

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С 346.3a

0-355

3/IV-78

P2 - 11125

1537/2-78

А.А.Овчинникова

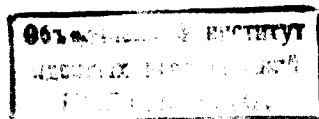
РАСПАДЫ $\mu \rightarrow 3e$ И $\mu \rightarrow e\gamma$ В МОДЕЛИ
СО СМЕШИВАНИЕМ НЕЙТРИНО
И ТЯЖЕЛЫХ ЛЕПТОНОВ

1978

P2 - 11125

А.А.Овчинникова

РАСПАДЫ $\mu \rightarrow 3e$ И $\mu \rightarrow e\gamma$ В МОДЕЛИ
СО СМЕШИВАНИЕМ НЕЙТРИНО
И ТЯЖЕЛЫХ ЛЕПТОНОВ



Овчинникова А.А.

P2 - 11125

Распады $\mu \rightarrow 3e$ и $\mu \rightarrow e\gamma$ в модели со смешиванием нейтрино и тяжелых лептонов

Рассматривается возможность несохранения мюонного числа в перенормируемой модели Decker, Pestieau. Для перенормируемости модели введены четыре тяжелых лептона. В рамках калибровочной группы симметрии $SU(2) \times U(1)$ рассматриваются стандартные левые дублеты, а также правые, в которых происходит смешивание нейтрино с тяжелыми нейтральными лептонами. В такой схеме нейтральный ток заряженных лептонов - чистый вектор.

Обсуждаются вероятности распадов $\mu \rightarrow 3e$ и $\mu \rightarrow e\gamma$. Показано, что эти вероятности сильно зависят от значения массы нейтрино. При $m_\nu = 0,65$ МэВ относительная вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma$ близка к современным экспериментальным границам $B(\mu \rightarrow e\gamma) \sim 10^{-9}$. Вероятность распада $\mu \rightarrow 3e$ в этой модели на три порядка меньше вероятности распада $\mu \rightarrow e\gamma$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Ovchinnikova A.A.

P2 - 11125

$\mu \rightarrow 3e$ and $\mu \rightarrow e\gamma$ Decays in the Model with Neutrino and Heavy Neutral Leptons Mixing

Muon number nonconservation is discussed within the framework of the renormalizable model of Decker and Pestieau. To renormalize this model four heavy leptons are added. Then the gauge group $SU(2) \times U(1)$ is considered. Besides standard left doublets, the right ones in which mixing of neutrino and neutral heavy leptons takes place are introduced. In such a scheme the neutral current of charged leptons is a pure vector. Then the branching ratios of $\mu \rightarrow 3e$ and $\mu \rightarrow e\gamma$ decays are evaluated. It has been shown that these quantities greatly depend upon neutrino masses. If neutrino has a mass about 0.65 MeV, the $\mu \rightarrow e\gamma$ decay probability may well be close to its experimentally determined upper limit. In this model the $\mu \rightarrow 3e$ decay rate is $\frac{\alpha}{\pi}$ times less than the $\mu \rightarrow e\gamma$ decay rate.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

При построении схем слабых взаимодействий полагают, что существует аналогия между слабым взаимодействием кварков и лептонов. Исходя из этой аналогии, естественно предположить, что наряду с процессами, не сохраняющими странность, могут существовать процессы, не сохраняющие мюонное число, т.е. процессы типа

$$\mu \rightarrow e + \gamma \quad /1/$$

$$\mu \rightarrow e + e + \bar{e} \quad /2/$$

$$\mu + p \rightarrow e + \dots$$

$$K_L \rightarrow \bar{e} + \mu \quad \text{и другие.}$$

За последнее время появилось много работ, в которых рассматривалась возможность существования распада $\mu \rightarrow e\gamma$. Механизмы несохранения мюонного числа, предложенные в этих работах, очень различны. Они связаны с введением тяжелых лептонов в рамках стандартной $SU(2) \times U(1)$ или расширенной калибровочной группы $^{1/2}$, с изменением механизма генерации масс $^{3/}$, с введением новой группы симметрии $U(1)$, связанной с мюонным числом $^{4/}$, и т.д. Отметим, что в новых моделях вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma$ при разумных значениях параметров близка к современным экспериментальным границам. Большой интерес представляет отношение вероятностей распадов $\mu \rightarrow 3e$ и $\mu \rightarrow e\gamma$, поскольку эта величина очень чувствительна к выбору модели.

