СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 11139

В.И.Иноземцев

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ И ИМПУЛЬСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ РАССЕЯНИИ

1977

P2 - 11139

В.И.Иноземцев

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ И ИМПУЛЬСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ РАССЕЯНИИ

Иноземцев В.И. Р2 - 11139

Коллективные эффекты и импульсное приближение в высокоэнергетическом потенциальном рассеянии

В точно решаемой одномерной модели трех частиц, взаимодействующих посредством сил нулевого радиуса действия, показано, что высокоэнергетическое рассеяние с большими переданными импульсами обусловлено коллективными эффектами. Произведено сравнение точного спектра частиц, рассеяных на 180°, с результатами импульсного приближения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики. ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Inosemtsev V.I. P2 - 11139

Collective Phenomena and Approximation in High Energy Potential Scattering

It is shown in exactly solved one-dimensional three-body scattering model that the high-energy potential scattering with high momentum transfer is determined by collective phenomena. The comparison of exact spectrum of particles scattered to 180° with results of impulse approximation is performed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

§ I. Введение

Применение импульсного приближения в той или иной форме является одним из наиболее эффективных методов исследования многочастичных реакций. Так, в высокоэнергетическом рассеянии на связанных состояниях нескольких частиц (молекулах, ядрах) часто используется приближение квазисвободного рассеяния, впервые предложенное Гольдбергером[I] для рассеяния нейтронов на ядрах, рассматриваемых как ферми-газ слабо связанных нуклонов:

$$\frac{d\sigma_{nA}}{d\Omega} = A\int \rho(\vec{p})\, d^3p\, \frac{v(\vec{p})}{v_0}\, \frac{d\sigma_{nN}}{d\Omega}(\vec{p}) \qquad (I)$$

Здесь $\frac{d\sigma_{nA}}{d\Omega}$ - сечение рассеяния нейтрона на ядре, содержащем A нуклонов, $\rho(\vec{p})$ - импульсное распределение нуклонов в ядре; $\frac{d\sigma_{nN}}{d\Omega}(\vec{p})$ - сечение рассеяния нейтрона на нуклоне с импульсом $\vec{p}$, $v(\vec{p})/v_0$ - кинематический фактор, учитывающий изменение плотности потока. Помимо общих условий применимости импульсного приближения,

$$R_{cb} \gg r, \quad E \gg \varepsilon \qquad (2)$$

(E - энергия падающей частицы, r - радиус ее взаимодействия с частицей мишени, R_{cb} - средний радиус мишени, ε - энергия связи), для использования формулы (I) необходимо также выполнение условия[2]

$$\frac{\vec{Q}^2}{2m} \gg \varepsilon, \qquad (\vec{Q} \text{ - переданный импульс}) \quad (3)$$

обеспечивающего применимость квазисвободной кинематики.

Обычно предполагается [2], что при условиях (2-3) приближение (I) позволяет корректно описать сечение рассеяния в широком диапазоне $|\vec{Q}|$. Однако в 1957 г. Д.И.Блохинцевым [3] при анализе рассеяния протонов высокой энергии на ядрах была высказана идея о том, что в области больших переданных импульсов, кинематически запрещенной для элементарного соударения (в частности, для рассеяния протонов на 180°), приближение квазисвободного рассеяния (I) неприменимо, и процесс происходит за счет коллективного механизма - соударения с флуктуацией ядерной материи. Действительно, эффективный радиус мишени $R_{эфф} \sim \frac{\hbar}{p}$ в указанной области ввиду значительной величины переданного импульса уже не удовлетворяет условию (2), и взаимодействие должно иметь коллективный характер, хотя силы, действующие между нуклонами, предполагаются двухчастичными. В настоящее время можно считать твердо установленным тот факт, что релятивистские модификации формулы (I) не позволяют объяснить экспериментально наблюдаемые выходы частиц в области, запрещенной кинематикой элементарного акта при столкновении релятивистских ядер [4,5] и рассеянии протонов высокой энергии на ядрах [6,7].

Наблюдаемые кумулятивные особенности высокоэнергетических ядерных реакций удается успешно объяснить в ряде феноменологических моделей [3,8-II], учитывающих тем или иным способом взаимодействие падающих частиц с группой нуклонов ядра, не сводящееся к последовательным, разделенным в пространстве и времени актам перерассеяния. Следует отметить, что в рамках потенциального рассеяния исследование подобных эффектов, по-видимому, требует точного (либо асимптотически точного в пределе $E \to \infty$) решения многочастичной задачи и на данном этапе развития теории неосуществимо для реалистических нуклон-нуклонных потенциалов.

