_{\nu_\mu}(y) | 0 \rangle = i \phi \mathcal{D}_{\nu_e \nu}(x-y),$$

где мы положили $\mathcal{D}_{\nu_e \nu_e}(x) = \mathcal{D}_{\nu_e \nu}(x)$, т. к. нейтрино ν обладает свойством ν_e .

При предположении существования смешивания нейтрино в принципе становятся возможными распады $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu e$, $K_L^0 \rightarrow \mu e$ и др., запрещенные обычной теорией. Эти процессы возникают в высших порядках теории возмущений, исследованию их в рамках нашего подхода посвящен данный раздел. Здесь показано, что если величина элементарной длины $L \sim 10^{-16}$ см и если имеет место смешивание, то вероятность этих распадов может быть близкой к достигнутой в опытах /12/ верхней границе.

РАСПАД $\mu \Rightarrow e \gamma$

В рамках нелокальной теории слабых взаимодействий этот распад был подробно исследован в работе /9/, поэтому здесь мы приведем только результаты. Вероятность распада определяется диаграммами, показанными на рис. 6а.

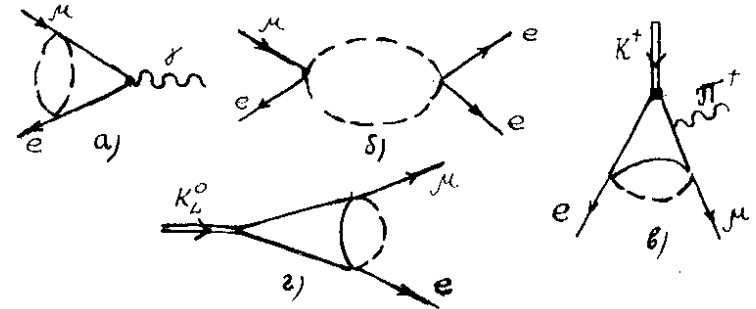


Рис.6

Соответствующий им член S - матрицы в стохастической теории может быть представлен в виде

$$M = -ie \sum_{j=e,\mu} \bar{\Psi}_e(x) \Gamma_{\alpha}^{(j)}(x, z/y) \Psi_{\mu}(z) A^{\alpha}(y);$$

где $\Gamma_{\alpha}^{(j)}(x, z/y) = \frac{1}{(2\pi)^8} \iint d^4 p d^4 q e^{i p(z-x) + i q(y-x)} \tilde{\Gamma}_{\alpha}^{(j)}(p, q),$

$$\tilde{\Gamma}_a^{(j)}(p, q) = \frac{G^2 \Phi}{2i(2\pi)^4} \int d^4 k N_{\beta\beta}(k) O_\beta S(\hat{p}' + \hat{k}) U_2(p, q, k) S(\hat{p} + \hat{k}) O_\beta.$$

После некоторых вычислений мы имеем

$$\tilde{\Gamma}_a^{(j)}(p, q) = \tilde{\Gamma}_{1a}^{(j)}(p, q) + \tilde{\Gamma}_{2a}^{(j)}(p, q),$$

здесь

$$\tilde{\Gamma}_{1a}^{(j)}(p, q) = \frac{2}{i} m_\mu \bar{\sigma}_{\beta\beta} q^\beta \delta \cdot \frac{\Gamma(-1-2-3-\lambda)}{\Gamma(-2-3)\Gamma(1-\lambda)} \iint dx dy y^{1-\lambda} (1-y)^{-1-2-3} x^{-\lambda} [\Gamma(-2-3) \cdot (y+y(1-y))(1-x) + (2+2+3)\Gamma(-1-2-3)(xy-2(1-y))y(1-x)] \mathcal{L}^{1+2+3+\lambda},$$

$$\tilde{\Gamma}_{2a}^{(j)}(p, q) = \frac{2}{i} m_\mu \bar{\sigma}_{\beta\beta} q^\beta \delta \cdot \frac{\Gamma(-1-2-3-\lambda)}{\Gamma(-2-3)\Gamma(-\lambda)} \iiint dx dy dz y^{1-\lambda} (1-y)^{-1-2-3} x^{-\lambda} \cdot \left\{ \Gamma(-2-3) [(1-y)(1-y(1-xz)) + xyz - 2y^2 + 2x^2 z^2 y^2 - 4(1-y)(1-xz)y] + (2+2+3)\Gamma(-1-2-3) \cdot [y(1-y+xyz) + y(1-y)(1-xz) - yxz] \right\} \mathcal{L}_1^{1+2+3+\lambda},$$

