

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



K-206

P2 - 11300

2417/2-78

Л.П.Капгарь, А.И.Титов

КУЛОНОВСКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИОНОВ УГЛЕРОДА  
НА ТРИ АЛЬФА-ЧАСТИЦЫ

**1978**

P2 - 11300

Л.П.Каптарь, А.И.Титов

КУЛОНОВСКОЕ РАСЩЕПЛЕНИЕ  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИОНОВ УГЛЕРОДА  
НА ТРИ АЛЬФА-ЧАСТИЦЫ

*Направлено в "Acta Physica Polonica"*

Каптарь Л.П., Титов А.И.

P2 - 11300

Кулоновское расщепление релятивистских ионов углерода на три альфа-частицы

Рассмотрено кулоновское расщепление релятивистских ядер углерода на три альфа-частицы. В основе механизма лежит предположение о том, что расщепление происходит с предварительным возбуждением углерода и последующим его распадом на три альфа-частицы. Рассчитаны полные сечения таких реакций и энергетические распределения вторичных альфа-частиц.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований, Дубна 1978

Kaptari L.P., Titov A.I.

P2 - 11300

Coulomb Splitting of Relativistic C Ions to Three  $\alpha$ -Particles

The Coulomb splitting of the relativistic C ions to three  $\alpha$ -particles has been considered. The basis of the mechanism is an assumption that the splitting takes place with the preliminary excitation of carbon that is followed by its decay to three  $\alpha$ -particles. The total cross sections of such reactions have been calculated as well as the energy distributions of secondary  $\alpha$ -particles.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna 1978

1. В последнее время наблюдается повышенный интерес к процессам периферического столкновения релятивистских тяжелых ионов с ядрами мишеней, получившим название реакций фрагментации. Одним из основных результатов здесь явилось подтверждение  $Q_{55}$ -систематики<sup>1/</sup>, т.е. экспоненциальной зависимости сечений от энергии перестройки начального и конечного состояний фрагментирующих ядер, предложенной в работах<sup>2,3/</sup>. Другой важный результат состоит в понимании существенной роли кулоновского механизма расщепления ядер с предварительным возбуждением высоколежащих резонансных состояний. Исследование именно кулоновского механизма представляет собой интересную и важную задачу. Действительно, поскольку электромагнитный потенциал ион-ядерного взаимодействия можно считать известным, то здесь, кроме анализа специфического релятивистского кулоновского возбуждения ядер, появляется возможность исследования структуры высоколежащих ядерных состояний. При этом, безусловно, необходимо выбрать среди множества процессов фрагментации те, в которых кулоновский механизм будет преобладающим. Одним из таких процессов является расщепление ионов углерода при столкновении с тяжелыми ядрами мишени. Другие механизмы, в которых возбуждение ядра происходит в результате квазиупругого рассеяния нуклонов мишени на одном или нескольких нуклонах иона, будут приводить к сильной перестройке иона /например, срыву нескольких нуклонов/, к уменьшению числа одновременно регистрируемых альфа-частиц.

В настоящей работе исследуется сечение расщепления ионов углерода на три альфа-частицы, рассмотрено энергетическое распределение альфа-частиц. При этом мы ограничиваемся случаем сферических ядер мишени. Это ограничение не является принципиальным, но существенно упрощает формулы.

2. В амплитуду перехода иона из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  при релятивистской начальной энергии и малом передаваемом импульсе  $-t^2 = q_0^2 - q^2 \ll m^2$ ,  $m$  - масса нуклона, основной вклад дает однофотонный обмен. Принимая во внимание дифракционный характер процесса, представим амплитуду перехода следующим образом:

$$f_{if} = \frac{ip}{2\pi} \int d\vec{b} e^{i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}} \theta(b - b_{\min}) \Gamma_{if}(\vec{b}, q_{||}), \quad /1/$$

где  $p$  - начальный импульс, наличие  $\theta(b - b_{\min})$  означает учет сильного ядерного поглощения в области  $b < b_{\min}$  /  $b_{\min} = R_i + R_T$ ;  $R_i, R_T$  - радиусы иона и ядра мишени/, а профилирующая функция  $\Gamma_{if}$  в приближении однофотонного обмена имеет вид<sup>/6/</sup>

$$\Gamma_{if} = \frac{1}{2\pi ip} \int d\vec{q}_\perp e^{-i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}} \frac{2Z_T m_i e^2 F_e J_{if\mu} (P+P')^\mu}{t}, \quad /2/$$

где  $m_i$  - масса иона,  $Z_T$  и  $F_e(t)$  - заряды электрический формфактор мишени,  $P^\mu$  и  $P'^\mu$  - четырехимпульсы мишени до и после столкновения,  $\hat{j}$  - оператор электромагнитного перехода, скалярное произведение четырех векторов определено:  $a_\mu b^\mu = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$ . Дальнейшее рассмотрение проводим в антилабораторной системе.