Цель данной работы - показать на примере простой точно решаемой модели трех частиц, взаимодействующих посредством сил нулевого радиуса действия, что коллективные эффекты при рассеянии назад на связанном состоянии присутствуют и при выполнении условий применимости импульсного приближения (2-3). Рассмотренный механизм коллективного взаимодействия соответствует дифракции падающей волны в плоскости относительных координат на неоднородностях, обусловленных двухчастичными потенциалами взаимодействия, и не может быть сведен к предложенному в [3], поскольку условие $R_{эфф} \gg r$ выполняется в модели независимо от переданного импульса ввиду предположения о нулевом радиусе действия двухчастичных сил. Рассеяние в модели является потенциальным, и отклонения от импульсного приближения не связаны с релятивизацией [I2] волновой функции связанного состояния.

Следует подчеркнуть, что выбранная простейшая модель, естественно, не содержит всех особенностей реальной экспериментальной ситуации, и ни в коей мере не претендует на ее детальное описание. По-видимому, наиболее перспективными в этом отношении являются феноменологические подходы, развиваемые в [8-II]. Однако можно надеяться, что некоторые основные черты рассмотренного процесса трехчастичного рассеяния окажутся существенными при построении последовательной теории кумулятивных ядерных реакций.

§ 2. Кинематика. Формулировка задачи

Рассмотрим систему трех частиц одинаковой массы m, движение которых предполагается одномерным и описывается гамильтонианом вида

$$H = K + V_{12}(x_1-x_2) + V_{31}(x_1-x_3) + V_{32}(x_2-x_3) \qquad (4)$$
$$K = -\frac{1}{2m}\left(\nabla_{x_1}^2 + \nabla_{x_2}^2 + \nabla_{x_3}^2\right)$$

Здесь и в дальнейшем для простоты используется система единиц, в которых $\hbar = 1$.

Вводя координату центра масс и относительные координаты Якоби

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \sqrt{\frac{m}{3}}\,(x_1 + x_2 + x_3), & x_1 &= \frac{1}{\sqrt{m}}\left(\frac{z_1}{\sqrt{3}} + \frac{z_2}{\sqrt{6}} + \frac{z_3}{\sqrt{2}}\right) \\
z_2 &= \sqrt{\frac{m}{6}}\,(x_1 + x_2 - 2x_3), & x_2 &= \frac{1}{\sqrt{m}}\left(\frac{z_1}{\sqrt{3}} + \frac{z_2}{\sqrt{6}} - \frac{z_3}{\sqrt{2}}\right) \qquad (5) \\
z_3 &= \sqrt{\frac{m}{2}}\,(x_1 - x_2) & x_3 &= \frac{1}{\sqrt{3m}}\,(z_1 - \sqrt{2}\,z_2),
\end{aligned}
$$

представим гамильтониан (4) в виде

$$H = K_{c.m.} + (H_0 + V_{int}), \quad \text{где}$$

$$K_{c.m.} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} \;; \quad H_0 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial z_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_3^2}\right), \qquad (6)$$

$$V_{int} = V_{12}\left(\sqrt{\frac{2}{m}}\,z_3\right) + V_{31}\left(\sqrt{\frac{2}{m}}\,(z_2 \sin\alpha + z_3\cos\alpha)\right) + V_{32}\left(\sqrt{\frac{2}{m}}\,(z_2\sin\alpha - z_3\cos\alpha)\right)$$

$$\alpha = \pi/3.$$

Предположим, что потенциалы V_{31} и V_{32} соответствуют силам отталкивания, так что в подсистемах $\{13\}$ и $\{23\}$ отсутствуют связанные состояния; в подсистеме $\{12\}$ существует одно связанное состояние с энергией связи $(-\varepsilon)$, $\varepsilon \geq 0$. Задача о рассеянии падающей частицы 3 с импульсом p_0 на связанном состоянии $\{12\}$ после выделения движения центра масс сводится к нахождению решений двумерного уравнения Шредингера

$$(H_0 + V_{int})\,\psi(z_2, z_3) = E\,\psi(z_2, z_3), \qquad E = \frac{p_0^2}{3m} - \varepsilon \qquad (7)$$

имеющих вид суммы падающей и рассеянной волн,

$$\psi(z_2, z_3) = e^{-ip_0\sqrt{\frac{2}{3m}}\,z_2}\,\psi_\varepsilon\left(\sqrt{\frac{2}{m}}\,z_3\right) + \psi_{int}(z_2, z_3), \qquad (8)$$

где $\psi_\varepsilon(x)$ – волновая функция связанного состояния подсистемы $\{12\}$.