В данной работе вычисляется вероятность распадов $\mu \rightarrow 3e$ и $\mu \rightarrow e\gamma$ в рамках перенормированной модели

Decker, Pestieau ^{/5/}. Распад $\mu \rightarrow e \gamma$ был уже рассмотрен в ^{/5/}, однако результаты наших вычислений несколько отличаются от результатов, полученных в этой работе.

1. ОБСУЖДЕНИЕ МОДЕЛИ

В работе ^{/5/} предполагается, что лагранжиан взаимодействия лептонов с заряженным бозоном можно представить в виде

$$\mathcal{L} = \frac{ig}{2\sqrt{2}} (W_a^- j_a + \text{h.c.}) + \frac{ig_R}{2\sqrt{2}} (W_a^- j'_a + \text{h.c.}), \quad /3/$$

где j_a - стандартный заряженный ток лептонов,

$$j'_a = \bar{e} \gamma_a (1 - \gamma_5) \nu_\mu + \bar{\mu} \gamma_a (1 - \gamma_5) \nu_e; \quad \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G}{\sqrt{2}}$$

G - константа Ферми, M_W - масса заряженного бозона, g_R - константа нового взаимодействия.

Второй член в правой части выражения /3/ описывает взаимодействие, которое приводит к несохранению лептонного числа.

Из условия μ - e универсальности на константу связи этого взаимодействия g_R в работе ^{/5/} были получены следующие ограничения:

$$0.01 \leq \left(\frac{g_R}{g}\right)^2 \leq 0.04. \quad /4/$$

Эффективный лагранжиан /3/ позволяет получить конечное выражение для амплитуды распада /1/, поскольку возникающие при вычислении расходимости пропорциональны импульсу фотона, и в силу градиентной инвариантности уничтожаются /при рассмотрении распада /1/ взаимодействие промежуточных бозонов предполагается таким же, как в модели Вайнберга-Салама ^{/6/} /.

Однако для вычисления вероятностей других процессов необходимо сделать модель перенормируемой. Для этого предположим, что кроме известных четырех лептонов

существуют еще четыре тяжелых: два нейтральных N_1, N_2 и два заряженных r_1^-, r_2^- . Сразу заметим, что введение тяжелых лептонов необходимо для перенормируемости модели, в распадах /1/ - /2/ эти лептоны участия не принимают.

В рамках группы $SU(2) \times U(1)$ рассмотрим дублеты:

$$\text{левые} \quad \left(\begin{array}{cccc} \nu_\mu & \nu_e & N_1 & N_2 \\ \mu & e & r_1^- & r_2^- \end{array} \right)_L$$

и правые, в которых происходит смешивание нейтрино с тяжелыми лептонами:

$$\left(\begin{array}{cc} \nu_e \cos \phi + N_1 \sin \phi & -\nu_e \sin \phi + N_1 \cos \phi \\ \mu & r_2^- \end{array} \right)_R$$

$$\left(\begin{array}{cc} \nu_\mu \cos \phi + N_2 \sin \phi & -\nu_\mu \sin \phi + N_2 \cos \phi \\ e & r_1^- \end{array} \right)_R$$

