

Б-245

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



31/110-78

3169/2-78

P2 - 11440

В.С.Барашенков, В.Ф.Никитин

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ  
ДЛЯ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ  
ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

1978

P2 - 11440

В.С.Барашенков, В.Ф.Никитин

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ  
ДЛЯ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ  
ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

*Направлено в "Acta Physica Polonica"*



Барашенков В.С., Никитин В.Ф.

P2 - 11440

Квазиклассическое приближение для упругого рассеяния тяжелых ядер

Квазиклассическое приближение используется для описания взаимодействия тяжелых ядер вплоть до энергии  $5+10$  МэВ/нуклон. Относительное движение сталкивающихся ядер при этом происходит уже не по прямолинейным путям геометрической оптики, а вдоль исправленных кулоновских траекторий. Рассмотрено влияние этого эффекта.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Barashenkov V.S., Nikitin V.F.

P2 - 11440

Quasi-Classical Approximation for Elastic Scattering of Heavy Ions

Quasi-classical approximation is used to describe the heavy ion interaction up to energies of 5-10 MeV/nucleon. The relative motion of colliding nuclei occurs in this case not along straight ways of the geometrical optics but along the corrected Coulomb trajectories. The influence of this effect is considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

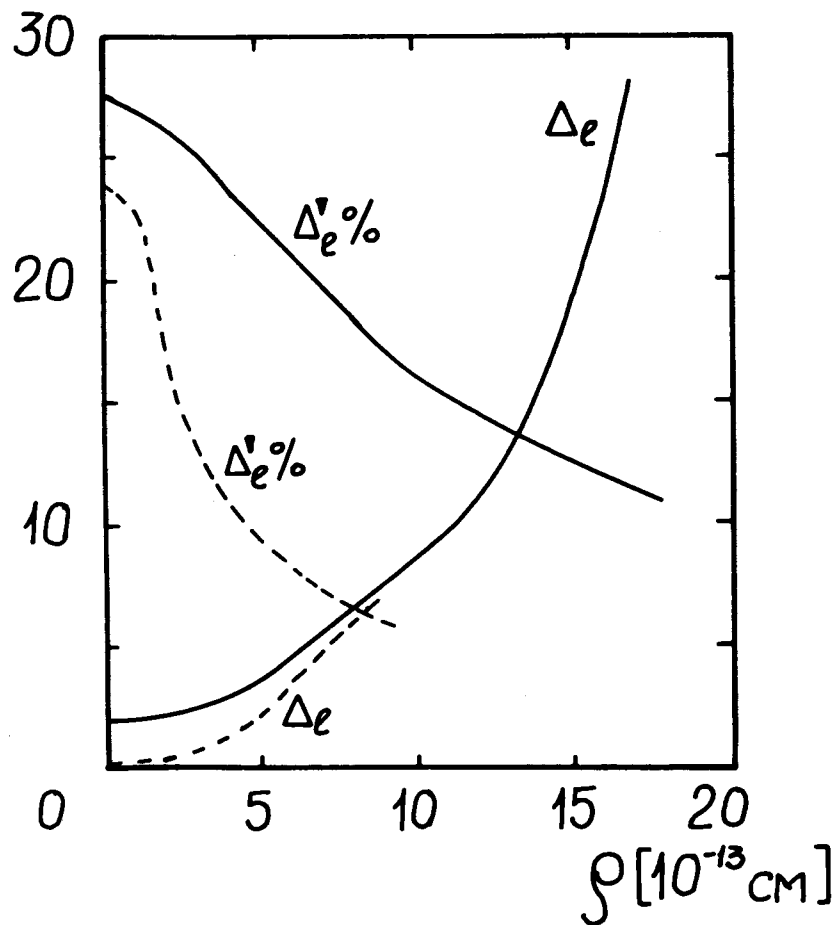
Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna 1978

В случае, когда дебройлевская волна относительно-го движения двух объектов  $\lambda$  значительно меньше их размеров, взаимодействие этих объектов хорошо описывается квазиклассическим приближением геометрической оптики. Сечения взаимодействия при этом оказываются зависящими всего лишь от двух подгоночных параметров, определяющих амплитуду упругого рассеяния налетающей частицы внутриядерным нуклоном на угол  $\theta = 0$  /или соответствующую амплитуду рассеяния двух нуклонов сталкивающихся ядер/  $\sigma(1+ia)^{1/2}$ . Необходимые для вычисления сечений плотности распределения внутриядерного вещества известны из анализа рассеяния быстрых электронов на ядрах, фоторождения  $\rho$ -мезонов и из других экспериментов.