$$\mathcal{L} = m_\mu^2 y - p^2 y(1-y) - 2(p, q) xy(1-y) - q^2 xy(1-xy),$$

$$\mathcal{L}_1 = m_\mu^2 y - p^2 y(1-y) - 2(p, q) xyz(1-y) - q^2 xyz(1-xyz),$$

$$\delta = \frac{G^2 \Phi (1-\delta_5)}{2(2\pi)^4} \prod_{\beta_i = \lambda, 3, 2} \left\{ \frac{1}{2i} \int_{-\beta_i+i\infty}^{-\beta_i-i\infty} d\beta_i \frac{v(\beta_i)}{\sin \pi \beta_i} L^{2\beta_i} \right\} \frac{1}{\Gamma(1-2)\Gamma(1-3)\Gamma(4+3+2)} \cdot \Gamma(2+2)\Gamma(2+3).$$

Объединяя выражения $\tilde{\Gamma}_{1a}^{(j)}$ и $\tilde{\Gamma}_{2a}^{(j)}$, в предположении малости $m_\mu^2 L^2 \ll 1$ получим

$$\tilde{\Gamma}_a^{(j)}(p, q) = \tilde{\Gamma}_a^{(e)}(p, q) + \tilde{\Gamma}_a^{(\mu)}(p, q) = 4i m_\mu \bar{\sigma}_{\beta\beta} q^\beta \frac{G^2 (1-\delta_5) \Phi}{2(2\pi)^4 L^2} \mathcal{X},$$

$$\text{где } \mathcal{X} = \frac{\pi}{\Gamma(5)} \prod_{i=1}^2 \left\{ \frac{1}{2i} \int_{-a_i+i\infty}^{-a_i-i\infty} dx_i \frac{v(x_i) \Gamma(2+x_i)}{\sin \pi x_i \Gamma(1-x_i)} \right\} \frac{v(-1-x_1-x_2)}{\Gamma(4+x_1+x_2)} \frac{\Gamma(-x_1-x_2)}{\sin \pi(x_1+x_2)}.$$

$$\left[2(x_1+x_2) + (4-x_1-x_2)(1+x_1+x_2) + 4(4+x_1+x_2) + \frac{2+x_1+x_2}{(1+x_1+x_2)^2} \right].$$

Тогда квадрат матричного элемента равен

$$|M|^2 = \frac{e^2 \Phi^2 G^4}{\pi^8 L^4 2^6} \cdot 5 \cdot \mathcal{X}^2 m_\mu^6,$$

а интегрирование по фазовому объему электрона и фотона и усреднение по спину мюона дает

$$W = \frac{5e^2 \Phi^2 G^4}{L^4 \cdot 2^8} \mathcal{X}^2 m_\mu^5.$$

Отношение к вероятности распада $\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu}$ составляет

$$B(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{W(\mu \rightarrow e \gamma)}{W(\mu \rightarrow e \nu \bar{\nu})} = \frac{15}{4} \alpha \frac{\Phi^2 G^2}{L^4 \pi^5} \mathcal{X}^2,$$

где величина $\mathcal{X} \sim 5$ при $v(x) = U_{ii}(x)$, а $|\Phi| \lesssim 0,055$ / см. /^{13/}. Полагая $\Phi \sim 10^{-2}$ и $L \sim 2 \cdot 10^{-16}$ см, получим

$$B(\mu \rightarrow e \gamma) \lesssim 2 \cdot 10^{-9}.$$

РАСПАД $\mu \Rightarrow 3e$

Распад $\mu \rightarrow 3e$ во втором порядке по G описывается диаграммой рис. 66. Член S - матрицы, соответствующий этой диаграмме, может быть записан в виде

$$-i \frac{G^2 \Phi}{2} (\bar{e}(x) O_\alpha \mu(x)) N_{\beta\beta}(x-y) (\bar{e}(y) O_\beta e(y)),$$

где $N_{\beta\beta}(x)$ - нейтринная петля - определяется выражением /20/. Прделав вычисления, аналогичные приведенным выше, получим

$$B(\mu \rightarrow 3e) = \frac{5 \cdot \Phi^2 G^2 c_0^2}{36 \cdot 9 \cdot (2\pi)^4 L^4},$$

где

$$c_0 = -\frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta) v(-1-\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta}.$$

Полагая $\Phi \sim 10^{-2}$ и $L \sim 2 \cdot 10^{-16}$ см, мы имеем $B(\mu \rightarrow 3e) \lesssim 10^{-10}$.