Легко видеть, что anomальное взаимодействие электрона с мюонным нейтрино пропорционально $\cos \phi$. поэтому эффективно $\cos \phi = \frac{g_R}{g}$, и из неравенства /4/ получаем

$$0.01 \leq \cos^2 \phi \leq 0.04. \quad /5/$$

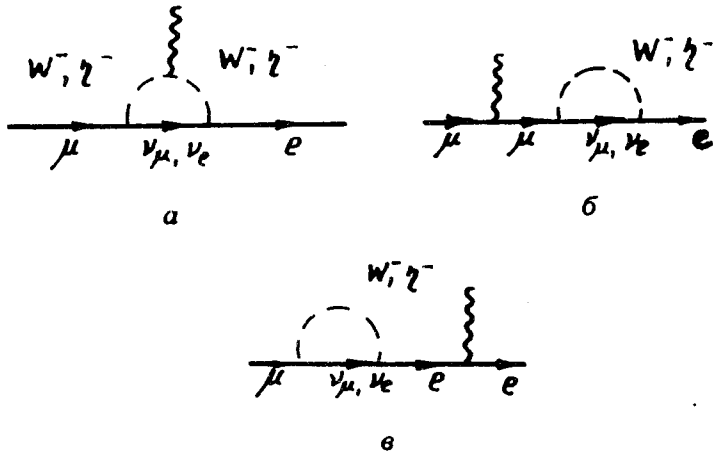
Генерация масс лептонов и бозонов происходит за счет взаимодействия с дублетом и триплетом хиггсовских частиц, нейтральные компоненты которых имеют отличные от нуля вакуумные средние.

Нейтральный ток заряженных лептонов в этой модели имеет векторный характер. Это позволяет объяснить наблюдающееся сейчас подавление P-нечетных эффектов в тяжелых атомах ^{/8/}.

Обратимся теперь непосредственно к вычислению вероятностей распадов /1/ и /2/. Будем пользоваться метрикой Паули. Расчеты проводятся в калибровке Хофта-Фейнмана.

2. $\mu \rightarrow e\gamma$

Диаграммы, дающие вклад в амплитуду распада /1/, представлены на рис. 1.



η^- - заряженная компонента хиггсовского триплета.

Рис. 1

Вклады диаграмм /б/ и /в/ в калибровке Хофта-Фейнмана взаимно компенсируются. Учитывая только первый член разложения по M_W^{-2} , для амплитуды процесса можно получить выражение

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot \frac{e}{8\pi^2} \delta_{\epsilon\rho} \bar{u}(p')(a + b\gamma_5)\sigma_{\rho\nu} q_\nu u(p), \quad /6/$$

где

$$\delta = \frac{3}{2} \cos\phi, \quad a = m_{\nu_\mu} + m_{\nu_e}, \quad b = m_{\nu_\mu} - m_{\nu_e} \quad /7/$$

m_{ν_μ}, m_{ν_e} - массы ν_μ и ν_e соответственно,
 $q = p - p'$; p, p' - импульсы мюона и электрона.

Выражение /6/ отличается от соответствующего выражения, полученного в /5/, множителем 1/3.

Вероятность рассматриваемого распада и его относительная вероятность соответственно равны:

$$\Gamma(\mu \rightarrow e\gamma) = \frac{1}{\pi} \cdot \left(-\frac{m_\mu^2 - m_e^2}{2m_\mu}\right)^3 \frac{aG^2}{16\pi^3} \delta^2 (m_{\nu_\mu}^2 + m_{\nu_e}^2),$$

$$B(\mu \rightarrow e\gamma) = \Gamma(\mu \rightarrow e\gamma) / \Gamma(\mu \rightarrow e\nu\nu) \approx \frac{3}{2} \frac{a}{\pi} \delta^2 \left(\frac{m_{\nu_\mu}^2 + m_{\nu_e}^2}{m_\mu^2}\right) / 8/$$

где m_μ и m_e - массы мюона и электрона.

3. $\mu \rightarrow 3e$

Перейдем к рассмотрению распада $\mu \rightarrow 3e$.