Отметим, что T-матрица одномерного двухчастичного рассеяния в подсистемах $\{13\}$ и $\{23\}$ тривиальна и содержит лишь два

элемента, соответствующих вероятности "прохождения" частиц друг через друга и рассеяния на 180° в с.ц.м. подсистемы (остановки падающей частицы в л.с.). В то же время уравнение (7) содержит все трудности трехчастичной задачи и определяет нетривиальную матрицу рассеяния, описывающую как упругое рассеяние, так и канал с асимптотически свободными состояниями частиц 1,2. Законы сохранения энергии и импульса определяют возможные конфигурации импульсов частиц после рассеяния (в л.с.):

а) упругое рассеяние:

1) $p_3^{(out)} = p_0, \quad p_{12}^{(out)} = 0$ (9.1)

2) $p_3^{(out)} = -\frac{p_0}{3}, \quad p_{12}^{(out)} = \frac{4p_0}{3};$ (9.2)

б) канал развала связанного состояния:

1)
$$p_3^{(out)} = \frac{1}{3}p_0 + 2\sqrt{\frac{p_0^2}{9} - \frac{m}{3}(\varepsilon + \varepsilon_{12})}, \qquad p_{12}^{(out)} = \frac{2}{3}p_0 - 2\sqrt{\frac{p_0^2}{9} - \frac{m}{3}(\varepsilon + \varepsilon_{12})} \qquad (10.1)$$

2)
$$p_3^{(out)} = \frac{1}{3}p_0 - 2\sqrt{\frac{p_0^2}{9} - \frac{m}{3}(\varepsilon + \varepsilon_{12})}, \qquad p_{12}^{(out)} = \frac{2}{3}p_0 + 2\sqrt{\frac{p_0^2}{9} - \frac{m}{3}(\varepsilon + \varepsilon_{12})}. \qquad (10.2)$$

Здесь $p_{12}^{(out)}, \varepsilon_{12}$ – полный импульс и энергия относительного движения для конечного состояния подсистемы $\{12\}$. Отметим, что из (10) следует, в соответствии с (7), соотношение $\varepsilon_{12} \leq \frac{p_0^2}{3m} - \varepsilon$.

В дальнейшем мы будем рассматривать задачи, в которых потенциалы V_{31} и V_{32} имеют вид "бесконечной стенки" /13,14/, что соответствует полной передаче импульса от падающей частицы к мишени для двухчастичных столкновений $\{31\}$, $\{32\}$:

$$V_{31}(x) = V_{32}(x) = \lim_{v \to +\infty} v\,\delta(x). \qquad (11)$$

Легко заметить, что при столкновениях, определяемых потенциалами типа (II), для импульсов частиц *out*-состояний трехчастичного рассеяния должны выполняться условия

$$p_3^{(out)} \le p_1^{(out)}, p_2^{(out)}, p_{12}^{(out)}. \tag{I2}$$

Следовательно, в канале упругого рассеяния возможно лишь полное отражение (9.2); в канале развала могут реализоваться лишь конфигурации (I0.2), причем энергия относительного движения ограничена условием

$$\varepsilon_{12} \le \frac{3}{4}\left(\frac{p_0^2}{3m} - \varepsilon\right).$$

Вводя обозначение $k^2 = 2\left(\frac{p_0^2}{3m} - \varepsilon\right) = 2E$, определим область изменения импульса частицы 3 в л.с. после столкновения в канале развала:

$$\sqrt{\frac{m}{6}}\left(2k - \sqrt{k^2+2\varepsilon}\right) \ge -p_3^{(out)} \ge \sqrt{\frac{m}{6}}\left(k - \sqrt{k^2+2\varepsilon}\right). \tag{I3}$$

Не ограничивая общности рассмотрения, предположим для определенности, что частица 3 находится в *in*-состоянии при $x_3 \to +\infty$. Рассеяние с потенциалами типа (II) описывается решением уравнения Шредингера

$$\left(H_0 + V_{12}\left(\sqrt{\tfrac{2}{m}}\, z_3\right)\right)\psi(z_2, z_3) = E\psi(z_2, z_3), \tag{I4}$$

имеющим вид (8) в области, указанной на рис. I, и удовлетворяющим на границе этой области условию

$$\psi(z_2, z_3) = 0, \quad z_3 = \pm\sqrt{3}\,|z_2|, \tag{I5}$$

соответствующему непроницаемости потенциальных барьеров (II).

