

1192/2-78

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С34282  
П-441

13/III-78  
P2 - 11140

М.И.Подгорецкий

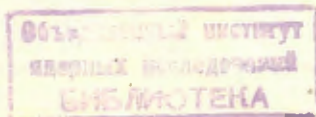
ЕЩЕ РАЗ ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ИЗЛУЧЕНИИ,  
ВОЗНИКАЮЩЕМ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ  
УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ  
СКВОЗЬ КРИСТАЛЛ

**1977**

P2 - 11140

М.И.Подгорецкий

ЕЩЕ РАЗ ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ИЗЛУЧЕНИИ,  
ВОЗНИКАЮЩЕМ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ  
УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ  
СКВОЗЬ КРИСТАЛЛ



Подгорецкий М.И.

P2 - 11140

Еще раз об электромагнитном излучении, возникающем при прохождении ультрарелятивистских частиц сквозь кристалл

Рассмотрены некоторые особенности каналирования ультрарелятивистских отрицательных частиц, движущихся внутри области, которая образована тепловыми колебаниями ядер, расположенных в кристаллографической плоскости кристалла. Исследовано излучение, создаваемое в этих условиях ультрарелятивистскими электронами. Обсуждается возможная связь указанного излучения с аномальными электромагнитными линиями Шайна, наблюдаемыми в фотоэмульсиях, экспонированных в стратосфере.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Podgoretsky M.I.

P2 - 11140

Once Again about Electromagnetic Radiation Produced by Ultrarelativistic Particles Passing through a Crystal

Some peculiarities are considered of the channeling of ultrarelativistic negative particles moving within the area produced by the thermal vibrations of nuclei located in a crystallographical crystal plane. The radiation originating from the ultrarelativistic electrons in these conditions is studied. Possible connection of the mentioned radiation with the anomalous Shein gamma radiation, observed in photoemulsions exposed in stratosphere, is discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

§1. В работе /1/ рассмотрено движение ультрарелятивистских электронов внутри "трубки", образованной колеблющимися ядрами, расположенными вдоль одного из кристаллических рядов; в работе /2/ - возникающее в этих условиях электромагнитное излучение. В обоих случаях использовалась простая модель, в которой положительный заряд был "размазан" внутри цилиндрической "трубки" с постоянной плотностью. Сейчас мы хотим обратиться к аналогичным явлениям, связанным с движением ультрарелятивистских частиц вне "трубок", но вдоль кристаллографической плоскости. Соответствующую моделью может теперь служить плоский слой /мы будем называть его просто "слоем"/, заполненный положительным зарядом постоянной плотности; его толщина равна  $2R$  - удвоенной амплитуде тепловых колебаний ядер. Такая модель кажется пригодной для качественного обсуждения /об условиях ее применимости см. также §3/. В дальнейшем для определенности речь будет идти о кристаллах, обладающих простой кубической решеткой с длиной элементарной ячейки  $d^*$ .

На расстоянии  $x$  от центральной плоскости "слоя" имеется поперечное поле

$$E = \frac{2\pi Zex}{Rd^2}, \quad x \leq R. \quad /1/$$

Для грубого учета электронного экранирования будем также полагать, что электрическое поле отсутствует

\* Ниже приведены некоторые численные оценки для свинца. Поскольку речь идет только об ориентировке в порядке соответствующих величин, различие между простой кубической решеткой и свойственной свинцу гранецентрированной кубической решеткой не принималось во внимание.

при  $x > R^*$ . В итоге приходим к ситуации, сходной с той, которая имеет место внутри "трубки". Следовательно, дальнейшие рассуждения можно проводить по аналогии с описанными в работах <sup>1,2/</sup>. Сказанное, разумеется, относится только к движению в направлении  $x$ , т.е. по нормали к "слою"; движение в плоскости "слоя" в рамках принятой модели остается свободным.

