СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 11385

В.Н.Стрельцов

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ВРАЩЕНИИ

1978

P2 - 11385

В.Н.Стрельцов

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ВРАЩЕНИИ

Стрельцов В.Н. P2 - 11385

О релятивистском вращении

Рассмотрены (тангенциальные) преобразования для координат вида $t = (t' - \omega r^2 c^{-2} \phi')\gamma$, $\phi = (\phi' - \omega t')\gamma$, $r = r' = \mathrm{const.}$, где $\gamma = (1 - \omega^2 r^2 c^{-2})^{-1/2}$, описывающие релятивистское вращение. Указанные преобразования обеспечивают форм-инвариантность интервала, вследствие чего тангенциальная скорость света во вращающейся системе отсчета должна быть равна c. Показано, что результаты опыта Саньяка объясняются в рамках данного подхода.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Strel'tsov V.N. P2 - 11385

On Relativistic Rotation

Tangential transformations $t = (t' - \omega r^2 c^{-2} \phi')\gamma$, $\phi = (\phi' - \omega t')$, $r = r' = \mathrm{const.}$, were considered, where $\gamma = (1 - \omega^2 r^2 c^{-2})^{-1/2}$, which describe the relativistic rotation. The transformations imply the form invariance of the interval, thus the tangential light velocity in a rotating reference frame being equal to c. It is shown that the results of Sagnac's experiment could be interpreted using tangential transformations.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energy, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

1. Рассмотрим две системы отсчета - K и K′. Пусть при этом K - инерциальная система, а K′ - неинерциальная система, которая вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси z', совпадающей с осью z K -системы. Будем для наглядности представлять себе K′ -систему в виде диска /радиуса R /, лежащего в плоскости (x', y')*.

Представим себе далее, что вдоль окружности и диаметра указанного диска уложено соответственно U и D одинаковых жестких стержней. Тогда при отсутствии вращения K′ относительно K мы имели бы

$$\frac{U}{D} = \pi .$$

Но если K′ вращается, получим другой результат. Все стержни, расположенные вдоль окружности, претерпевают сокращение по отношению к K, однако стержни на диаметре не испытывают этого сокращения. Следовательно,

$$\frac{U'}{D'} > \pi .$$

Отсюда можно сделать вывод о том, что /из-за изменения длины окружности/ пространственные конфигурации твердых тел не согласуются с законами, соответствующими эвклидовой геометрии.

Однако здесь необходимо подчеркнуть, что, вообще говоря, в специальной теории относительности мы также не имеем эвклидовой геометрии, поскольку в рамках этой теории пространственная часть интервала не является

* Для простоты полагаем, что толщина диска мала по сравнению с его радиусом.

инвариантной величиной. Поэтому, строго говоря, и в обсуждаемом нами случае речь может идти только о справедливости псевдоэвклидовой геометрии в /3 + 1/ - пространстве.

В связи со сказанным рассмотрим детальнее преобразование интервала между двумя точками (r, z, ϕ) и $(r, z, \phi + d\phi)$, лежащими на окружности радиуса r. При этом для удобства в инерциальной системе отсчета K запишем интервал ds в цилиндрической системе координат:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - r^2 d\phi^2 - dr^2 - dz^2 . \qquad /1/$$

Если, как обычно /см., напр. /1/ /, мы воспользуемся здесь, в частности, преобразованиями

$$t = t', \quad \phi = \phi' - \omega t' \quad \text{и}$$

$$r = r' = \text{const}, \quad z = z' = \text{const}., \qquad /2/$$

то получим, что в K'-системе выражение для интервала будет отличаться от /1/, поскольку $g_{tt} \neq c^2$ и $g_{\phi r} \neq 0$, т.е., казалось бы, в данном случае в K' геометрия действительно отличается от псевдоэвклидовой.

Здесь, однако, необходимо подчеркнуть, что полученный результат является следствием некорректной подстановки приближенных преобразований /2/, описывающих медленное /галилеевское/ вращение, в точное выражение для интервала /1/. Как известно, аналогичный результат получается, если вместо /точных/ преобразований Лоренца в выражение для интервала подставить /приближенные/ преобразования Галилея.

Учет релятивистского замедления времени /см., напр., /2/ / с помощью замены $t' \to t'(1 - r^2\omega^2 c^{-2})^{-1/2}$ в /2/ также не обеспечивает инвариантности интервала /1/.

2. С другой стороны, форм-инвариантность * выражения /1/ будет обеспечена, если вместо формул /2/, опуская последнюю, мы воспользуемся следующими точными /тангенциальными/ преобразованиями **

$$t = (t' - \omega r^2 c^{-2} \phi')\gamma, \quad \phi = (\phi' - \omega t')\gamma, \quad r = r' = \text{const}., \qquad /3/$$

где $\gamma = (1 - \omega^2 r^2 c^{-2})^{-1/2}$,

которые по своему смыслу должны описывать релятивистское вращение, т.е. включать в себя случаи, когда произведение ωr близко к скорости света c.

