СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

27/II-78

Р2 - 11115

С 322
С - 844

В.Н.Стрельцов

925/2-78

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

(Релятивистская электродинамика)

1977

P2 - 11115

В.Н.Стрельцов

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

(Релятивистская электродинамика)

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Стрельцов В.Н. P2 - 11115

Некоторые вопросы специальной теории относительности (Релятивистская электродинамика)

Обсуждаются известная проблема определения энергии и импульса электромагнитного поля электрона и вопрос о заряде движущегося проводника с током. Дается ковариантное решение указанных вопросов. При этом используется такой выбор элемента объема, который фактически базируется на введенном ранее определении релятивистской длины. С точки зрения этого определения анализируются также формулы для потенциалов Лиенара-Вихерта. Рассматривается тензор энергии-импульса для системы зарядов и токов. Указывается на неточности в одном элементарном выводе соотношения эквивалентности массы и энергии.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Strel'tsov V.N. P2 - 11115

Some Problems of Special Relativily (Relativistic Electrodynamics)

The known problem of definition of the electromagnetic energy and momentum of charged particles and of a charge in a moving current-carrying conductor is discussed. A covariant solution of these problems is presented. The volume element has been chosen basing on the earlier introduced concept of a relativistic length. Equations for Lienard-Wiechert's potentials are also analysed from the point of view of this concept. The energy-momentum tensor for a system of charges and currents is considered. It is pointed to the inaccuracy in a well-known elementary derivation of the formula for equivalence of energy and mass.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

© 1977 Объединенный инсвитув ядерных исследований Дубна

1. ЭНЕРГИЯ И ИМПУЛЬС ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗАРЯДА

Как известно, 4-импульс электромагнитного поля определяется интегралом

$$G_i = \int T_{ik}\, dV_k \,, \qquad /1/$$

где T_{ik} - тензор энергии-импульса электромагнитного поля

$$T_{ik} = F_{i\ell}\, F_{\ell k} - \frac{1}{4}\delta_{ik}\, F_{mn}F_{mn} \,, \qquad /2/$$

F_{ik} - тензор напряженностей электромагнитного поля, а dV_k - 4-вектор бесконечно малого объема, который, в частности, может иметь вид

$$dV_k\left(\frac{1}{i}dx_2\,dx_3\,dx_4\,,\ \frac{1}{i}dx_1\,dx_3\,dx_4\,,\ \frac{1}{i}dx_1\,dx_2\,dx_4\,,\ \frac{1}{i}dx_1\,dx_2\,dx_3\right), \qquad /3/$$

где

$$x_1 = x,\ \ x_2 = y,\ \ x_3 = z,\ \ x_4 = ict.$$

В свое время в связи с гипотезой Абрагама об электромагнитном происхождении массы электрона для 4-импульса /1/ были получены формулы /см., напр., /1/ /

$$G_1 = \frac{4}{3}m\beta c\gamma\,, \qquad \mathfrak{E} = mc^2\left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right)\gamma\,, \qquad /4/$$

где $m = \mathcal{E}^\circ/c^2$, $\mathcal{E}^\circ$ - электростатическая энергия в системе покоя электрона, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$, а $\beta c = v_x$ - скорость движения электрона. При этом следует отметить, что при их выводе использовалась, в частности, формула лоренцева сокращения объема.

Очевидно, что полученные таким образом выражения /4/ существенно отличались от известных релятивистских выражений для импульса и энергии

$$P_1 = m\beta c\gamma, \quad \mathcal{E} = mc^2\gamma \qquad /5/$$

движущейся механической частицы с массой покоя m.

Ниже мы детально обсудим сформулированную проблему. При этом, как обычно, сначала рассмотрим данный заряд в собственной системе отсчета (K°), где он покоится ($\vec{G}^\circ = 0$). Поскольку для покоящегося заряда магнитное поле $\vec{H}^\circ = 0$, то компоненты F_{ik} и T_{ik} будут определяться следующими выражениями:

$$F^\circ_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -iE^\circ_x \\ 0 & 0 & 0 & -iE^\circ_y \\ 0 & 0 & 0 & -iE^\circ_z \\ iE^\circ_x & iE^\circ_y & iE^\circ_z & 0 \end{pmatrix},$$

$$/6а,б/$$

$$T^\circ_{ik} = \begin{pmatrix} -E^{\circ 2}_x + \frac{1}{2}\vec{E}^{\circ 2} & -E^\circ_x E^\circ_y & -E^\circ_x E^\circ_z & 0 \\ -E^\circ_x E^\circ_y & -E^{\circ 2}_y + \frac{1}{2}\vec{E}^{\circ 2} & -E^\circ_y E^\circ_z & 0 \\ -E^\circ_x E^\circ_z & -E^\circ_y E^\circ_z & -E^{\circ 2}_z + \frac{1}{2}\vec{E}^{\circ 2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}\vec{E}^{\circ 2} \end{pmatrix}$$