РАСПАД $K^+ \Rightarrow \pi^+ \mu e$

Перейдем теперь к рассмотрению распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu e$ в рамках нашей схемы. Матричный элемент, соответствующий диаграмме, показанной на рис. 6в, имеет вид

$$i \sqrt{2} f_K f_\pi \frac{G^2}{2} \bar{\mu}(p) \Gamma(p, q) e(p_+) \varphi_\pi \cos \theta_c \sin \theta_c,$$

где

$$\Gamma(p, q) = \frac{\Phi}{i(2\pi)^4} \int d^4 k \Pi_{\beta\beta}(k) O_2 S_\lambda(\hat{k} - \hat{p}) \chi_5 S_\rho(\hat{p} + \hat{k} - \hat{p}) \chi_5 S_n(\hat{p} - \hat{p} + \hat{k} - \hat{q}) O_\beta.$$

Здесь $\Pi_{\alpha\beta}^{\nu}(\kappa)$ соответствует нейтрино-нуклонной петле и определено в работе /6/.

Адронный ток взят в форме Кабиббо. После длинных, но и элементарных вычислений получим

$$\Gamma(\rho, \vartheta) = \frac{\Phi}{(2\pi)^4 L^2} (f_1 \hat{p} + f_2 \hat{q})(1 + \delta_5),$$

где

$$f_1 = \frac{\sigma_0}{40} [5(4 + \delta + \lambda)\Gamma(-1 - \delta - \lambda) - \Gamma(-\delta - \lambda)(\delta + \delta + 2)(2 - 3)],$$

$$f_2 = \sigma_0 \left[\frac{4 + \delta + \lambda}{24} (3\Gamma(-\delta - \lambda) - 2\Gamma(-1 - \delta - \lambda)) - \frac{1}{40} (1 - 2)(5 + \delta + \lambda)\Gamma(-\delta - \lambda) \right]$$

и

$$\sigma_0 = 6\pi \prod_{i=1,2,3} \left\{ \frac{1}{2i} \left(d_{i-1}^{\beta_i} \frac{v(\beta_i)}{\sin \pi \beta_i} \frac{1}{\Gamma(1 - \beta_i)} \right) \frac{v(-1 - 2 - 3 - \delta - \lambda) \Gamma(1 + \lambda) \Gamma(1 + \delta)}{\sin \pi(2 + 3 + \delta + \lambda) \Gamma(2 + \delta + \lambda)} \right\}$$

Тогда квадрат матричного элемента имеет вид

$$|\bar{M}|^2 = \frac{4\Phi^2 f_K^2 G^4 f^2}{(2\pi)^2 (m_{pL})^4} \int_{\pi}^2 \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c \left\{ 4\rho_e^e \rho_{\beta}^{\mu} (2\rho_{\alpha}^{\kappa} \rho_{\beta}^{\kappa} - \rho^{\kappa} \rho_{\alpha\beta}^{\kappa}) + m_{\mu}^2 (\rho_e^e \rho_{\mu}^{\mu}) + 4m_{\mu}^2 (\rho_{\mu}^{\mu})^2 \right\}$$

где черточка означает суммирование по спиновым состояниям лептонов, а $f = f_1 \approx f_2$. Интегрирование вероятности распада

$$W = \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^9} \int \frac{d\vec{p}_e}{2E_e} \frac{d\vec{p}_{\mu}}{2E_{\mu}} \frac{d\vec{p}_{\pi}}{2E_{\pi}} \frac{1}{2E_K} |\bar{M}|^2 \delta^{(4)}(p_K - p_e - p_{\mu} - p_{\pi})$$

по фазовому объему двух лептонов дает

$$W = \frac{\Phi^2 f_K^2 G^4 f^2}{6(2\pi)^7 (m_{pL})^4} \sin^2 \theta_c \cos^2 \theta_c \int dE_{\pi} \cdot E_{\pi} \left[16m_{\mu}^2 p_{\pi}^2 + 3m_{\mu}^2 (m_{\mu} + \frac{m_{\pi}^2}{m_K} - 2E_{\pi}) + 4m_{\mu}^2 \right]$$