Преобразуем произведение  $J_\mu (P+P')^\mu$  в подынтегральном выражении /2/ таким образом, чтобы в явном виде выделить амплитуды электромагнитных переходов фотоядерных реакций. Вектор электромагнитного перехода

да  $\vec{J}$  в сферическом базисе  $\vec{e}_\lambda = \frac{\vec{e}_1 + i\lambda \vec{e}_2}{\sqrt{2}}$ ,  $\vec{e}_3 = \frac{\vec{q}}{|q|}$  в

силу калибровочной инвариантности  $J_\mu q^\mu = 0$  можно представить в виде

$$\vec{J} = J_1 \vec{e}_1 + J_2 \vec{e}_2 + \frac{q_0 J_0}{q} \vec{e}_3 = \vec{J}_\perp + \vec{e}_3 \frac{q_0 J_0}{q}. \quad /3/$$

Тогда для скалярного произведения имеем

$$\frac{J_\mu (P+P')^\mu}{t} = - \frac{J_0 (P+P')_0}{q^2} - \frac{1}{t} J_\perp (P+P')_\perp = - \frac{2J_0 P_0}{q} - \frac{\sqrt{2}}{qt} \sum_{\lambda=\pm 1} \lambda J_\lambda p q_\perp e^{i\lambda\phi}, \quad /4/$$

где  $\phi$  - азимутальный угол вектора  $q$ .

Матричные элементы  $J_{0if}$ ,  $J_{\lambda if}$  в антилабораторной системе координат связаны с амплитудами электромагнитных переходов  $T_J$  соотношениями<sup>/6/</sup>

$$J_0 = 4\pi \sum_{Jm} (-i)^J Y_{Jm}^*(q) \hat{T}_{Jm}^{coul.}(q), \quad /5/$$

$$\hat{J}_\lambda = - \sum_{Jm} (-i)^J \sqrt{2\pi(2J+1)} D_{m\lambda}^J(\phi_q, -\theta_q, \phi_q) \{ \hat{T}_{Jm}^{el} + \lambda \hat{T}_{Jm} \}. \quad /6/$$

Формулы /1/, /2/, /4/-/6/ полностью определяют амплитуду, а следовательно, и сечение кулоновского возбуждения иона в состоянии  $|f\rangle$  с энергией возбуждения  $\omega$ :

$$\sigma_1(\omega) = \frac{1}{(2\pi m_i)^2} \int d\vec{q}_\perp |f_{if}/4\pi|^2. \quad /7/$$

Если  $|f\rangle$  - одно из состояний резонанса, то сечение возбуждения резонанса в интервале  $\omega, \omega + d\omega$  есть

$$d\sigma(\omega) = \sigma_1(\omega) \rho(\omega) d\omega, \quad /8/$$

где  $\rho(\omega)$  - плотность состояний в этом интервале. Сечение возбуждения ядра углерода с последующим распадом на три альфа-частицы имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dE_a} = \int d\omega \sigma_1(\omega) \rho(\omega) W(\omega, E_a), \quad /9/$$

где  $W(\omega, E_\alpha)$  - вероятность распада с кинетической энергией  $E_\alpha$  одной из  $\alpha$ -частиц в интервале  $E_\alpha, E_\alpha + dE_\alpha$ ,  $W(\omega, E_\alpha)$  - нормирована условием

$$\int W(\omega, E_\alpha) dE_\alpha = \frac{\Gamma_f(\omega)}{\Gamma(\omega)}, \quad /10/$$

где  $\Gamma_f(\omega)$ ,  $\Gamma(\omega)$  - парциальная и полная ширины распада.