Для ультрарелятивистской частицы, влетающей внутрь "слоя" под достаточно малым углом  $\theta$ , движение имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \delta), \quad z = ct, \quad /2/$$

причем частота

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi Z e^2 c^2}{\epsilon R d^2}}, \quad /3/$$

где  $\epsilon$  - энергия частицы. Это всего лишь в  $\sqrt{d/\pi R}$  раз меньше, чем в случае "трубки", т.е. различие невелико /для свинца  $\sqrt{\frac{d}{\pi R}} \approx 2$  /. Можно также записать

$$x = A \cos(z/L + \delta), \quad L = \sqrt{\frac{R \epsilon d^2}{2\pi Z e^2}}. \quad /4/$$

Для того, чтобы частица не выходила за пределы "слоя", угол  $\theta$  не должен превосходить критического значения

$$\theta_k \approx \sqrt{\frac{2\pi R Z e^2}{\epsilon d^2}}. \quad /5/$$

Снова получаем величину, в  $\sqrt{d/\pi R}$  раз меньшую, чем

\* Тем самым мы ограничиваемся кристаллами, образованными атомами с достаточно большим номером  $Z$ , когда радиус электронного экранирования сопоставим с  $R$  и мал по сравнению с  $d$ .

для "трубки". Однако вероятность  $W$  захвата в режим каналирования теперь во много раз больше, так как условие  $\theta \leq \theta_k$  касается только угла, перпендикулярного "слою", угол  $\phi$  в плоскости самого "слоя" может быть произвольным. Поэтому вместо формулы /14/ статьи <sup>1/</sup> имеем

$$W = \langle \theta_k \rangle \approx \sqrt{\frac{2\pi R Z e^2}{\epsilon d^2}}. \quad /6/$$

Вероятность захвата в режим каналирования увеличивается примерно в  $\sqrt{\frac{R \epsilon}{Z e^2}}$  раз. При достаточно высоких энергиях величина  $\sqrt{\frac{R \epsilon}{Z e^2}}$  становится очень большой;

например, для свинца при энергии  $\epsilon \approx 1$  ГэВ она примерно равна  $4,5 \cdot 10^2$ .

Предположим, что  $\gamma$ -квант летит вдоль "слоя" вблизи его центральной плоскости и создает электронно-позитронную пару. Тогда электрон будет каналировать, если угловой раствор пары  $mc^2/\epsilon$  меньше критического угла  $\theta_k$ . Это приводит к условию, ограничивающему лоренц-фактор электрона снизу

$$\gamma \geq \tilde{\gamma} = \frac{d^2 \cdot mc^2}{2\pi Z R e^2} *. \quad /7/$$

Для свинца величина  $\tilde{\gamma}$  составляет примерно  $3,8 \cdot 10^3$ .

При выполнении /7/ электрон колеблется внутри "слоя" в соответствии с формулами /2/-/4/, а позитрон выталкивается наружу и, поскольку  $d \gg R$ , большую часть времени находится между "слоями". Как и в случае "трубки", это приводит к различию угловых распределе-

\* Условие /7/ совпадает по своему смыслу с условиями /11/ и /20/ в работе <sup>1/</sup>. Заметим в этой связи, что вопреки сказанному в <sup>1/</sup> формулы /2/-/4/ остаются верными при любом соотношении между  $\gamma$  и  $\tilde{\gamma}$ . Автор благодарен А.Г. Бонч-Осмоловскому, указавшему на это обстоятельство.

ний электронов и позитронов, образовавшихся в процессе  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ : угловое распределение электронов оказывается более узким. Повторение /с соответствующими очевидными изменениями/ рассуждений, содержащихся в /1/, приводит к законам распределения

$$P_-(\theta) = \frac{2}{\pi \theta_k} \int_1^{\theta_k/\theta} \frac{dy}{\sqrt{y^2-1}} = -\frac{2}{\pi \theta_k} \ln\left(\frac{\theta_k}{\theta} \sqrt{\left(\frac{\theta_k}{\theta}\right)^2 - 1}\right), \quad /8/$$

$$0 \leq \theta \leq \theta_k.$$

$$P_+(\theta) = \frac{\theta}{\theta_k \sqrt{\theta_k^2 - \theta^2}}, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_k. \quad /9/$$

При выводе /8/ и /9/ предполагалось, что лоренц-факторы очень велики по сравнению с  $\tilde{\gamma}$ . т.е.  $\frac{mc^2}{\epsilon} \ll \theta_k$ , и что  $\gamma$ -кванты падают на кристалл

строго параллельно кристаллографическим плоскостям. Можно думать, что характер различия между угловыми распределениями электронов и позитронов не изменяется и при отступлении от указанных жестких требований, а также при переходе к более реалистическим моделям.