Привлекая далее условие сферической симметрии

$$E^{\circ 2}_x = E^{\circ 2}_y = E^{\circ 2}_z = \frac{1}{3}E^{\circ 2}$$

вместе с условием, что

$$\int E_{x_\alpha} E_{x_\beta} dx_\alpha dx_\beta dt = 0 \qquad \alpha \neq \beta \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3),$$

на основании требования равенства нулю компонент импульса $\vec{G}^\circ$ будем иметь

$$G^\circ_1 = \frac{1}{6}\int E^{\circ 2} dV^\circ_1 = 0, \quad G^\circ_2 = \frac{1}{6}\int E^{\circ 2} dV^\circ_2 = 0,$$
$$G^\circ_3 = \frac{1}{6}\int E^{\circ 2} dV^\circ_3 = 0. \qquad /7/$$

Поскольку здесь подынтегральные выражения существенно положительны, то обращение в нуль интегралов /7/ будет возможно, если только

$$dV^\circ_1 = dV^\circ_2 = dV^\circ_3 = 0. \qquad /8/$$

Последнее условие будет автоматически выполнено, если в K°-системе 4-вектор элемента объема мы определим с помощью трех 4-векторов следующего вида

$$dx^\circ_i (dx^\circ, 0,0,0), \ \delta x^\circ_i (0, dy^\circ, 0, 0), \ \Delta x^\circ_i (0,0, dz^\circ, 0). \qquad /8а/$$

Физический смысл такого выбора векторов dx°_i, δx°_i и Δx°_i станет ясным, если мы обратимся к процедуре измерения пространственных отрезков методом локации. Тогда очевидно, что каждый из указанных векторов может быть представлен в виде полуразности двух "световых" 4-векторов, описывающих процессы распространения светового сигнала вдоль соответствующего инфинитезимального пространственного отрезка в прямом и обратном направлениях. Иными словами, такой выбор векторов dx_i, δx_i и Δx_i как раз соответствует рассматриваемому ранее определению релятивистской длины[1а].

Привлекая специальные преобразования Лоренца для перехода к некоторой системе K, которая движется вдоль оси $0^\circ K^\circ$ K°-системы со скоростью $v_x = \beta c$, для формул преобразования компонент dV_i получим

$$dV_1 = -i\beta dV^\circ_4 \gamma, \ dV_2 = dV^\circ_2 = 0, \ dV_3 = dV^\circ_3 = 0, \qquad /9а/$$

$$dV_4 = dV^\circ_4 \gamma, \qquad /9б/$$

где

$$dV_4^\circ = -\,i dV^\circ = -\,i dx^\circ dy^\circ dz^\circ.$$

В рассматриваемом специальном случае импульс и энергия движущегося заряда будут определяться выражениями

$$G_1 = \frac{1}{c} \int T_{11} dV_1 + \int T_{14} dV_4 \; , \qquad /10а/$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{i} (\int T_{41} dV_1 + \int T_{44} dV_4). \qquad /10б/$$

Воспользовавшись далее формулами преобразования для компонент тензора энергии-импульса T_{ik},

$$T_{11} = (T_{11}^\circ - \beta^2 T_{44}^\circ) \gamma^2 , \qquad /11а/$$

$$T_{14} = T_{41} = i\beta (T_{11}^\circ - T_{44}^\circ) \gamma^2 \; , \qquad /11б/$$

$$T_{44} = (T_{44}^\circ - \beta^2 T_{11}^\circ) \gamma^2 \qquad /11в/$$

с учетом /9/ легко найдем, что

$$G_1 = \frac{1}{ic} \beta\gamma \int T_{44}^\circ dV_4^\circ = \frac{1}{c} \beta \mathcal{E}^\circ \gamma \qquad /12а/$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{i} \gamma \int T_{44}^\circ dV_4^\circ = \mathcal{E}^\circ \gamma \; . \qquad /12б/$$

Очевидно, что полученные формулы /12/ соответствуют обычным релятивистским формулам преобразования для импульса и энергии /5/, и отличаются от известных выражений /4/. Таким образом, в рамках рассматриваемого подхода нет никакой необходимости в том, чтобы приписывать электрону дополнительную механическую инертную массу, обусловленную, скажем, существованием неэлектрических сил - "напряжений Пуанкаре"[/2/].