3. Для вычисления амплитуды кулоновского возбуждения /1/ необходимо в явном виде задать амплитуды фотоядерных реакций  $T_J$  в /5/ и в /6/. Обычно для этой цели, принимая во внимание малость передаваемого импульса

$$qR_1 \ll 1, \quad /11/$$

можно использовать длинноволновое приближение

$$T_J^{coul.} = q^J C_J, \quad T_J^{el.} = q^{J-1} E_J; \quad T_J = q^J M_J. \quad /12/$$

$$T_J^{coul.} = T_J^{el.} \frac{q}{\omega} \sqrt{\frac{J}{J+1}}. \quad /12'/$$

В нашем случае такое представление можно использовать лишь для вычисления амплитуд дипольных и электрических квадрупольных  $T_2^{el.}$ -резонансов. Анализ  $^{12}C + \alpha$  реакций показывает, что основной вклад в сечение дают E1-, M1-, E2-переходы. Расчет вклада в амплитуду члена с  $T_2^{coul.}$  с использованием /12/ приводит к расходящемуся интегралу. Поэтому для дальнейших вычислений необходимо другое, более реалистическое при больших  $q$  выражение для  $T_2^{coul.}$ . Для нашей цели достаточно использовать наиболее простую жидкокапельную формулу

$$T_2^{coul.} = \frac{3Z_1}{4\pi} \sqrt{\frac{5}{2\sqrt{B_2} C_2}} j_2(qR_1), \quad /13/$$

где  $B_2$  и  $C_2$  - параметр жесткости и массовый параметр модели.

Мультипольное разложение  $\hat{T}$  позволяет представить профилирующую функцию в виде

$$\Gamma_{if} = 4Z_1 e^2 m_T (-1)^{J_f - m_f} \sum_J \{ \Gamma_J^{el.} + \Gamma_J^{coul.} + \Gamma_J^{mag} \}, \quad /14/$$

где амплитуды  $\Gamma_J$  полностью определены приведенными выше формулами. Аналогичный вид имеет и сечение возбуждения

$$\sigma_1(\omega) = (4\pi\alpha Z_T)^2 \sum_J \{ |b \vec{b}| \{ |\Gamma_J^{el.}|^2 + |\Gamma_J^{coul.}|^2 + |\Gamma_J^{mag}|^2 \} \}. \quad /15/$$

Условие /11/ позволяет сделать еще одно приближение - представить формфактор мишени в виде

$$F_e(t) = \frac{1}{1 - a^2 t}, \quad /16/$$

где параметр  $a$  близок по величине параметру диффузности ядерной плотности  $\delta$ , характеризующему убывание формфактора с ростом  $t$ :  $F(t) \sim \exp(-\delta^2 t) / \delta$ .

Используя /12/-/16/, найдем сечение возбуждения резонанса в виде

$$\sigma_1(\omega) = (4\pi\alpha Z_T)^2 \left\{ \frac{(E1)^2}{\omega^2} I_{E1}(\omega) + (M1)^2 I_{M1}(\omega) + (E2)^2 I_{E2}(\omega) \right\}, \quad /17/$$

где  $I(\omega)$  - релятивистские радиальные интегралы - зависят от минимального прицельного параметра  $b_{min}$ , начальной энергии и энергии возбуждения уровня и убывают с ростом  $\omega$ . Формулу /17/ более удобно представить в факторизованном виде:

$$\sigma_1 = \sigma_{\gamma E1} \frac{dn_1}{d\omega} + \sigma_{\gamma E2} \frac{dn_2}{d\omega} + \sigma_{\gamma M1} \frac{dn_3}{d\omega}, \quad /18/$$

где  $\sigma_\gamma$  - сечение возбуждения ядра  $\gamma$ -квантами,  $\frac{dn}{d\omega}$  - число фотонов, например,

$$\frac{dn_1}{d\omega} = \frac{2aZ_T^2}{\pi\omega} I_{E1}(\omega);$$

/19/

$$\sigma_{\gamma E1} = \frac{4\pi^2 a}{\omega (\omega - \omega_T)^2 + \Gamma^2/4} |E1|^2.$$

Для вычисления спектров  $\alpha$ -частиц необходимо в /9/ задать вероятность  $W$  распада уровня по регистрируемому каналу. Эта вероятность может быть вычислена в конкретных ядерных моделях. Однако для выявления основных качественных закономерностей можно использовать непосредственно экспериментальные данные реакций  $\gamma^{12}\text{C} \rightarrow 3\alpha$ . Так, произведение  $\sigma_{\gamma} W(\sigma_2, \omega)$  есть дифференциальное сечение фотоядерной реакции