§ 3. <u>Модель</u>

В общем случае не удается представить решение (I4) с граничным условием (I5) в аналитическом виде. Однако для некоторых потенциалов V_{12} можно воспользоваться аналогией /I3/ между квантово-

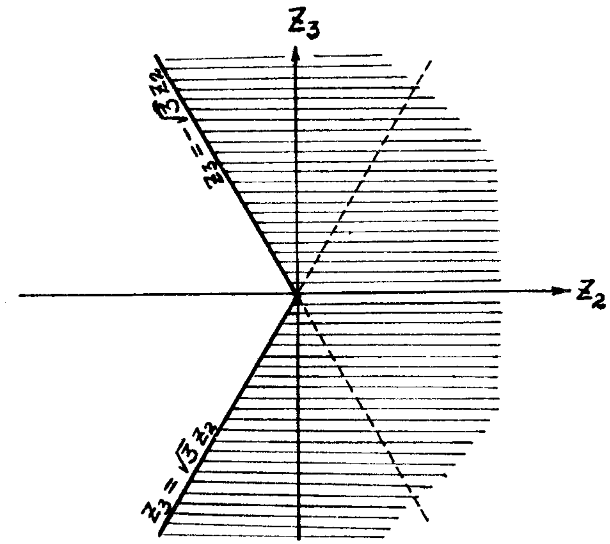

Рис. I. Линии, ограничивающие заштрихованную область, соответствуют координатам частиц $x_3 = x_1$, $x_3 = x_2$. Рассеяние происходит в области $z_2 < 0$, $|z_3| < -\sqrt{3}\, z_2$ $(x_3 > x_1, x_2)$

механическим рассеянием и задачами дифракции электромагнитной волны на препятствиях, подобных изображенному на рис. I, метод решения которых восходит к классическим работам Зоммерфельда (см., например, /I5/).

Рассмотрим сначала простейший случай $V_{12} = 0$ /I4/, в котором уравнение (I4) можно представить в форме

$$\Delta\psi + k^2\psi = 0, \quad k^2 = 2\left(\frac{p_0^2}{3m} + \varepsilon_{12}^{(0)}\right), \tag{I6}$$

$\varepsilon_{12}^{(0)}$ – энергия относительного движения частиц I,2 в начальном состоянии. Если частицы I,2 до рассеяния покоятся, то $\varepsilon_{12}^{(0)} = 0$, и необходимо определить решения (I6), имеющие вид (8)

$$\psi(z_2, z_3) = e^{-ikz_2} + \psi_{int}(z_2, z_3), \qquad (17)$$

где первое слагаемое соответствует плоской волне, падающей в направлении оси z_2. Согласно принципам геометрической оптики и классическим представлениям о рассеянии частиц, естественно было бы ожидать, что ψ_{int} имеет вид суммы плоских волн, соответствующих отражениям волны $e^{-ikz_2} = e^{ikr\cos\varphi}$ от "зеркал" I,II, т.е. передаче импульса от частицы 3 либо частице I, либо частице 2 (рис. 2):

$$\psi_{int} = const\left(e^{ikr\cos(\varphi - \frac{2\pi}{3})} + e^{ikr\cos(\varphi + \frac{2\pi}{3})}\right) \qquad (18)$$

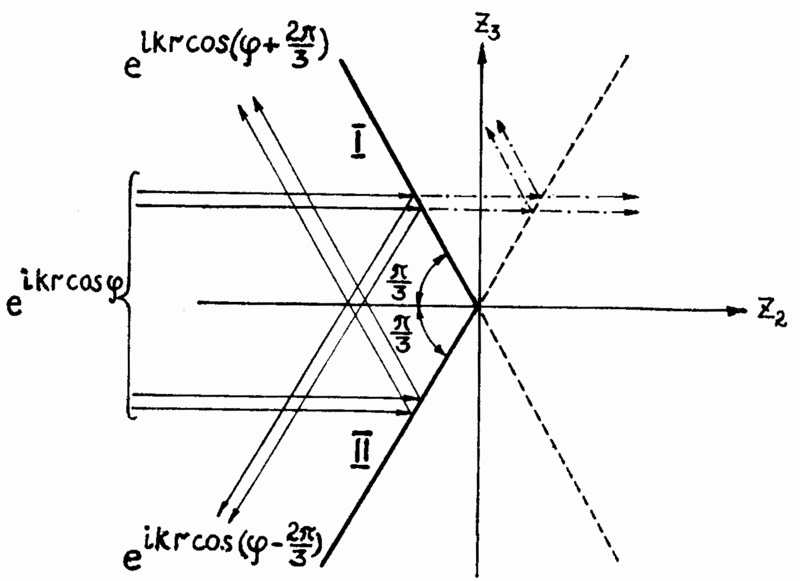

Рис. 2. Рассеяние для случая $V_{12}=0$ согласно геометрической оптике, соответствующей импульсному приближению (I). Падающая плоская волна $e^{ikr\cos\varphi}$ отражается от границ I,II. Ось полярных координат выбрана в направлении $z_2 \to -\infty$.