Следует отметить, что вопрос ковариантного определения электромагнитного импульса и энергии и связанный с ним вывод формул /12/ рассматривался рядом

авторов /см., например,[/3,4/] /. Необходимо, однако, подчеркнуть, что одного только требования ковариантности для получения формул /12/ недостаточно, поскольку, например, известные выражения /4/ также удовлетворяют указанному требованию, если учесть, что в этом случае $G_1^\circ \neq 0$[/5/].

В связи со сказанным мы хотим также коснуться работы Гамбы[/6/], в которой, в частности, критикуется общепринятая процедура вычисления энергии и импульса электромагнитного поля заряда в различных системах отсчета /К и К°/, связанная с интегрированием по пространственным объемам при $t = \mathrm{const}$. и $t^\circ = \mathrm{const}$. соответственно. Поскольку, таким образом, интегрирование производится по разным гиперповерхностям, то, как отмечает автор, результаты вычислений должны относиться к различным совокупностям физических событий, тогда как преобразования Лоренца имеют дело с одной и той же совокупностью событий *.

Вообще, что касается выбора /пространственно-подобной/ поверхности интегрирования при вычислении интеграла /1/, то, казалось бы, действительно трудно говорить о какой-либо предпочтительной поверхности[/5/]. Однако здесь следует иметь в виду то, что во всех случаях, кроме интегрирования по поверхностям, ортогональным мировым линиям, импульс покоящегося заряда оказывается отличным от нуля. Отмеченный факт приводит нас к физическому условию, а требование выполнения этого условия /равенства нулю импульса покоящегося заряда/ однозначно определяет выбор поверхности интегрирования. Выше при определении элемента пространственного объема мы исходили именно из указанного требования.

2. *О ЗАРЯДЕ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ*

Рассмотрим элемент линейного проводника, покоящегося в К° -системе и направленного по оси $0^\circ X^\circ$,

---

* Ниже /в конце п.2/ мы поясним сказанное на простом примере.

по которому течет ток с плотностью $j_1^\circ = -j_-^\circ$. Пусть при этом плотности отрицательных и покоящихся положительных зарядов ρ_-° и ρ_+° внутри проводника одинаковы, а поэтому суммарная плотность $\rho^\circ = 0$.

Таким образом, с точки зрения наблюдателя из K°-системы проволока не заряжена:

$$\Delta Q^\circ = \rho^\circ \Delta V^\circ = 0, \qquad /13/$$

где ΔQ° - заряд, а ΔV° - объем рассматриваемого элемента проводника.

Перейдем теперь в такую систему отсчета K, относительно которой отрицательные заряды, создающие ток с плотностью j_1°, покоятся. На основании формул преобразования для величин ρ и j и с учетом того, что $\rho_+^\circ = -\rho_-^\circ$, $j_-^\circ = -\beta c \rho_-^\circ \gamma$ и $j_- = 0$, будем иметь

$$\rho_- = (\rho_-^\circ + \frac{\beta}{c} j_-^\circ)\gamma = \rho_-^\circ \gamma^{-1}, \qquad /14/$$

$$\rho_+^\circ = -\rho_-^\circ \gamma, \qquad /15/$$

$$j_1 = j_+ = -\beta c \rho_-^\circ \gamma, \qquad /16/$$

откуда с учетом того, что суммарная плотность зарядов

$$\rho = \rho_+ + \rho_- = -\rho_-^\circ \beta^2 \gamma, \qquad /17/$$

заключаем, что произведение

$$\rho \Delta V \neq 0$$

независимо от вида преобразования пространственного объема.

На основании того факта, что в K-системе плотность зарядов ρ уже не равна нулю, зачастую делается вывод /см., например, [7а] / о появлении заряда в движущемся проводнике с током.

Следует, однако, подчеркнуть, что в рамках специальной теории относительности заряд является инвариантной величиной и не должен изменяться при переходе от одной системы отсчета к другой. Поэтому вывод о том, что нейтральный проводник с током в результате движения заряжается, является следствием нековариантного определения величины ΔQ.