$\frac{d\sigma_{\gamma}}{dE_{\alpha}}$ . Окончательно, для полного и дифференциального

сечения релятивистского кулоновского возбуждения находим:

$$\sigma = \int d\omega \sigma_{\gamma} \frac{\Gamma_f(\omega)}{\Gamma(\omega)} \left\{ \frac{dn_1}{d\omega} a_1 + \frac{dn_2}{d\omega} a_2 + \frac{dn_3}{d\omega} a_3 \right\},$$

/20/

$$\frac{d\sigma}{dE_{\alpha}} = \int d\omega \frac{d\sigma_{\gamma}}{dE_{\alpha}} \left\{ \frac{dn_1}{d\omega} a_1 + \frac{dn_2}{d\omega} a_2 + \frac{dn_3}{d\omega} a_3 \right\},$$

/21/

где  $\sigma \frac{\Gamma_f}{\Gamma}$ ,  $\frac{d\sigma_{\gamma}}{dE_{\alpha}}$  - полное и дифференциальное сече-

ния фоторасщепления углерода на три  $\alpha$ -частицы,  $a_i$  - веса каждой мультипольности, определяемые экспериментально.

4. На рис. 1 приведен расчет сечения кулоновского расщепления релятивистских ионов углерода на три  $\alpha$ -частицы в зависимости от заряда мишени при разных начальных энергиях  $E_0$ ;  $\sigma_{\gamma}$  и  $a_i$  взяты из работы /9/. Расчет показывает, что сечение быстро растет с ростом  $Z_T$  /примерно как  $Z_T^2$ / и ростом  $E_0$ . На рис.2 приведено дифференциальное распределение  $\alpha$ -частиц.

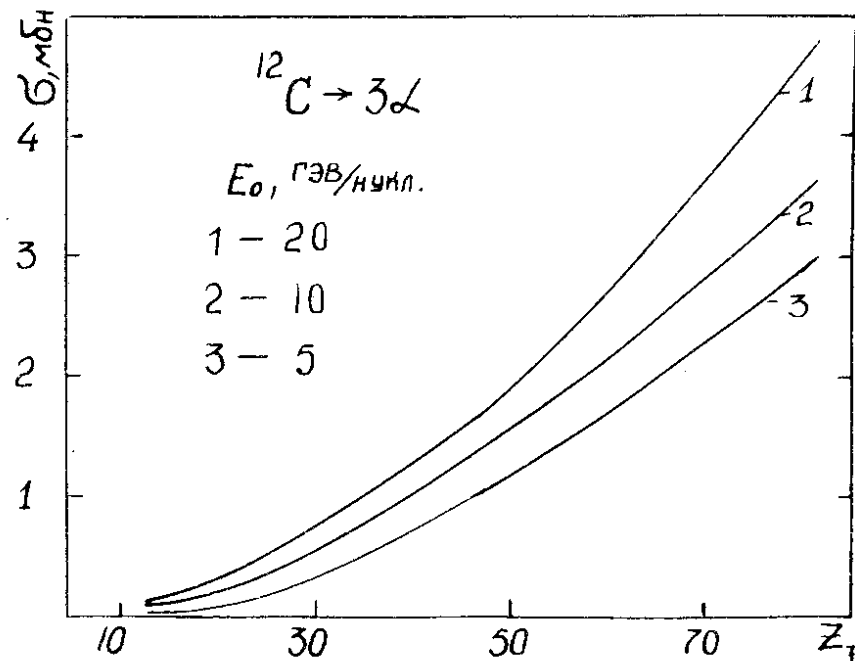


Рис. 1. Сечение кулоновского расщепления в реакции  $^{12}\text{C} + Z_T \rightarrow 3\alpha + Z_T$ .