При столкновении ядер величина  $\lambda$  значительно меньше размеров ядер уже при энергиях порядка нескольких МэВ/нуклон, вблизи кулоновского барьера. Применение простого квазиклассического приближения в этом случае было бы более удобным, чем обычно использующихся многопараметрических подходов, основанных на феноменологической аппроксимации комплексного потенциала или фазы рассеяния. Однако сильное кулоновское взаимодействие искривляет траектории сталкивающихся ядер, благодаря чему приближение геометрической оптики становится незаконным.

Для того, чтобы получить более точное приближение, будем считать, что относительное движение сталкивающихся ядер происходит не по прямым лучам геометрической оптики, а вдоль кулоновских траекторий. При этом полная амплитуда рассеяния на угол  $\theta$  будет суммой амплитуды чисто кулоновского рассеяния и амплитуды



Отношение фаз ядерного рассеяния  $\Delta \ell = (\eta_\ell^\circ - \eta_\ell) / \eta_\ell$  и  $\Delta \ell' = \eta_\ell' / \eta_\ell$ , где  $\eta_\ell^\circ \equiv \eta_\ell$  / без кул. / и  $\eta_\ell \equiv \eta_\ell$  / с кул. / - фазы, вычисленные соответственно без учета и с учетом всех кулоновских поправок,  $\eta_\ell'$  - фаза, при вычислении которой кулоновские поправки учтены лишь в нижнем пределе интеграла /1/. Значения  $\Delta \ell'$  даны в процентах. Сплошные и пунктирные кривые относятся соответственно к случаям  $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$  и  $^{12}\text{C} + ^{58}\text{Ni}$ . В обоих случаях кинетическая энергия налетающего ядра в лабораторной системе координат  $T = 10$  МэВ/нуклон. Параметр удара  $\rho = \lambda \ell$ .

ядерного рассеяния, проявляющегося как отклонение от кулоновских траекторий\*. Фаза ядерного рассеяния выразится через комплексный ядерный потенциал  $U$  вдоль кулоновской траектории  $s$ :

$$\eta_\ell = \int_0^\infty \frac{U(s)}{h v_s} ds,$$

где

$$v_s = \sqrt{2 T_s / M} = \sqrt{2 [T - T_c(s)] / M} = v \sqrt{1 - V_c(s) / T}$$

скорость относительного движения вдоль траектории  $s$ , выраженная через относительную скорость сталкивающихся ядер  $v$ , кинетическую энергию налетающего ядра в лабораторной системе координат  $T$  и кулоновский потенциал  $V_c$ .

Учитывая далее уравнение движения частицы в кулоновском поле

$$r^2 \left( \frac{d\phi}{dr} \right)^2 = \frac{\rho^2}{r^2 - \rho^2 - r^2 V_c(r) / T},$$

где  $\phi$  - полярный угол,  $\rho = \lambda \ell$ ,  $\ell$  - орбитальное число /см., например,  $^{12}/$  и очевидное геометрическое соотношение

$$(ds)^2 = (dr)^2 + (r d\phi)^2,$$

можно записать

$$\frac{ds}{dr} = \sqrt{1 + r^2 \left( \frac{d\phi}{dr} \right)^2} = r \sqrt{\frac{1 - V_c(r) / T}{r^2 - \rho^2 - r^2 V_c(r) / T}}$$

\* Как обычно, каждая  $\ell$ -я волна ядерной амплитуды  $A_\ell \sim (1 - e^{2i\eta_\ell})$  умножается также на фактор  $e^{2i\delta_\ell}$ , где  $\delta_\ell$  - фаза кулоновского рассеяния.