С целью решения поставленного вопроса проведем вычисление заряда $\Delta Q (\Delta Q^\circ)$ в рамках четырехмерного представления, опираясь на формулу

$$\Delta Q = j_i \Delta V_i, \qquad /18/$$

где j_i $(j_a, ic\rho)$ - 4-вектор плотности тока, а ΔV_i - 4-вектор элемента объема, определяемый в соответствии с /3/.

С учетом полученных выше /п.1/ результатов будем полагать, что в соответствии с /8/ в K°-системе $\Delta V_1^\circ = 0$, а поэтому ΔQ° будет действительно определяться выражением /13/.

Однако с точки зрения K-системы на основании /9/ величина ΔV_1 уже не будет равна нулю, а будет определяться выражеием $\Delta V_1 = -i\beta \Delta V_4^\circ \gamma$. В результате для величины ΔQ найдем

$$\Delta Q = j_1 \Delta V_1 + j_4 \Delta V_4 = (-\beta c \rho_-^\circ \gamma)(-i\beta dV_4^\circ \gamma) +$$
$$+ (-ic\rho_-^\circ \beta^2 \gamma) dV_4^\circ \gamma = 0. \qquad /19/$$

Таким образом, в полном согласии с требованием инвариантности заряда имеем, что с точки зрения K-системы данный проводник также электрически нейтрален *.

Следует отметить, что рассматриваемый пример может служить принципиальной основой косвенного опыта по проверке формулы преобразования пространственного объема, поскольку при другом определении ΔV_i будем иметь, что $\Delta Q^\circ \neq 0$.

* Хотя, поскольку теперь $\rho = 0$, будем иметь $\operatorname{div} \vec{E} \neq 0$.

Коснемся теперь физического смысла формулы /18/, которая в простейшем случае одного пространственного измерения может быть записана в виде

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial Q}{\partial t}\Delta t\,. \qquad /18'/$$

В соответствии с нашим подходом в собственной системе отсчета будем иметь $\Delta t^\circ = 0$ и заряд элемента проводника будет определяться только произведением плотности на длину этого элемента. Однако в любой несобственной системе отсчета, где проводник движется, Δt уже не будет равно нулю. Поэтому теперь необходимо также учитывать и второй член, описывающий изменение заряда в фиксированной точке пространства. Очевидно, что указанный член является сугубо релятивистским и учитывает относительность одновременности / $\Delta t^\circ = 0$, но $\Delta t = 0$ / * .

Полученные выше результаты необходимо учитывать также и в других подобных случаях, скажем, при рассмотрении поведения электрически нейтральной рамки с током /см., напр., [8] /.

3. *ТЕНЗОР ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАТЕРИИ*

Как известно, энергия взаимодействия системы зарядов и токов с внешним электромагнитным полем, потенциалы которого ϕ и A_α, определяются выражением

$$\mathcal{E}^\circ = \int(\rho^\circ\phi^\circ + j_\alpha A_\alpha)\,dV^\circ, \qquad /20/$$

* При этом важно отметить, что произвольное изменение линии /а в общем случае - гиперповерхности/ интегрирования при вычислении на основании /18'/ полного заряда в К-системе, скажем, переход к прямой $t = \mathrm{const}$, приведет к исчезновению второго члена, а следовательно, в конечном счете - к отмеченному нарушению требования релятивистской инвариантности.

где индекс "о" указывает, что используемая система отсчета совпадает с системой покоя (K°) рассматриваемых проводников с зарядами и токами.

В рамках четырехмерного представления равенство /20/ может быть переписано в виде

$$P_4^\circ = \int(j_4^\circ A_4^\circ + A_4^\circ j_4^\circ - \delta_{44}\, j_k^\circ A_k^\circ)\,dV_4^\circ\,, \qquad /21/$$

где δ_{ik} - символ Кронекера, или

$$P_4^\circ = \int S_{44}^\circ\, dV_4^\circ. \qquad /21a/$$

Введенная таким образом величина S_{44} может быть истолкована как плотность энергии в единице объема. Больше того, ее можно считать компонентой /симметричного/ тензора энергии-импульса электрической материи, имеющего вид

$$S_{ik} = j_i A_k + A_i j_k - \delta_{ik}\, j_\ell A_\ell\,. \qquad /22/$$

Тензор S_{ik} можно выразить только через 4-плотность тока, если воспользоваться решением неоднородного волнового уравнения для потенциала A_i. В явно ковариантной форме это решение было в свое время найдено Герглотцем /см., напр., [9] /:

$$A_i = \frac{1}{4\pi^2}\int \frac{j_i}{R^2}\, d\Omega\,, \qquad /23/$$

где $R^2 = (R_k R_k)$ - квадрат расстояния между фиксированной точкой и элементом заряда /тока/, а $d\Omega$ - элемент 4-объема.