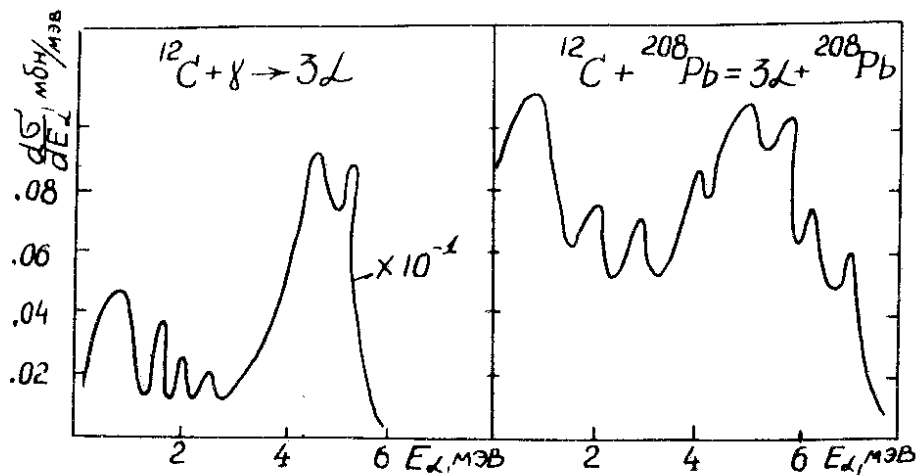


Рис. 2. а/ дифференциальное сечение реакции  $\gamma + ^{12}\text{C} \rightarrow 3\alpha$ ; б/ дифференциальное сечение реакции  $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow 3\alpha + ^{208}\text{Pb}$ .

Причем на *рис. 2а* приведено дифференциальное сечение реакции  $\gamma + {}^{12}\text{C} \rightarrow 3\alpha$ , а на *рис. 2б* - реакция  ${}^{208}\text{Pb} + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{208}\text{Pb} + 3\alpha$ . Видно, что сечение релятивистского кулоновского расщепления несколько деформировано по сравнению с сечением на *рис. 2а*. Это вызвано тем, что число эффективных фотонов в /21/ довольно сильно убывает с ростом  $\omega$ : примерно как  $\frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{1}{\omega b_{\min}} \right)$  при  $E_0 \gg m_1$ . Однако по порядку величины сечение на *рис. 2б* значительно превосходит сечение фоторасщепления из-за большого числа эффективных фотонов в одном ядерном столкновении.

В заключение отметим, что проведенный анализ указывает на возможность экспериментального исследования релятивистского кулоновского расщепления ядер.

Авторы благодарят В.К. Лукьянова за постоянное внимание и интерес к работе.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем явный вид релятивистских радиальных интегралов.

$$I_{E1}(\omega) = \frac{b_{\min}^2}{2\omega^2} \left\{ q_L^2 q_L^2 \left[ \mathcal{L}_\ell(0,2,1) - 2K_{L0} \frac{K_{\ell 2} - K_{\ell 0}}{1 - a^2 \omega^2} \right] + \right. \\ \left. + q_L^4 M_\ell(1,0) + [q_L^4 + a^4 \omega^4 c^4] \frac{M_c(1,0)}{(1 - a^2 \omega^2)^2} + \right. \\ \left. + q_L^2 c^2 [1 + a^4 \omega^4] \frac{\mathcal{L}_c(0,2,1)}{(1 - a^2 \omega^2)^2} + \frac{4}{b_{\min}} q_L^3 K_{L1} \times \right. \\ \left. \times \frac{K_{L0} - K_{c0}}{(1 - a^2 \omega^2)^2} + \frac{4}{b_{\min}} a^2 c \omega^2 [q_L^2 K_{\ell 0} K_{c1} + \right. \\ \left. + c q_L \omega^2 a^2 \frac{K_{c0} K_{\ell 1}}{1 - a^2 \omega^2} - q_L^2 \frac{K_{L0} K_{c1}}{(1 - a^2 \omega^2)^2} \right] ;$$

$$I_{M1}(\omega) = \frac{b_{\min}^2}{2} \left[ q_L^2 \mathcal{L}_\ell(0,2,1) + c^2 \mathcal{L}_c(0,2,1) - \frac{4c q_L a^2}{b_{\min}} N_{e\ell}(0) \right] ;$$

$$I_{E2}(\omega) = I_{E2}^{el.}(\omega) + I_{E2}^{coul.}(\omega) ;$$

$$I_{E2}^{el.}(\omega) = \frac{b_{\min}^2}{\omega^4} \left\{ \frac{3}{2} q_L^2 q_L^4 M_\ell(1,0) + \frac{3}{2} q_L^6 M_L(1,0) - \frac{6 q_L^4 q_L^2}{\omega^2 b_{\min}} N_{L\ell}(-1) \right. \\ \left. + \frac{q_L^6}{2} \mathcal{L}_L(1,3,2) + \frac{q_L^2 q_L^4}{2} \mathcal{L}_\ell(1,3,2) - \frac{2q_L^4 q_L^2}{\omega^2 b_{\min}} N_{L\ell}(1) \right. \\ \left. + \frac{(2q_L^2 q_L - \omega^2 q_L)^2}{2} \mathcal{L}_\ell(0,2,1) + 2q_L^6 \mathcal{L}_L(0,2,1) - \right. \\ \left. - \frac{4q_L^3}{\omega^2 b_{\min}} [2q_L^2 q_L - \omega^2 q_L] N_{L\ell}(0) \right\} ;$$