Но если это так, то полученный результат должен означать, что во вращающейся системе K' световой сигнал вдоль любой окружности /с центром $r' = 0$ / будет распространяться /как и в инерциальной системе K / со скоростью $c'_t = c$.

При этом на основании /3/ показания вращающихся часов с координатами $r = R$, $\phi' = \text{const}.$ будут определяться формулой

$$\Delta t' = \Delta t \, (1 - \omega^2 R^2 c^{-2})^{1/2}. \qquad /4/$$

По наблюдениям, из K -системы расстояние, покрытое световым сигналом в направлении вращения диска вдоль его окружности, будет составлять

$$\overleftarrow{\ell} = 2\pi R \left(\frac{1 + \omega R c^{-1}}{1 - \omega R c^{-1}} \right)^{1/2}, \qquad /5а/$$

тогда как для обратного направления найдем

$$\overrightarrow{\ell} = 2\pi R \left(\frac{1 - \omega R c^{-1}}{1 + \omega R c^{-1}} \right)^{1/2}. \qquad /5б/$$

---

* Или, можно сказать, лоренц-инвариантность.

** В этой связи см. также /3/ .

Если в соответствии с определением понятия релятивистской длины [4] будем называть длиной окружности / ℓ / вращающегося диска полусумму отмеченных величин $\overleftarrow{\ell}$ и $\overrightarrow{\ell}$, то / в соответствии с формулой "релятивистского удлинения"/ найдем

$$\ell = 2\pi R(1-\omega^2 R^2 c^{-2})^{-1/2}, \qquad /6/$$

т.е. длина окружности вращающегося диска будет в γ раз больше длины окружности этого диска в покое.

Вернемся теперь к формулам /5а/ и /5б/, на основании которых можно вычислить соответствующие времена распространения светового сигнала и их разность. Эта разность составит

$$\Delta t = 4\pi R^2 \omega c^{-2} \gamma \qquad /7/$$

или

$$\Delta t = 4\omega A c^{-2} \gamma, \qquad /7'/$$

где $A = \pi R^2$ - площадь окружности диска.

Последний результат согласуется, очевидно, с экспериментальными данными по смещению интерференционных полос, которое наблюдалось в опытах типа опыта Саньяка [5]* с вращающимися интерферометрами **.

С другой стороны, следует обратить внимание на то, что, поскольку преобразования /3/ обратимы, K' - наблюдатель, казалось бы, также должен наблюдать подобный эффект в эксперименте, выполненном с помощью интерферометра, покоящегося в K-системе. Этот результат, безусловно, противоречит нашему опыту, в связи с чем мы вынуждены допустить, что инерциальные системы отсчета следует считать привилегированными по сравнению с вращающимися, т.е. неинерциальными системами отсчета.

* В этой связи см., напр., обзорную статью Поста [6].

**В общем, следует также учесть, что в отмеченных опытах свет проходил по замкнутой ломаной линии, отличной от окружности.

Вместе с тем, мы хотим обратить внимание и на следующее.

Пусть имеется два одинаковых диска, вращающихся относительно K /вокруг оси z / с угловыми скоростями ω и Ω /системы K_ω и K_Ω соответственно/. При этом оказывается, что для окружностей дисков на основании /3/ линейная и угловая относительные скорости должны составлять

$$v'(R) = \frac{V(R) - v(R)}{1 - V(R)v(R)\, c^{-2}}, \quad \omega'(R) = \frac{\Omega - \omega}{1 - \Omega\omega R^2 c^{-2}}. \qquad /8/$$

Однако для любого другого $r \neq R$ будем иметь

$$\omega'(r) = \frac{\Omega - \omega}{1 - \Omega\omega r^2 c^{-2}}. \qquad /9/$$

Таким образом, например, с точки зрения наблюдателей K_ω - системы элементы Ω-диска, находящиеся на разных расстояниях от оси z, должны вращаться с разными угловыми скоростями,а следовательно, должны относиться к разным вращательным системам отсчета.

Автор благодарит Г.Н.Афанасьева за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меллер К. Теория относительности, Атомиздат, М., 1975, §§8.3 и 8.9.
2. Arzeliès H. Relativistic Kinematics, Pergamon,London, 1966, Chap. IX.
3. Strauss M. Intern. J. Theor. Phys. 11, 107, 1974.
4. Strel'tsov V.N. Found. Phys. 6, p.293, 1976.
5. Sagnac G. Comp. Rend. 157, 708 and 1410, 1913.
6. Post E.J. Rev.Mod. Phys. 39, p.475, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 марта 1978 года.