На основании /22/ легко получить явный вид других составляющих тензора S_{ik}. Так, например, для его компонент S_{11} и S_{41}, описывающих потоки X-компоненты импульса и энергии, найдем

$$S_{11} = j_1 A_1 - j_2 A_2 - j_3 A_3 - j_4 A_4\,,$$
$$S_{41} = S_{14} = j_4 A_1 + j_1 A_4\,. \qquad /24/$$

Образуем теперь дивергенцию S_{ik}. При этом получим

$$-\frac{\partial S_{ik}}{\partial x_k} = F_{ik} j_k + A_i \frac{\partial j_k}{\partial x_k} + j_i \frac{\partial A_k}{\partial x_k} + A_k\left(\frac{\partial j_i}{\partial x_k} - \frac{\partial j_k}{\partial x_i}\right). \qquad /25/$$

Легко видеть, что на основании уравнения непрерывности и условия Лоренца для потенциалов второй и третий члены в правой части /25/ исчезают.

В случае выполнения следующего равенства

$$\mathrm{rot}_{ki}\, j = 0, \qquad /26/$$

которое, скажем, имеет место для безвихревых токов *, справа останется только известное выражение, называемое плотностью силы Лоренца.

Таким образом, следующее известное равенство

$$-\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = F_{ik}\, j_k \qquad /27/$$

мы сможем представить в форме

$$\frac{\partial R_{ik}}{\partial x_k} = 0, \qquad /28/$$

где $R_{ik} = T_{ik} - S_{ik}$.

В заключение отметим, что в самом общем случае /в соответствии с требованием ковариантности/ равенство /21а/ должно быть заменено формулой

$$P^{\circ}_4 = \int S^{\circ}_{4k}\, dV^{\circ}_k . \qquad /29/$$

* Обсуждением этого вопроса я обязан Г.Н.Афанасьеву. Здесь следует также отметить, что в случае выполнения /26/ напряженности будут подчиняться свободному волновому уравнению. Такому же уравнению будут подчиняться и компоненты j_k. Поскольку при этом сами заряды не могут перемещаться со скоростью света, то отмеченный факт следует трактовать как то, что плотность зарядов /токов/ может меняться от точки к точке со световой скоростью. Агентом, вызывающим это изменение, является электромагнитная волна.

Хотя при этом в общем $S^{\circ}_{4\alpha} = 0$ равенство /1/ все же будет иметь место, если /в соответствии с /8// принять, что $dV^{\circ}_{\alpha} = 0$.

4. ПОТЕНЦИАЛЫ ЛИЕНАРА-ВИХЕРТА И КОНЦЕПЦИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДЛИНЫ

Рассмотрим выражение для 4-потенциала Лиенара-Вихерта

$$A_i = -\frac{e u_i}{R_k u_k}, \qquad /30/$$

где u_i - 4-скорость заряда e, а R_i - 4-вектор расстояния от точки нахождения заряда (О) до точки наблюдения (Р).

Пусть далее для простоты движение заряда происходит вдоль оси ОХ / К-система/, а нас, скажем, интересуют значения потенциалов в определенной точке на указанной оси, т.е.

$$\phi = \frac{e}{R_x(1-\beta)}, \quad A_x = \frac{e\beta}{R_x(1-\beta)}, \quad A_y = A_z = 0. \qquad /31/$$

При этом в собственной системе отсчета (K°), где данный заряд покоится, будем иметь

$$\phi^{\circ} = \frac{e}{R^{\circ}_x}, \quad A^{\circ}_x = A^{\circ}_y = A^{\circ}_z = 0. \qquad /32/$$

Если теперь мы воспользуемся формулами преобразования для потенциалов, то найдем выражение

$$R_x = R^{\circ}_x (1+\beta)\gamma, \qquad /33/$$

описывающее закон преобразования расстояния между точками О и Р при переходе от K°– к К-системе.