Основной вклад в амплитуду этого распада дают диаграммы с виртуальным фотоном /рис. 2/

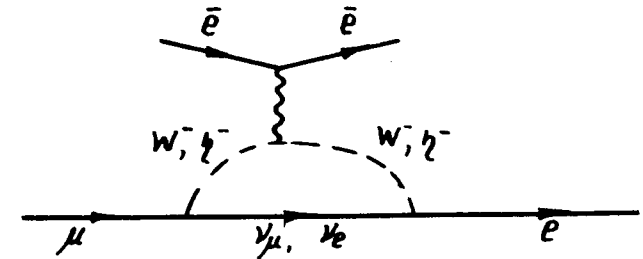


Рис. 2

В рассматриваемой модели отношение конечных вкладов в амплитуду диаграмм с виртуальным Z-бозоном /рис. 3а/ к вкладу диаграмм с виртуальным γ -квантом определяется отношением пропагаторов этих частиц

$\sim q^2/(q^2 + M_Z^2) \leq \frac{m_\mu^2}{M_Z^2}$. Вклады диаграмм ящичного типа

/рис. 36/ также оказываются малы по сравнению с вкладом диаграмм /рис. 2/, их отношение $\sim m_\mu^2/M_W^2$. Поэтому вкладом диаграмм /рис. 3/ можно пренебречь.

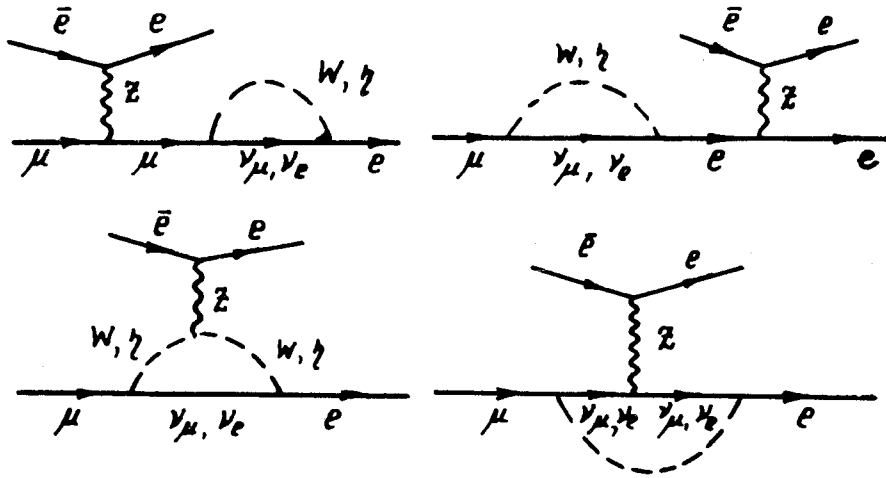


Рис. 3а

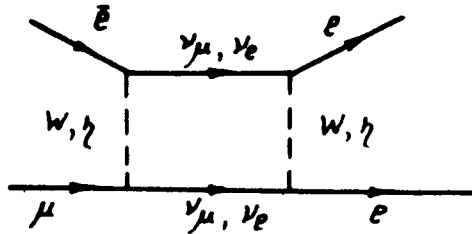


Рис. 3б

В этом случае антисимметризованная по конечным состояниям электронов амплитуда имеет следующий общий вид:

$$M = \frac{1}{(2\pi)^4} \cdot \frac{e}{q^2} \cdot \bar{u}(p')(a + b\gamma_5)(F_1(q^2)\sigma_{\rho\nu} q_\nu + F_2(q^2)(\hat{q} \cdot q_\rho - q^2 \gamma_\rho)u(p)\bar{u}(k')\gamma_\rho u(-k) - (p' \rightarrow k')),$$

где a, b - константы, $F_1(q^2), F_2(q^2)$ - функции, зависящие от $q^2, q = p - p', p, k$ - импульсы мюона и позитрона, p', k' - импульсы электронов.

Как и в случае $\mu \rightarrow e \gamma$ -распада, будем рассматривать только первый член разложения по M_W^{-2} . В этом приближении коэффициент при $(\hat{q} \cdot q_\rho - q^2 \gamma_\rho)$ равен нулю. Это связано с тем, что амплитуда пропорциональна массе виртуального нейтрино, а коэффициенты $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ имеют разную размерность.