и перейти в выражении для  $\eta_\rho$  к более удобному интегрированию по радиусу  $r$  или по использующейся в геометрической оптике переменной  $s_0 = \sqrt{r^2 - \rho^2}$ :

$$\eta_\rho = \frac{1}{h\nu} \int_{r_0}^{\infty} \frac{U(r)r dr}{\sqrt{r^2 - \rho^2} - r^2 V_c(r)/T} = \frac{1}{h\nu} \int_0^{\infty} \frac{U(\sqrt{s_0^2 + \rho^2}) s_0 ds_0}{[s_0^2 - (s_0^2 + \rho^2) V_c(\sqrt{s_0^2 + \rho^2})/T]^{1/2}} \quad /1/$$

Здесь  $r_0$  - корень уравнения  $r^2 - \rho^2 - r^2 V_c(r)/T = 0$ . Вследствие сильного поглощения существенный вклад дают лишь достаточно большие параметры удара, когда можно приближенно положить  $V_c(r) = Z_1 Z_2 / r$  /  $Z_1$  - заряд  $i$ -го ядра/. При этом

$$r^2 V_c(r)/T = 2r(Z_1 Z_2 / h\nu)(h/Mv) = 2\kappa\lambda r,$$

$$r_0 = \lambda(\kappa + \sqrt{\kappa^2 + \eta^2}), \quad \kappa = Z_1 Z_2 / h\nu.$$

#### Ядерный потенциал

$$U(r) = 2\pi A_1 A_2 (\sigma + i\alpha) \int_0^{\infty} R^2 d_H(R) dR \int_{-1}^{+1} d_M(\sqrt{r^2 + 2Rr\xi + R^2}) d\xi,$$

где  $d_H(R)$  и  $d_M(R)$  - экспериментальные ядерные плотности налетающего ядра и ядра-мишени,  $A_1$  и  $A_2$  - мас-

совые числа этих ядер /вывод этой формулы см. в /1/ /\*.

Учет кулоновских сил приводит к уменьшению области перекрытия сталкивающихся ядер /нижний предел интегрирования обычной оптической модели  $\rho \rightarrow r_0 > \rho$  / и одновременно - к эффективному увеличению взаимодействия в этой области благодаря отрицательному члену -  $r^2 V_c(r)/T$  в знаменателе.

Как видно из рисунка, изменение ядерной фазы происходит в основном за счет уменьшения области перекрытия. При периферических столкновениях, когда отклонение ядерного рассеяния от чисто дифракционного проявляется наиболее заметно \*\*, учет кулоновских сил на порядок уменьшает величину фаз  $\eta_\rho$ . Например, в случае столкновения двух ядер урана с относительной энергией 10 МэВ/нуклон и параметром удара, равным среднему диаметру ядра урана  $\rho \approx 1,4 \cdot 10^{-12}$  см, фазы  $\eta_\rho$  /без кул./ и  $\eta_\rho$  /с кул./ различаются почти в 20 раз. Увеличение фазы за счет эффективного возрастания взаимодействия не может скомпенсировать этот эффект. При периферических столкновениях ядер урана с энергией 10 МэВ/нуклон оно увеличивает фазы менее чем на 15%.

\* Выражение /1/ можно получить также путем разложения суммарной фазы в ВКБ-приближении

$$\eta_\rho^{\text{ВКБ}} = \int_{r_0}^{\infty} \left\{ \left[ 1 - \frac{U(r) + V_c(r)}{T} - \frac{\ell^2}{(kr)^2} \right]^{1/2} + \frac{\eta}{kr} - 1 \right\} d(kr) - kr_0 + \kappa \ln(kr_0) + \frac{\pi}{2} \left( \ell + \frac{1}{2} \right)$$

по малому параметру  $|U(r)|/T$  и вычитания кулоновской фазы  $\eta_\rho/U=0$ .

\*\* При параметрах удара, соответствующих "центральных столкновениям" ядер,  $\exp(2i\eta_\rho) \approx 0$  и ядерное рассеяние становится практически целиком дифракционным.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Барашенков В.С., Тонеев В.Д. *Взаимодействие высокоэнергетических частиц и ядер с ядрами.* Атомиздат, М., 1972.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц И.М. *Механика,* Физматгиз, М., 1958.

*Рукопись поступила в издательский отдел  
4 апреля 1978 года.*