Наблюдение углового распределения  $P_-(\theta)$  в чистом виде возможно только для достаточно тонких кристаллов, когда можно пренебречь "катастрофическими" кулоновскими рассеяниями, отклоняющими частицы на угол, больший критического угла  $\theta_k$ , и выводящими их из режима каналирования. Легко показать, что по порядку величины соответствующая средняя длина

$$l_- \approx 4R^2 \epsilon / Ze^2, \quad /10/$$

т.е. она примерно такая же, как и в случае движения внутри "трубки" /см. формулу /17/ в /1/ /. Позитроны проводят внутри "слоев" только малую долю времени, равную примерно  $R/d$ ; поэтому для них "катастрофическая длина" больше, а именно:

$$l_+ \approx \frac{d}{R} \cdot l_- \approx 4Rd\epsilon / Ze^2. \quad /10'/$$

§2. Движение электрона внутри "слоя" сопровождается интенсивным электромагнитным излучением, приводящим к заметному торможению. Потери энергии на единице пути, усредненные по периоду колебаний, даются выражением

$$\frac{d\epsilon}{dz} = -\frac{4\pi^2 Z^2 e^6 \epsilon^2 A^2}{3d^4 R^2 (mc^2)^4}. \quad /11/$$

Обычно  $A \approx R$  и /11/ можно переписать в виде

$$\frac{d\epsilon}{dz} \approx -\frac{4\pi^2 Z^2 e^6 \epsilon^2}{3d^4 (mc^2)^4}. \quad /12/$$

Из /12/ следует, что в случае свинца потери составляют примерно  $6 \cdot 10^{-2} \gamma^2 \text{ МэВ/см}$ . Потери энергии на пути  $a$

$$\Delta\epsilon = \left| \frac{d\epsilon}{dz} \right| a \approx \frac{4\pi^2 Z^2 e^6 \epsilon^2 a}{3d^4 (mc^2)^4}. \quad /13/$$

Для вычисления максимальных потерь энергии следует положить  $a \approx l_-$ . Это дает

$$(\Delta\epsilon)_{\max} \approx \frac{16\pi^2 Z}{3} \cdot \frac{R^2 e^4 \epsilon^3}{d^4 (mc^2)^4}. \quad /14/$$

Обсуждаемому излучению соответствуют довольно высокие частоты. Если  $\gamma < \tilde{\gamma}$ , частота  $\Omega$  по порядку величины определяется формулой

$$\Omega \approx \omega \gamma^2 = \sqrt{\frac{2\pi Z e^2 \gamma^3}{md^2 R}}, \quad /15/$$

т.е. быстро растет с увеличением  $\gamma$ : при  $\gamma > \tilde{\gamma}$  имеет место еще более быстрый рост. Для свинца из /15/ следует, что при  $\epsilon \approx 3 \text{ ГэВ}$  частота  $\Omega \approx 10^{23} \text{ с}^{-1}$ ; энергия соответствующих  $\gamma$ -квантов составляет примерно  $100 \text{ МэВ}$ .

Потери на излучение являются основным механизмом энергетических потерь каналирующих электронов. В отличие от электронов позитроны выталкиваются из "слоя" и теряют значительно меньше энергии /в рамках нашей упрощенной модели примерно в  $d/R$  раз/. Поэтому в условиях каналирования кроме указанной ранее угловой асимметрии ожидается также заметная энергетическая асимметрия между электронами и позитронами, образованными в процессе  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$  соответствующим образом сколламированными  $\gamma$ -квантами достаточно высокой энергии.

Следует подчеркнуть, что указанная асимметрия имеет место только для достаточно толстых кристаллов, когда  $a \gg L$ . При  $a \leq L$  позитроны не успевают выйти из "слоя", электроны и позитроны движутся примерно в одинаковом электрическом поле и по этой причине излучают также примерно одинаково. Резкая энергетическая асимметрия исчезает. Сказанное справедливо и тогда, когда частицы падают на кристалл извне: в условиях каналирования при  $a \gg L$  электроны теряют энергию на излучение более интенсивно, чем позитроны; при  $a \leq L$  потери энергии становятся примерно одинаковыми.