(r, φ – полярные координаты в плоскости z_2, z_3 с осью $\varphi = 0$ вдоль направления $z_3 = 0$, $z_2 \to -\infty$).

Отметим также, что, согласно импульсному приближению (I), частица 3 не может рассеяться на двух невзаимодействующих покоящихся частицах I,2 на 180° в л.с. (распределение $\rho(\rho) \sim \delta(\rho)$).

Легко, однако, проверить, что решение в виде (17,18) не удовлетворяет граничным условиям (15) при любом выборе фаз и амплитуд плоских волн (18). Следовательно, точное решение уравнения (16) с граничными условиями (15) не может быть сведено к сумме элементарных волновых функций, описывающих некогерентные процессы, и должно содержать слагаемое, учитывающее коллективное взаимодействие частицы 3 <u>одновременно</u> с частицами I,2 *.
В соответствующей задаче рассеяния плоской скалярной электромагнитной волны, впервые решенной Зоммерфельдом, коллективные эффекты проявляются в виде дифракционного слагаемого, описывающего отклонения от геометрической оптики. Точное решение для ψ^{int} можно представить в виде /14/ **

$$\psi_{int} = -e^{ikr\cos(\frac{2\pi}{3} - \varphi)} - e^{ikr\cos(\frac{2\pi}{3} + \varphi)} + \frac{3}{\pi}\cos\frac{3\varphi}{2}\int_0^\infty \frac{e^{-ikr\,ch\,x}\, ch\frac{3x}{2}\,dx}{sh^2\frac{3x}{2} + \cos^2\frac{3\varphi}{2}} \qquad (19)$$

---

* Указанное коллективное явление не сводится к пространственно разделенным перерассеяниям, которые могли бы иметь место при проницаемых потенциальных барьерах I, II рис. 2. В этом случае падающая волна, пройдя барьер I, могла бы вторично (как показано на рис.2 штрих-пунктирными линиями) рассеяться на барьере II. Для потенциалов типа (II) и выбранной начальной конфигурации многократное рассеяние отсутствует.

** Отметим, что уравнение (16) с граничными условиями (15) можно представить в форме, допускающей разделение переменных,

$$\Delta\psi + (k^2 - \mathcal{U}(r,\varphi))\psi = 0,$$

где

$$\mathcal{U}(r,\varphi) = \begin{cases} 0, & |\varphi| < \pi/3, \\ +\infty, & |\varphi| \geq \pi/3, \end{cases}$$

и решение может быть найдено в виде разложения Конторовича-Лебедева /16,17/.

Последнее слагаемое в (I9) обеспечивает выполнение граничных условий при $\varphi \to \pm \frac{\pi}{3}$. Его асимптотика при $r \to \infty$, $|\varphi| < \frac{\pi}{3} - \delta$, $\delta > 0$, представляет собой цилиндрическую волну, расходящуюся от начала координат /I7/. При $K \to \infty$ осциллирующий множитель в подинтегральном выражении приводит к обращению интеграла (I9) в нуль для всех направлений φ, не приближающихся асимптотически к "границам геометрической оптики" $\varphi = \pm \frac{\pi}{3}$, и, за исключением области $\frac{\pi}{3} - |\varphi| \sim \frac{Const}{K}$, рассеяние в пределе $K \to \infty$ становится некогерентным. Заметим, что угол рассеяния φ связан с импульсом частицы 3 в конечном состоянии соотношением

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} + \frac{p_3^{(out)}}{K\sqrt{3m}}, \quad \frac{\pi}{3} - |\varphi| \sim -\frac{p_3^{(out)}}{K},$$

и, следовательно, при $p_0 \to \infty$ и конечных величинах импульса частицы 3 $p_3^{(out)}$ для рассеяния на I80°, отклонения от геометрической оптики (и соответствующего ей импульсного приближения (I)) будут наблюдаться, несмотря на очевидное выполнение условий (2,3). Интересно отметить, что эксперименты по кумулятивному образованию частиц /6,7/ выполняются в аналогичной кинематике – исследуются выходы вторичных частиц при конечных величинах их импульса для асимптотических значений энергии падающей частицы.