Легко видеть, что таким образом равенство /33/ отличается от привычной формулы лоренцева сокращения. Вместе с тем очевидно, что R_x есть не что иное, как величина X_{AB}, которая входит как составная часть в формулу $X = (X_{AB} - X_{BA})/2$, определяющую собой понятие релятивистской длины [/1а/].

Далее мы хотим обратить внимание на следующее. Возьмем выражение для тензора электромагнитного поля /в случае отсутствия ускорения/

$$F_{ik} = \frac{e}{(R_j u_j)^3}(R_i u_k - R_k u_i), \qquad /34/$$

соответствующее /30/. Поместим в точку наблюдения второй заряд $\bar{e}$, 4-скорость которого $\bar{u}_k$. Тогда для 4-силы $K_i(P)$, с которой первый заряд действует на второй, будем иметь

$$K_i = \bar{e} F_{ik} u_k = \frac{e\bar{e}}{(R_j^r u_j)^3}[R_i^r(u_k \bar{u}_k) - (R_k^r \bar{u}_k) u_i]. \qquad /35/$$

Здесь мы специально подчеркнули, что величина R_i является "запаздывающим расстоянием" $R_i^{ret}(P)$.

С другой стороны, "запаздывающее расстояние" $R_i^{ret}(O)$, от которого должна зависеть сила $K_i(0)$, описывающая действие второго заряда на первый, по отношению к исходному выражению для силы /35/, будет, очевидно, представлять собою "опережающее расстояние" $R_i^{adv}(P)$. Поэтому на основании принципа равенства действия и противодействия выражение для силы как полуразность величин $K_i(P)$ и $K_i(O)$ будет зависеть как от R_i^{ret}, так и от R_i^{adv}. Но такая зависимость автоматически имеет место, если опираться на нашу концепцию релятивистской длины.

В связи со сказанным любопытно обратить внимание /см., например, [10]/ на известную процедуру введения вектора X_i, перпендикулярного прямолинейной в нашем случае мировой линии заряда e, начинающегося на этой мировой линии и кончающегося в мировой точке наблюдения. В покоящейся системе $K°$ компоненты X_i равны $(X_\alpha^\circ, 0)$. Нетрудно видеть, что указанный вектор как раз определяет собою величину, которую мы называем релятивистской длиной. Далее легко получаем

$$X_i = R_i + u_i(R_k u_k), \qquad X_i X_i = |X_i|^2 = (R_k u_k)^2,$$

$$X = - R_k u_k. \qquad /36/$$

В результате для A_i и F_{ik} будем иметь

$$A_i = -\frac{e u_i}{|X|}, \qquad /37/$$

$$F_{ik} = \frac{e}{|X|^3}(u_i X_k - u_k X_i)^*. \qquad /38/$$

5. *ОБ ОДНОМ ЭЛЕМЕНТАРНОМ ВЫВОДЕ СООТНОШЕНИЯ* $\mathcal{E} = mc^2$

В работе Эйнштейна [11], а также в ряде монографий и учебников /см., например, [11–13, 7б]/ приводится элементарный вывод соотношения эквивалентной массы и энергии, связанный, в частности, с доказательством того, что энергии электромагнитного излучения $\mathcal{E}$ должна быть приписана инертная масса $\mathcal{E}/c^2$. Для этого рассматривается покоящийся твердый полый цилиндр, имеющий внутри стенки одного из оснований (A) устройство, посылающее в сторону противоположного основания (B) определенное количество лучистой энергии $\mathcal{E}$. Так как давление излучения на стенку равно плотности излучаемой энергии, то цилиндр получает под действием излучения скорость, равную $\mathcal{E}/(Mc)$, где M - масса цилиндра. За время, потребное свету для прохождения пути вдоль цилиндра, равное ℓ/c /с точностью до членов выше первого порядка/, последний перемещается на расстояние $x = \mathcal{E}\ell/(Mc^2)$. Затем после поглощения света цилиндр останавливается. Если бы свет не имел массы, то перемещение цилиндра означало бы смещение центра масс без воздействия внешних сил, что противоречит основным принципам механики. Следовательно, свету нужно приписать некоторую массу (m). При этом

*Следует, впрочем, заметить, что непосредственным вычислением F_{ik}, исходя из /37/, не удается получить формулу /38/.