В последнем случае /т.е. при  $a \leq L$  / интересно сопоставить радиационные потери с теми потерями, которые имели бы место за счет обычного тормозного излучения при падении частиц на аморфное тело /или при падении на кристалл в направлении, в котором отсутствует каналирование/. Для обычного тормозного излучения удельные потери пропорциональны  $\gamma$ , а обсуждаемые когерентные потери пропорциональны  $\gamma^2$ ; поэтому при малых  $\gamma$  они меньше, а при достаточно больших  $\gamma$  - больше тормозных потерь. Примерное равенство достигается при

$$\gamma \approx \frac{3}{4\pi^2 Z^2} \left( \frac{mc^2}{e^2/d} \right)^3 \cdot \frac{d}{R} \cdot \frac{d}{t}, * \quad /16/$$

где  $t$  - радиационная длина. Для свинца /16/ дает  $\gamma \approx 2,6 \cdot 10^4$ . При выводе /16/ учитывалось, что в рамках нашей модели только небольшая доля частиц участвует в генерации излучения /доля порядка  $R/d$ , относящаяся к частицам, попавшим внутрь какого-либо "слоя"; напомним, что речь идет о больших  $Z$  и соответственно малых радиусах экранирования/. Заметим еще, что при выполнении /16/ для излучений обоих типов совпадают только полные энергетические потери; спектральный состав остается различным.

Рядом экспериментальных работ показано, что при каналировании в толстых кристаллах позитроны, попадающие на кристалл извне, излучают заметно слабей, чем в соответствующей аморфной среде /см., например, работы /3,4/, выполненные при энергии  $1 \text{ ГэВ}$ /. В случае плоскостного каналирования это происходит из-за того, что большая часть позитронов попадает между "слоями" и излучает сравнительно мало /в рамках нашей грубой модели они вообще не излучают/; что касается позитронов, попавших с самого начала внутрь "слоев", то они излучают интенсивно, но число их мало /доля  $\sim R/d$  /. Кроме того, при  $a \gg L$  имеется дополнительное подавление излучения этих позитронов, поскольку из-за электростатического отталкивания они проводят большую часть времени не внутри "слоев", а между ними /еще один малый множитель порядка  $R/d$  /.

\* Переход от "слоев" к "трубкам" не меняет характера рассматриваемых явлений. При  $a \leq L$  электроны и позитроны излучают примерно одинаково, причем для малых  $\gamma$  это излучение меньше обычного тормозного, а при больших  $\gamma$  - больше. Равенство достигается в области

$$\gamma \approx \frac{3}{8Z^2} \left( \frac{mc^2}{e^2/d} \right)^3 \cdot \frac{d}{t}. \quad /17/$$

В случае свинца  $\gamma \approx 8,6 \cdot 10^3$ .

Однако при достаточно больших энергиях малый фактор  $R^2/d^2$  с лихвой компенсируется тем, что удельные потери пропорциональны  $\gamma^2$ . В итоге радиационные потери позитронов становятся не меньше, а больше обычных тормозных потерь. Переходной области соответствует лоренц-фактор

$$\gamma \approx \frac{3}{4\pi^2 Z^2} \left( \frac{mc^2}{e^2/d} \right)^3 \left( \frac{d}{R} \right)^2 \cdot \frac{d}{t} \quad /18/$$

Для свинца это дает  $\gamma \approx 4 \cdot 10^5$ . Если не пренебрегать излучением позитронов, движущихся между "слоями", то оценка /18/ может быть понижена.

Аналогичное явление имеет место и в случае осевого каналирования, но тогда

$$\gamma \approx \frac{3}{8Z^2} \cdot \left( \frac{mc^2}{e^2/d} \right)^3 \left( \frac{d}{R} \right)^2 \cdot \frac{d}{t} \quad /19/$$

Следует, правда, иметь в виду, что для осевого каналирования излучение, вызванное позитронами, попавшими первоначально внутрь "трубок", подавлено существенно более сильно, чем для плоскостного каналирования /примерно в  $d^2/R^2$  раз/. Поэтому излучение позитронов, идущих между "трубок", играет значительно большую роль и /19/ даже при больших  $Z$  следует рассматривать только как очень грубую верхнюю оценку. Истинное значение  $\gamma$  может быть значительно меньшим, но его вычисление требует использования более реалистической модели.

В работе /2/ рассмотрена возможная связь между излучением электронов, каналирующих внутри "трубок" кристалликов бромистого серебра, и аномальными электромагнитными ливнями Шайна, наблюдаемыми в фотоэмульсиях, экспонированных в стратосфере. В качественном плане такое объяснение природы аномальных ливней представляется вполне приемлемым, но теоретические оценки частоты их появления кажутся чрезвычайно низкими по сравнению с экспериментальными /при высоких энергиях резко падает интенсивность  $\gamma$ -

квантов космических лучей и очень мала вероятность захвата электронов в режим каналирования внутри "трубок"/.