Подробное вычисление скорости реакции с тремя свободными частицами в начальном и конечном состояниях по известному решению уравнения Шредингера требует построения нестационарной теории рассеяния частиц, заключенных в некоторый конечный объем τ /2,I8/. Значительно больший интерес представляет задача о рассеянии на связанном состоянии, в которой вероятность процессов может быть определена независимо от нормировочного объема. Рассмотрим в качестве примера потенциал $V_{12}(x_1 - x_2)$ вида

$$V_{12}(x_1 - x_2) = -V_0\,\delta(x_1 - x_2), \quad V_0 > 0, \tag{20}$$

соответствующий, как и потенциалы V_{31}, V_{32} (II), силам нулевого радиуса действия. Двухчастичное уравнение Шредингера в с.ц.м. подсистемы {I2},

$$\psi''(z) + m V_0\,\delta(z)\psi(z) + mE\psi(z) = 0, \quad z = x_1 - x_2,$$

имеет одно решение, соответствующее связанному состоянию,

$$\psi_\varepsilon(z) = (m\varepsilon)^{1/4} \exp\{-(m\varepsilon)^{1/2}|z|\}, \tag{21}$$

где

$$\varepsilon = \frac{m V_0^2}{4} \quad \text{– энергия связи.}$$

Легко видеть, что нахождение решения двухчастичного уравнения с потенциалом (20) эквивалентно построению решений уравнения свободного движения в областях $-\infty < z < 0$, $0 < z < +\infty$, удовлетворяющих при $z \to 0$ граничному условию

$$\lim_{\delta \to +0} \left\{ \left(\frac{d\psi}{dz}\right)_{z=-\delta} - \left(\frac{d\psi}{dz}\right)_{z=\delta} \right\} = m V_0 \psi\big|_{z=0}.$$

Для трехчастичной задачи (I4) следует построить решения уравнения (I6) при $K^2 = 2\left(\frac{p_0^2}{3m} - \varepsilon\right)$, удовлетворяющие условиям (I5) при $|z_3| = -\sqrt{3}z_2,\ z_2 < 0$; условию при $z_3 = 0$, $-\infty < z_2 < 0$:

$$\lim_{\delta \to +0} \left\{ \left(\frac{\partial\psi}{\partial z_3}\right)_{z_3=-\delta} - \left(\frac{\partial\psi}{\partial z_3}\right)_{z_3=\delta} \right\} = \sqrt{2m}\,V_0\,\psi(z_2, 0), \tag{22}$$

допускающие представление вида (8) с волновой функцией ψ_ε (2I). Отметим, что ввиду симметрии условий (I5) относительно отражения $z_3 \to -z_3$, соответствующего перестановке частиц I,2, искомое решение может быть представлено в виде суммы симметричной и антисимметричной по z_3 частей,

$$\psi(z_2, z_3) = \psi^{(s)}(z_2, z_3) + \psi^{(a)}(z_2, z_3),$$

каждая из которых удовлетворяет условиям (I5), (22). Функция $\psi^{(a)}$ должна иметь во всей области $|z_3| < -\sqrt{3}z_2$ вид расходящейся волны (условие (22) автоматически выполняется для всех функций $\psi^{(a)}$ с непрерывными производными) с нулевыми граничными условиями (I5).

Поэтому $\psi^{(a)}(z_1,z_3)\equiv 0$, и, в силу симметрии $\psi^{(s)}$, достаточно определить решение уравнения Гельмгольца (I6) в области $0<z_3<-\sqrt{3}\,z_2$ с граничными условиями

$$\frac{\partial\psi}{\partial z_3}(z_2,0) = -\sqrt{\frac{m}{2}}\,V_0\,\psi(z_2,0) \tag{23.I}$$

$$\psi(z_2,-\sqrt{3}z_2) = 0. \tag{23.2}$$

Задача о трехчастичном рассеянии с взаимодействием между частицами $\{31\}$, $\{12\}$, приводящим к граничным условиям типа (23), была рассмотрена ранее в работе /I9/ и эквивалентна задаче о дифракции двумерной электромагнитной волны на внутренней части проводящего клина,/20/ одна из сторон которого обладает сопротивлением (ср. (23.I)), а вторая является идеальным проводником, что соответствует условию (23.2). Коллективные эффекты в рассматриваемой задаче определяют ее симметрию и проявляются в возможности упрощения условия (22) (отметим, что взаимодействие между частицами $\{32\}$ в работе /I9/ отсутствует).