должно выполняться следующее условие неподвижности центра масс:

$$Mx - m\ell = 0,$$

откуда и вытекает, что

$$m = \frac{\mathcal{E}}{c^2}. \qquad /39/$$

Хотя полученная таким образом формула /39/ сама по себе правильна, приведенные выше рассуждения содержат очевидную неточность /14–16/ .А именно: в них предполагается, что в момент излучения света весь цилиндр приобретает скорость. Но это было бы возможно только в том случае, если бы возмущение /деформация/ от одного конца цилиндра распространялось к другому его концу мгновенно. Но, как мы знаем, последний факт находится в противоречии с основным утверждением специальной теории относительности о том, что никакое взаимодействие не может переноситься со скоростью, большей скорости света*. Вместе с тем, нельзя согласиться и с замечанием /14/ о том, что в рассматриваемом опыте следует также учитывать движение основания B цилиндра навстречу электромагнитному импульсу.

Таким образом, мысленный опыт Эйнштейна нестрог, а устранение нестрогости, связанное с учетом деформации цилиндра и последующим восстановлением его формы, лишает опыт простоты и наглядности.

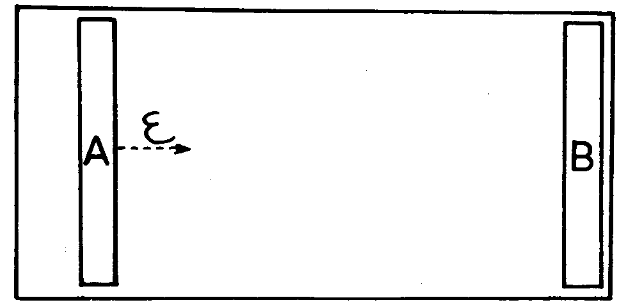
Основные и приведенные выше рассуждения все же можно будет сохранить, если вместо рассматриваемого мысленного эксперимента /в борновской модификации/ использовать, например, такой опыт, в котором в момент излучения света тело A /массы $M/2$ /** находится на расстоянии $\ell_1 = \ell[1+(M/2)c^2/\mathcal{E}]^{-1}$ от левого конца цилиндра /см. *рисунок*/.При этом в результате

---

*На самом деле свет достигнет другого конца цилинда значительно раньше, чем туда дойдет возмущение.

** Мы считаем, что масса собственно цилиндра мала по сравнению с массами тел A и B, толщиной которых мы также пренебрегаем.

излучения только указанное тело приобретает скорость $v = 2\mathcal{E}/(Mc)$.



Предлагаемая постановка опыта уже не требует учета деформации цилиндра, поскольку свет и тело A будут достигать соответствующих оснований цилиндра одновременно.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Беккер Р. Теория электричества, т.II, ГИТТЛ, Л.-М., 1941, §66.*
1a. *Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-10912, Дубна, 1977.*
2. *Пуанкаре А. Избр. труды. "Наука", М., 1974, т.III, с.433.*
3. *Rohrlich F. Classical Charged Particles, Reading Mass., Addison-Wesley, 1965.*
4. *Джексон Дж. Классическая электродинамика. "Мир", М., 1965.*
5. *Полубаринов И.В. ОИЯИ, Р2-7532, Дубна, 1973.*
6. *Gamba A. Amer. J.Phys., 1967, 35, p.83.*
7. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, "Мир", М., 1966, а/ вып. 5, с. 270; б/ вып. 6, с.298.*
8. *Пановский В., Филипс М. Классическая электродинамика. ГИФМЛ, М., 1963, с.371.*
9. *Зоммерфельд А. Электродинамика. ИЛ, М., 1958, §29.*

10. *Паули В. Теория относительности. ГИТТЛ, М.-Л., 1947, с.137.*
11. *Эйнштейн А. Собр. научн. трудов, т.I, "Наука", М., 1965, с.39.*
12. *Борн М. Эйнштейновская теория относительности. "Мир", М., 1964, с.342.*
13. *Тейлор Э.Ф., Уилер Дж. Физика пространства-времени. "Мир", М., 1971, с.191.*
14. *Мандельштам Л.И. Полное собр. научн. трудов. Изд. АН СССР, т. V , 1950, с.155.*
15. *Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-3672, Дубна, 1968.*
16. *Кард П. Изв. АН ЭССР, физ.-мат., 1975, 24, с.173.*

Рукопись поступила в издательский отдел
30 ноября 1977 года.