Переходя к системе покоя K^+ - мезона и проделав необходимые численные расчеты, получим

$$W(K^+ \rightarrow \pi^+ \mu e) = \frac{f_K^2 f_{\pi}^2 \Phi^2 G^4 \sin^2 \theta_c}{192\pi^3 (2\pi)^4 (m_{pL})^4} \cos^2 \theta_c \cdot m_K^5 \cdot 0,78.$$

Отношение к вероятности распада $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$

$$W(K^+ \rightarrow \mu^+ \nu) = \frac{G^2}{8\pi} f_K^2 m_K m_{\mu}^2 \sin^2 \theta_c \left(1 - \frac{m_{\mu}^2}{m_K^2}\right)^2$$

составляет

$$B \approx \frac{\Phi^2 G^2 f_{\pi}^2 f^2 \cos^2 \theta_c}{24\pi^2 (2\pi)^4 (m_{pL})^4} \frac{m_K^4}{m_{\mu}^2} \cdot 0,84.$$

Полагая $f_{\pi}^2 \approx m_{\pi}^2$, $L \sim 2 \cdot 10^{-16}$ см, $\Phi \sim 10^2$ и $f \approx 10$ для $\mathcal{U}_{\mu}(x)$, получим

$$B(K^+ \rightarrow \pi^+ \mu e) \lesssim 3 \cdot 10^{-11}.$$

РАСПАД $K_L^0 \Rightarrow \mu e$

Матричный элемент, соответствующий диаграмме /рис.7г/, имеет

вид

$$i\sqrt{2} f_{K\pi} \left(\frac{G}{\sqrt{2}}\right)^2 \mathcal{M}^-(\rho) \Gamma(\rho, \vartheta) e(\rho_+) \psi_K \cos \theta_c \sin \theta_c,$$

где

$$\Gamma(\rho, \vartheta) = \frac{\Phi}{(2\pi)^4 L^2} \int d^4 \kappa \Pi_{\alpha\beta}^{\nu}(\kappa) Q_{\alpha} \frac{V(-(\kappa - \rho)^2 L^2) (m_N + \hat{\kappa} - \hat{\rho})}{m_N^2 - (\kappa - \rho)^2 - i\epsilon} \gamma_5.$$

$$\frac{m_N + \hat{\rho}_+ + \hat{\kappa}}{m_N^2 - (\rho_+ + \kappa)^2 - i\epsilon} V(-(\rho_+ + \kappa)^2 L^2) O_{\beta},$$

$\Pi_{\alpha\beta}^{\nu}(\kappa)$ - нейтрино-нуклонная петля. Это выражение было вычислено нами в работе /6/. В данном случае вероятность распада приобретает вид

$$W(K_L^0 \rightarrow \mu e) = \frac{m_K}{8\pi} \left(1 - \frac{(m_{\mu} + m_e)^2}{m_K^2}\right)^2 f_{K\pi}^2 \Phi^2 m_{\mu}^2 m_p^2 G^4 A^2 \cos^2 \theta_c \sin^2 \theta_c / (128 \pi^8 L^4).$$

Отношение вероятностей распадов $K_L^0 \rightarrow \mu e$ и $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$ равно

$$B(K_L^0 \rightarrow \mu e) = \frac{f_{K\pi}^2}{f_K^2} \frac{\Phi^2 m_p^2 G^2}{128 \pi^8 L^4} A^2 \cos^2 \theta_c,$$

где $f_K^2 \sim m_{\pi}^2 / 14$,

значение величины A дается в работе /6/ при различных факторах теории:

$$A_1 \approx 2 \quad \text{при } \mathcal{U}_1(x) = \mathcal{U}_{\mu}(x),$$

$$A_2 \approx 6 \cdot 10^{-2} \quad \text{при } \mathcal{U} = \mathcal{U}_2(x) = 49 \cdot 2 \cdot (1+x)(2+x)(11+2x)(13+2x) \cdot (4x^3 + 70x^2 + 39x + 675) / \Gamma(15+2x);$$

$$A_3 \approx 4 \cdot 10^{-4} \quad \text{при } \mathcal{U} = \mathcal{U}_3(x) = 15 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 2^{2x+14} \cdot (1+x)(2+x)(3+x)(4+x) \cdot (2x+13)(2x+15)(2x+17)(2x+19)(2x+20)(2x+21) \cdot \frac{2x^2 + 25x + 81}{\Gamma(23+2K)}.$$