Вероятности различных процессов рассеяния, определенные в /I8/, имеют вид

$$P(0/0) = th^2 3\beta \tag{24}$$

– вероятность упругого рассеяния на 180^0;

$$P(\theta/0) = \frac{6}{\pi}\,\frac{\sin^2 3\theta\, th\, 3\beta}{(ch\,3\beta-\cos 3\theta)(ch\,3\beta+\cos 3\theta)^2} \tag{25}$$

– плотность вероятности рассеяния с развалом связанного состояния, причем конечное трехчастичное состояние описывается волной, распространяющейся вдоль направления, определяемого углом θ в полярных координатах на плоскости (z_2, z_3) ($0\le\theta\le\frac{\pi}{3}$).

Здесь $\beta = arsh\,\frac{\sqrt{2\varepsilon}}{k}$; угол θ связан с импульсом частицы 3 в конечном состоянии соотношением

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\frac{6}{m}}\,p + \sqrt{k^2+2\varepsilon}}{2k}, \quad p = -p_3^{(out)}. \tag{26}$$

Величины $P(0/0)$, $P(\theta/0)$ удовлетворяют условию нормировки

$$P(0/0) + \int_0^{\pi/3} P(\theta/0)\,d\theta = 1 .$$

Определим плотность вероятности рассеяния с импульсом частицы 3 в интервале (p, $p+dp$), являющуюся аналогом сечения в формуле (I):

$$\frac{dw}{dp} = P(\theta/0)\left|\frac{d\theta}{dp}\right| = P(\theta/0)\sqrt{\frac{6}{m\left(4k^2-\left(\sqrt{\frac{6}{m}}\,p+\sqrt{k^2+2\varepsilon}\right)^2\right)}}, \tag{27}$$

где $p=-p_3^{(out)}$; диапазон значений p определяется неравенствами (I3).

Удобно рассмотреть вероятности (24), (27) в пределе $k\to\infty$, т.е. при энергиях падающей частицы, значительно превышающих импульс p (который предполагается изменяющимся в конечных пределах) и энергию связи ε .Согласно (24-27), найдем:

$$P(0/0)\big|_{k\to\infty} = \frac{18\varepsilon}{k^2} = \frac{27m\varepsilon}{p_0^2} + O\left(\frac{1}{p_0^3}\right) \tag{28}$$

$$\frac{dw}{dp}\Big|_{k\to\infty} = \frac{4}{\pi}\,\frac{p^2\sqrt{m\varepsilon}}{(p^2+m\varepsilon)^2} + O\left(\frac{1}{p_0}\right). \tag{29}$$

В пределе $k\to\infty$ вероятность упругого рассеяния падает в рассматриваемой модели как $\frac{1}{p_0^2}$; вероятность развала с рассеянием частицы 3 на 180^0 при фиксированных значениях p асимптотически постоянна. Отметим, что упругий формфактор и волновая функция связанного состояния в импульсном представлении, соответствующие (2I), имеют вид

$$S_{el}(q) = \frac{4m\varepsilon}{4m\varepsilon+q^2},$$

$$\psi_\varepsilon(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\;\frac{(m\varepsilon)^{3/4}}{p^2+m\varepsilon}. \qquad (30)$$

Согласно импульсному приближению, вероятность упругого рассеяния на 180° $\sim S_{el}^2\left(\frac{4}{3}p_0\right) \sim \frac{1}{p_0^4}$; вероятность развала связанного

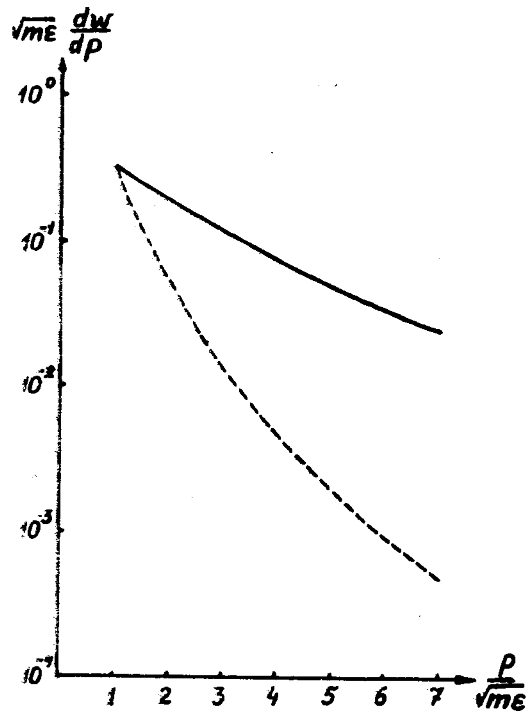

Рис. 3. Вероятность рассеяния частицы 3 на 180° с импульсом p в пределе $p_0 \to \infty$:

———— – точный результат,

– – – – – – импульсное приближение.