Однако при обсуждении формулы /6/ мы видели, что в случае каналирования внутри "слоев" вероятность захвата может быть на несколько порядков выше, чем при каналировании в "трубках". Что касается возникающего в процессе каналирования электромагнитного излучения, то его свойства при переходе от "трубки" к "слою" почти что не изменяются. Можно поэтому думать, что при анализе ливней Шайна следует прежде всего иметь в виду излучение, возникающее при каналировании внутри "слоев". Для окончательного выяснения этого вопроса желательны, конечно, эксперименты на больших ускорителях.

§3. Рассмотрим условия, позволяющие при анализе каналирования ультрарелятивистских частиц заменить истинное дискретное распределение зарядов непрерывным. В случае каналирования внутри "трубки" это возможно, если пространственный период велик по сравнению с размерами кристаллической ячейки, т.е. если  $L \gg d$ . При движении внутри "слоя" возникают дополнительные требования. Пусть отрицательная частица образовалась внутри некоторой "трубки" /например, в процессе  $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$ /. Для того, чтобы она двигалась внутри "слоя", надо, чтобы угол  $\theta$  между направлением ее движения и "слоем" был меньше критического угла /5/. Если угол  $\phi$  в плоскости "слоя" также меньше или примерно равен  $\theta_k$ , имеет место каналирование внутри "трубки"; при  $\phi > \theta_k$  речь идет о каналировании внутри "слоя" /предполагается, что оси "трубки" соответствует  $\phi = 0$ /. В последнем случае частица последовательно пересекает ряд параллельных друг другу "трубок". Ясно, что модель непрерывно распределенного заряда имеет смысл только тогда, когда в течение одного пространственного периода колебаний /4/ происходит много таких пересечений. Это приводит к условию

$$\phi > \phi_k \approx \sqrt{\frac{2\pi Z e^2}{R\epsilon}} \quad /20/$$

Ясно также, что условие  $/2O/$  остается в силе и для частиц, влетевших в кристалл извне\*.

Условие  $/2O/$  вытекает также и из других, независимых соображений. Пересекая соседние "трубки" /почти параллельные траектории/, частица испытывает последовательные кулоновские рассеяния. Дискретное распределение зарядов можно заменить эквивалентным ему непрерывным распределением только в том случае, когда эти последовательные акты рассеяния скоррелированы между собой, т.е. изменяют угол  $\theta$  в одном и том же направлении. Для этого частица должна пересекать соседние "трубки" по одну и ту же сторону от центральной плоскости рассматриваемого "слоя"; в противном случае вместо упорядоченного движения типа  $/2/$  мы будем иметь аналог многократного рассеяния в направлении, перпендикулярном "слою". Легко убедиться, что эти соображения снова приводят к условию  $/2O/$ . Заметим, что в количественном плане из неравенства  $/2O/$  не следует сколько-нибудь существенное уменьшение вероятности захвата в режим каналирования внутри "слоя", поскольку угол  $\phi_k$ , как уже отмечалось, довольно мал /при энергии  $\epsilon \approx 1$  ГэВ для свинца  $\phi_k \approx 5,4 \cdot 10^{-3}$  /.

Движение каналирующей частицы и создаваемое ею излучение рассматривались выше в рамках классических представлений. Анализ условий, позволяющих производить обсуждаемые оценки без учета квантовой механики, практически совпадает с проведенным в работах <sup>1,2/</sup>. Легко убедиться, что в интересующей нас области энергий эти условия оказываются выполненными с достаточной точностью.

\*В области высоких энергий угол  $\phi_k$  мал, и при  $\phi \approx \phi_k$  обсуждаемые пересечения относятся к "трубкам", примерно параллельным импульсу частицы. Сверх этих пересечений частица пересекает ряд "трубок", почти перпендикулярных ее импульсу. Поэтому переход к модели непрерывно распределенного заряда требует также выполнения условия  $L > d$ .

Автор выражает благодарность А.Г.Бонч-Осмоловскому за участие в обсуждениях и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-10739, Дубна, 1977.
2. Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-10986, Дубна, 1977.
3. Гришаев И.А. и др. УФЖ, 1971, 16, с.1548.
4. Мороховский В.Л. и др. Письма в ЖЭТФ, 1972, 16, с.162.

Рукопись поступила в издательский отдел  
7 декабря 1977 года.