Парциальная ширина $B(K_L^0 \rightarrow \mu e)$, соответствующая этим величинам, равна

$$B_1(\kappa_L^0 \rightarrow \mu e) \lesssim 2 \cdot 10^{-7} \quad \text{при } U = U_1(x),$$

$$B_2(\kappa_L^0 \rightarrow \mu e) \lesssim 2 \cdot 10^{-10} \quad \text{при } U = U_2(x),$$

$$B_3(\kappa_L^0 \rightarrow \mu e) \lesssim 0,7 \cdot 10^{-14} \quad \text{при } U = U_3(x).$$

В таблице I собраны наши результаты вместе с результатами, полученными в работе /14/, а именно: теоретические отношения вероятностей распадов $\mu \rightarrow e \gamma$, $\mu \rightarrow 3e$, $\kappa_L^0 \rightarrow \mu e$ и $\kappa^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} e \mu$ к вероятностям основных распадов, а также экспериментальные верхние значения для этих отношений.

ТАБЛИЦА

процессы	наши вычисления	результаты работы /14/	экспериментальные верхние значения
$\mu \rightarrow e \gamma$	10^{-9}	10^{-10}	$2,2 \cdot 10^{-8} / 12.1/$
$\mu \rightarrow 3e$	10^{-10}	10^{-12}	$6 \cdot 10^{-9} / 12.2/$
$\kappa_L^0 \rightarrow \mu e$	$10^{-10} \quad U=U_2$ $10^{-14} \quad U=U_3$	10^{-10}	$1,6 \cdot 10^{-9} / 12.3/$
$\kappa^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} e \mu$	10^{-11}	10^{-11}	$1,4 \cdot 10^{-8} / 12.4/$

Эти численные расчеты даны для чисто иллюстративной цели, они важны тем, что позволяют оценить параметр смешивания и величину фундаментальной длины. Введенный нами параметр ϕ связан с углом смешивания и разностей масс нейтрино ν_1 и ν_2 / либо N_1 и N_2 - тяжелых лептонов / по формуле

$$\phi \sim \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot \Delta m_i \quad (i = \nu_j; N_j)$$

в других моделях теории слабых взаимодействий.

Мы построили градиентно-инвариантную теорию слабых взаимодействий в рамках стохастического пространства. Если в качестве фактора теории выбрать целые функции, полученные в результате усреднения в соответствующем классе стохастических пространств, то доказательство унитарности и макропричинности в этой теории проводится так же, как и в нелокальной теории Ефимова /2/.

ЛИТЕРАТУРА

- Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 1967, 19, p. 1264; Salam A. In: Proc. of 8 th Nobel Symposium, Stockholm, 1968.
- Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. М., "Наука", 1977.
- Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М., "Наука", 1973; Славнов Д.А. ДАН СССР, 1962, 143, с.570; ЖЭТФ, 1962, 42, с.1543; 1964, 47, с.224.
- Блохинцев Д.И. ТМФ, 1973, 17, с.153.
- Динейхан М., Намсрай Х. ТМФ, 1977, 33, с.32; Сообщение ОИЯИ, 1977, P2-10963, Дубна.
- Динейхан М., Намсрай Х. Сообщение ОИЯИ, 1977, P2-10962, Дубна.
- Kroll N.M. Nuovo Sim., 1966, 45A, p.65.
- Ефимов Г.В. и др. Nucl. Phys., 1973, B59, с.1.
- Динейхан М., Намсрай Х. Сообщение ОИЯИ, 1975, P2-9037, Дубна.
- Бродский С., Дрелл С. 1972, УФН, 107, вып.1, с.57.
- Биленький С.М., Понтекорво Б.М. 1977, УФН, 123, вып.2, с.181.
1. Parker S., Anderson N.L., and Rey C. Phys. Rev. 1964, B768, p.133.
2. Коренченко С.М. и др. ЯФ, 1971, 13, с.1265.
3. Clark A.R. et al., Phys. Rev. Lett. 1971, 26, p.1667; Carithers et al., Phys. Rev. Lett. 1973, 30, p.1336; and 1973, 31, p.1025.
4. Beier E.W. et al. Phys. Rev. Lett., 1972, 29, p.678.
- Lee B.W. et al. Phys. Rev. Lett., 1977, 38, p.937.
- Cheng T.P., Ling-Fong Li. Phys. Rev. Lett., 1977, 38 p.381.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1978 года.