состояния и рассеяния частицы 3 с импульсом p на 180°, согласно (1), определяется квадратом волновой функции (30):

$$\frac{dw^{(imp)}}{dp} = \frac{4}{\pi}\;\frac{(m\varepsilon)^{3/2}}{(p^2+m\varepsilon)^2}. \qquad (31)$$

Нетрудно заметить, что точное выражение (29), учитывающее коллективные эффекты, приводит в области $p \gg \sqrt{m\varepsilon}$ к вероятности рассеяния назад, значительно большей, чем это следует из соответствующей формулы (31) импульсного приближения (рис. 3). Отметим также, что условия (2,3) в рассмотренном случае выполнены при $p_0 \to \infty$, как и соотношение $\lambda = \frac{\hbar}{p_0} \ll R_{cв} \sim \frac{1}{\sqrt{m\varepsilon}}$.

§ 4. Заключение

Таким образом, рассеяние на 180° в рассмотренной одномерной модели не может быть описано в импульсном приближении и определяется коллективными эффектами. В стационарной формулировке задачи рассеяния указанные эффекты независимо от начальной энергии частицы соответствуют дифракции падающей волны в плоскости относительных координат на неоднородностях, обусловленных потенциалами V_{31}, V_{32}, и не могут быть сведены к последовательным актам перерассеяния, учет которых предлагался для описания кумулятивных процессов /21/. Поскольку рассеяние в модели является потенциальным, превышение над импульсным приближением не связано с "релятивизацией" /12/ волновой функции связанного состояния, приводящей к некоторому возрастанию высокоимпульсной части спектра частиц, рассеянных на 180°. Следует также отметить, что, ввиду предположения о нулевом радиусе сил, действующих между частицами, рассмотренный механизм отличается от предложенного в /3/ – условие $R_{эфф} \gg r$ выполняется в модели независимо от величины переданного импульса.

Автор глубоко благодарен В.А.Мещерякову за внимание к работе и А.Б.Говоркову за полезные обсуждения.

Литература

I. M.L.Goldberger. Phys.Rev., 74, 1269 (1948).
2. М.Гольдбергер, К.Ватсон. Теория столкновений."Мир", I967.
3. Д.И.Блохинцев. ЖЭТФ 33, I295 (I957).
4. А.М.Балдин и др. ОИЯИ PI-58I9, I97I; ЯФ I8, 79 (I973).
5. С.Б.Герасимов, Н.Гиордэнеску.ОИЯИ Р2-7687, Дубна (I974).
6. Ю.Д.Баюков и др. ЯФ, I8, I246 (I973).
7. А.М.Балдин и др. ЯФ, 2I, 46I (I975).
8. А.М.Балдин. Краткие сообщения по физике. I, стр. 35 (I97I).
В.С.Ставинский. ОИЯИ Р2-9528, Дубна (I976).
9. А.В.Ефремов. ЯФ, 24, I208 (I976); JINR E2-9529, Dubna (1976).
I0. В.В.Буров, В.К.Лукьянов, А.И.Титов. ОИЯИ Р2-I0244,Дубна (I976); Е2-I0680, Дубна (I977).
II. Б.Н.Калинкин и др. ОИЯИ Р2-I0783, Р2-I0785, Дубна, (I977).
I2. Г.А.Лобов, В.Е.Маркушин, В.В.Соловьев, И.С.Шапиро. ЯФ 25, I92 (I977).
I3. H.M.Nussenzweig. Proc.Roy.Soc., A264, 408 (1961).
I4. J.B.McGuire. J.Math.Phys., 5, 622 (1964).
I5. А.Зоммерфельд. Оптика, ИЛ, I953, стр. 323.
I6. М.И.Конторович, Н.Н.Лебедев. ЖЭТФ 8, II92 (I938).
I7. F.Oberhettinger. J.Res. of N.B.S. 61, 343 (1958).

I8. E.Gerjuoy. Phil.Trans. A270, 197 (1972).
I9. J.B.McGuire, C.Hurst. J.Math.Phys., 13, 1595 (1972).
20. W.Williams. Proc.Roy.Soc., A252, 376 (1959).
2I. В.Б.Копелиович. Письма в ЖЭТФ, 23, 348 (I976); ЯФ, 26, I68 (I977).

Рукопись поступила в издательский отдел
7 декабря I977 года.