Таким образом, в данной модели амплитуда процесса /2/ равна:

$$M = \frac{G \cdot a}{2\sqrt{2} \cdot \pi q^2} \cdot \delta \cdot \bar{u}(p')(a + b\gamma_5)\sigma_{\rho\nu} q_\nu u(p)\bar{u}(k')\gamma_\rho u(-k) - (p' \rightarrow k'),$$

где δ, a, b определяются выражением /7/. При дальнейших вычислениях там, где это было возможно, мы пренебрегали массой электрона по сравнению с массой мюона.

В результате для вероятности распада /2/ получается выражение

$$\Gamma(\mu \rightarrow 3e) = \frac{G^2 a^2}{192 \cdot \pi^5} \cdot m_\mu^3 \cdot \delta^2 (m_{\nu_\mu}^2 + m_{\nu_e}^2) \left(\ln \frac{m_\mu}{m_e} - \frac{11}{8}\right).$$

Относительная вероятность распада равна

$$B(\mu \rightarrow 3e) = \Gamma(\mu \rightarrow 3e) / \Gamma(\mu \rightarrow e \nu \nu) = \frac{a^2}{\pi^2} \cdot \frac{m_{\nu_\mu}^2 + m_{\nu_e}^2}{m_\mu^2} \times \left(\ln \frac{m_\mu}{m_e} - \frac{11}{8}\right) \delta^2.$$

Для отношения вероятностей распадов /1/ и /2/ в данной модели получено выражение

$$R = \Gamma(\mu \rightarrow 3e) / \Gamma(\mu \rightarrow e\gamma) \approx 2.6 \frac{\alpha}{\pi} = 0,006.$$

Таким образом, вероятность распада $\mu \rightarrow 3e$ почти на три порядка меньше вероятности распада $\mu \rightarrow e\gamma$. Подобный результат получен и в некоторых других работах^{/8/}.

4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Сравним полученные результаты с имеющимися экспериментальными данными.

В рассматриваемой модели вероятности распадов /1/, /2/ зависят от трех параметров: от масс нейтрино m_{ν_μ} и m_{ν_e} и от угла смешивания нейтрино с тяжелыми нейтральными лептонами.

Ниже приведены численные значения вероятностей /8/, /9/ при различных значениях этих параметров.

/а/ Воспользуемся современными экспериментальными ограничениями на массы нейтрино

$$m_{\nu_e} < 35 \text{ эВ},$$

$$m_{\nu_\mu} < 0.65 \text{ МэВ}.$$

$\cos^2 \phi$ изменяется в пределах от 0,01 до 0,04 /см. /5//. Значения вероятностей $B(\mu \rightarrow e\gamma)$ и $B(\mu \rightarrow 3e)$ даны в табл. 1.

Таблица 1

$\cos^2 \phi$	0,01	0,02	0,03	0,04
$B(\mu \rightarrow e\gamma)$	$2,98 \cdot 10^{-9}$	$5,96 \cdot 10^{-9}$	$8,94 \cdot 10^{-9}$	$1,19 \cdot 10^{-8}$
$B(\mu \rightarrow 3e)$	$1,84 \cdot 10^{-11}$	$3,68 \cdot 10^{-11}$	$5,44 \cdot 10^{-11}$	$7,26 \cdot 10^{-11}$

/б/ Если рассматривать нейтрино как ортогональные комбинации некоторых частиц ν и ν' с массами m и m' /7/:

$$\nu_e = \nu \cos \theta + \nu' \sin \theta$$

$$\nu_\mu = -\nu \sin \theta + \nu' \cos \theta,$$

причем угол смешивания не мал /скажем, $\theta \sim \frac{\pi}{4}$ /, то на массы m и m' из экспериментальных данных получаются следующие ограничения $m, m' < 35 \text{ эВ}$.

В этом случае вероятности $B(\mu \rightarrow e\gamma)$ и $B(\mu \rightarrow 3e)$ уменьшаются примерно на 8 порядков /табл.2/.