$$I_{E2}^{coul.}(\omega) = \frac{b_{\min}^2}{\omega^4} \frac{q_L^2}{2(1 - a^2 \omega^2)^2} \left\{ \frac{2}{75} q_L^4 \mathcal{L}_L(0,2,1) + \right. \\ \left. + 6q_L^2 c^2 G^2 \mathcal{L}_c(0,2,1) + \frac{1,6 q_L c a^2}{(1 - a^2 \omega^2) b_{\min}} G N_{cL}(0) + \right. \\ \left. + 1,5 c^4 G^2 \mathcal{L}_c(1,3,2) + \frac{q_L^4}{450} M_L(1,0) + \frac{1}{2} (c^2 - 2q_L^2)^2 G^2 M_c(1,0) \right. \\ \left. - \frac{2}{15} \frac{a^2 q_L^2 (c^2 - 2q_L^2)}{b_{\min} (1 - a^2 \omega^2)} G N_{cL}(-1) + \frac{q_L^4}{150} \mathcal{L}_L(1,3,2) + \right. \\ \left. + \frac{0,4 q_L^2 c^2 a^2}{b_{\min} (1 - a^2 \omega^2)} G N_{cL}(1) \right\} ;$$

Здесь введены обозначения:  $q_\ell = \frac{1}{\sqrt{y^2-1}} \omega$ ;  $q_L = \frac{y}{\sqrt{y^2-1}} \omega$  ;  
 $y = \frac{E_0}{m_i}$  ;

$$c^2 = a^{-2} + q_\ell^2 ; \quad G = -j_2(y)/y^2 ; \quad y = \frac{R_i}{a} \sqrt{a^2 \omega^2 - 1} ;$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_a(m, n, k) &= K_{am} K_{an} - K_{ak}^2, \\ M_a(m, n) &= K_{am}^2 - K_{an}^2, \\ N_{a,b}(m) &= q_a K_{am} K_{bm+1} - q_b K_{am+1} K_{bm} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} a, b = L, \ell, c, \\ m, n, k = 0, \pm 1, 2, 3. \end{array} \right\}$$

$K_L, K_\ell, K_c$  - функции Макдональда соответственно от аргументов  $x_L = q_L b_{\min}$  ;  $x_\ell = q_\ell b_{\min}$  ;  $x_c = c b_{\min}$  .

Имея в виду, что функции  $K(x)$  при  $x \rightarrow 0$  ведут себя как

$$K_n(x) \simeq \frac{(n-1)! 2^{n-1}}{x^n}, \quad n \neq 0,$$

$$K_0(x) \simeq \ln\left(\frac{2}{x}\right) - 0,5772,$$

можно убедиться, что радиальные интегралы в пределе больших начальных энергий  $E_0 \sim$  и малых энергий возбуждения  $\omega \rightarrow 0$  переходят в хорошо известную формулу Вильямса-Вайцзеккера:

$$I(\omega) = \ln\left(\frac{2y}{\omega b_{\min}}\right) - 1,0772.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gelbke C.K. e.a. 1977, LBL-5826.
2. Lukyanov V.K., Titov A.I. Phys.Lett., 1975, 57B, p. 10.
3. Лукьянов В.К., Панебратцев Ю.А., Тимов А.И. Письма в ЖЭТФ, 1975, 22, с. 427.
4. Heckman H.H., Lindstrom P.I. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, p. 56.

5. Каптарь Л.П., Тимов А.И. ОИЯИ, P2-11006, Дубна, 1977.
6. De Forest T., Walecka J. Add. in Phys., 1966, 15, p. 1.
7. Jacle R., Pilkuhn H. Nucl.Phys., 1975, A247, p. 521.
8. Лукьянов В.К., Польш Ю.С. ЭЧАЯ, 1974, 5, с. 955.
9. Toms M.E. Nucl.Phys., 1964, 50, p. 561.

Рукопись поступила в издательский отдел  
3 февраля 1978 года.