Таблица 2

$\cos^2 \phi$	0,01	0,02	0,03	0,04
$B(\mu \rightarrow e\gamma)$	$1,74 \cdot 10^{-17}$	$3,48 \cdot 10^{-17}$	$5,22 \cdot 10^{-17}$	$6,96 \cdot 10^{-17}$
$B(\mu \rightarrow 3e)$	$1,07 \cdot 10^{-19}$	$2,14 \cdot 10^{-19}$	$3,22 \cdot 10^{-19}$	$4,29 \cdot 10^{-19}$

Таким образом, из-за сильных ограничений на величину угла смешивания ϕ полученные выражения для $B(\mu \rightarrow e\gamma)$ и $B(\mu \rightarrow 3e)$ слабо зависят от этого параметра, но сильно изменяются /на 8 порядков!/ с изменением массы нейтрино. При значениях масс нейтрино, близких к экспериментальным границам /случай /а//, вероятности распадов /1/, /2/ сравнимы с существующими ограничениями:

Новые экспериментальные ограничения на вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma$ $B^{\text{exp}}(\mu \rightarrow e\gamma) < 1.1 \cdot 10^{-9}$ /СИН, Швейцария/ /10/ $B^{\text{exp}}(\mu \rightarrow e\gamma) < 5 \cdot 10^{-9}$ /ТРИУМФ, Канада/ /11/.

Для распада $\mu \rightarrow 3e$ лучшее экспериментальное ограничение получено в Дубне^{/8/}

$$B^{\text{exp}}(\mu \rightarrow 3e) < 1.9 \cdot 10^{-9}.$$

В случае /б/ вероятности $B(\mu \rightarrow e\gamma)$ и $B(\mu \rightarrow 3e)$ много меньше соответствующих экспериментальных ограничений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе в рамках перенормированной модели были рассмотрены распады $\mu \rightarrow e \gamma$ и $\mu \rightarrow 3e$. Полученные выражения для вероятностей этих распадов изменяются в довольно широких пределах в зависимости от значений масс нейтрино и, в частности, могут быть близки к существующим экспериментальным верхним границам. Вероятность распада $\mu \rightarrow 3e$ в этой модели на три порядка меньше вероятности распада $\mu \rightarrow e \gamma$.

В заключение автор выражает глубокую благодарность С.М.Биленькому и С.Т.Петкову за постановку задачи и многочисленные полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bilenky S.M., et al. *JINR, E2-10374, Dubna, 1977.*
Cheng T.P., Li L.-F. *Missouri-Carnegie-Mellon prep., 1976.*
Petcov S.T. *JINR, E2-10487, Dubna, 1977.*
Marciano W., Sanda A. *Rockefeller Univ. prep., COO-2232B-116.*
Bjorken J.D., et al. *SLAC-PUB-1925.*
2. Deshpande N., et al. *Oregon Univ. prep., 1977.*
Fujikawa K. *Tokyo Inst. prep. INS-REP-291, 1977.*
3. Bjorken J.D., Weinberg S. *Phys. Rev. Lett., 1977, 38, p. 622.*
Branco G.C. *Bonn-Univ. prep. Bonn-HE-77-5, 1977.*
4. Beg M., Sirlin A. *Phys. Rev. Lett., 1977, 38, p. 1113.*
5. Decker, Pestieau. *Univ. de Louvain prep., 1977.*
6. Weinberg S. *Phys. Rev. Lett., 1967, 19, p. 1264.*
Salam A. *Proc. of the Eight Nobel Symposium (J. Wiley, N.Y., 1968).*
7. Petcov S.T. *JINR, E2-10 176, Dubna, 1976.*
8. Коренченко С.М. и др. *ЖЭТФ, 1976, 70, с. 3.*
9. Lewis L.L. et al. *Phys. Rev. Lett., 1977, 39, p. 795.*
Baird P.E.G. et al. *Phys. Rev. Lett., 1977, 39, p. 798.*
10. Povel H.P. et al. *Preprint, Oct. 1977.*
11. Depormier J.-P. *Preprint, Oct. 1977.*

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1977 года.