СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2 - 11084

В.Н.Стрельцов

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОНЯТИЙ ОДНОВРЕМЕННОСТИ И РАССТОЯНИЯ

1977

P2 - 11084

В.Н.Стрельцов

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОНЯТИЙ ОДНОВРЕМЕННОСТИ И РАССТОЯНИЯ

Стрельцов В.Н. P2 - 11084

К вопросу об определении понятий одновременности и расстояния

Ранее обсуждалась возможность формулировки специальной теории относительности на основе обобщения понятия одновременности. Указанное обобщение связано фактически с заменой в специальных преобразованиях Лоренца временной координаты t на величину $t + (2\epsilon_0 - 1)c^{-1}x$, где $0 < \epsilon_0 < 1$ ($\epsilon_0 = 1/2$ соответствует традиционному определению одновременности). Полученные таким образом преобразования (обобщенные преобразования Лоренца) обеспечивали инвариантность квадратичной формы $r^2 = g_{ik} x_i x_k$ $(i, k = 0, 1; x_0 = t, x_1 = x)$, где g_{ik} - постоянный метрический тензор с компонентами $g_{00} = 1$, $g_{01} = (2\epsilon_0 - 1)c^{-1}$, $g_{11} = 4\epsilon_0(\epsilon_0 - 1)c^{-2}$.

Ниже рассмотрена возможность того, что в известной формуле, определяющей расстояние между точками A и B, $X_{AB} = \epsilon_1 c(t_2 - t_1)$, где t_1 -время посылки светового сигнала из A в B, а t_2 -время его возвращения в A после отражения в B, ϵ_1 не обязательно равно 1/2, а может принимать значения $0 < \epsilon_1 < 1$.

Показано, что это предположение, связанное с возможной анизотропией пространства, противоречит (в случае $\epsilon_1 \neq 1/2$) необходимому условию инвариантности уравнений распространения света (в прямом и обратном направлениях).

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Strel'tsov V.N. P2 - 11084

On a Definition of Simultaneity and Distance

The possibility to formulate a special relativity based on the generalization of the concept of simultaneity has been previously discussed. The indicated generalization practically consists in the substitution, in special Lorentz transformations, of the time coordinate t for the value $t + (2\epsilon_0 - 1)c^{-1}x$, where $0 < \epsilon_0 < 1$ ($\epsilon_0 = 1/2$ corresponds to the traditional definition of simultaneity). The transformations obtained in such a way (generalized Lorentz transformations) provided the quadratic form invariance $r^2 = g_{ik} x_i x_k (i, k = 0, 1; x_0 = t; x_1 = x)$, where g_{ik} is a constant metric tensor with components $g_{00} = 1$, $g_{01} = (2\epsilon_0 - 1)c^{-1}$, $g_{11} = 4\epsilon_0(\epsilon_0 - 1)c^{-2}$.

The possibility is considered of that in the known formula which defines the distance between points A and B, $X_{AB} = \epsilon_1 c(t_2 - t_1)$, where t_1 is the time of sending a light signal from A to B and t_2 is the time of its return to A after reflecting at B; ϵ_1 can be equal to $0 < \epsilon_1 < 1$, not necessarily to 1/2. It is shown that the assumption connected with a possible space anisotropy is inconsistent (if $\epsilon_1 \neq 1/2$) with a necessary condition of the invariance of the light propagation equations.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. ВВЕДЕНИЕ

Ранее обсуждался путь построения специальной теории относительности, опирающегося на обобщение понятия одновременности /1,2/ (см. также /3/).

Напомним, что одновременность (или время в некоторой удаленной от данного наблюдателя точке (B)) определяется с помощью следующего опыта. Наблюдатель (находящийся в точке A) посылает в точку B в момент времени t_1 световой сигнал; сигнал отражается в указанной точке и возвращается назад в A в момент времени t_2. При этом обычно моменту отражения сигнала приписывается время

$$t_B = t_1 + \epsilon_0(t_2 - t_1), \tag{I}$$

где $\epsilon_0 = 1/2$. Однако поскольку непосредственным результатом рассматриваемого опыта являются величины t_1 и t_2, то выбор определенного значения ϵ_0 (скажем, $\epsilon_0 = 1/2$) - условное соглашение. Поэтому очевидно, что подход, в котором ϵ_0 заранее не фиксируется, а может принимать любые значения в интервале $0 < \epsilon_0 < 1$, представляет собою обобщение традиционного понятия одновременности. Соответствующие же этому подходу преобразования для координат /1-3/ будут служить обобщением обычных преобразований Лоренца.

Вместе с тем рассмотренный опыт может быть использован также (в соответствии с радиолокационным методом измерения расстояний) для определения расстояния от т. A до т. B. При этом будем иметь

$$X_{AB} = c\epsilon_1 (t_2 - t_1), \tag{II}$$

где $\epsilon_1 = 1/2$. Важно отметить, что здесь c следует фактически трактовать как масштабный коэффициент потому, что в принципе мы могли бы измерять расстояние в единицах времени, т.е. положить $c = 1$. Поскольку, подчеркнем снова, непосредственным результатом рассматриваемого опыта являются величины t_1 и t_2, то, казалось бы, выбор $\epsilon_1 = 1/2$ в формуле (II), определяющей понятие расстояния,- такое же условное соглашение, как и выбор $\epsilon_0 = 1/2$ в формуле (I), определяющей понятие одновременности.

Обсудим детальнее отмеченную возможность, когда ϵ_1 может принимать любое значение в интервале $0 < \epsilon_1 < 1$, но $\epsilon_0 = 1/2$ в соответствии с общепринятым определением понятия одновременности. Для простоты мы ограничимся случаем одного пространственного измерения.

Принимая во внимание, что в рассматриваемом опыте сумма расстояний, пройденных сигналом от т. А до т. В (X_{AB}) и обратно, от т. В до т. А (X_{BA}), должна быть равна заданной величине $c(t_2 - t_1)$:

$$X_{AB} + X_{BA} = c(t_2 - t_1);$$

с учетом (II) будем иметь

$$X_{BA} = (1 - \epsilon_1) c (t_2 - t_1). \tag{II a}$$

Откуда можно заключить, что для $\epsilon_1 \neq 1/2$ расстояния, проходимые светом * в прямом и обратном направлениях, будут отличаться. Привлекая общепринятое определение понятия расстояния, в рамках которого $X_{AB} = X_{BA} = X = c(t_2 - t_1)/2$, перепишем (II) и (IIa) в виде

$$X_{AB} = 2\epsilon_1 X, \quad X_{BA} = 2(1 - \epsilon_1) X. \tag{II'}$$

---

*Или, в общем, любым физическим объектом (материальным телом).

Введем теперь понятие скорости. При этом мы учтем, что как для света, так и для некоторого тела времена прохождения данного расстояния от А до В (T^c_{AB} и T^T_{AB} соответственно) и обратно, от В до А (T^c_{BA} и T^T_{BA}), равны между собой ($T^c_{AB} = T^c_{BA} = T^c$, $T^T_{AB} = T^T_{BA} = T^T$). Принимая также во внимание, что $X/T^c = c$, а $X/T^T = \beta c$, для скоростей распространения света (движение тела) в прямом и обратном направлениях будем иметь

$$c_1 = c_{AB} = \frac{X_{AB}}{T^c_{AB}} = 2\epsilon_1 \frac{X}{T} = 2\epsilon_1 c, \tag{1}$$

$$c_2 = c_{BA} = \frac{X_{BA}}{T^c_{BA}} = 2(1 - \epsilon_1) \frac{X}{T^c} = 2(1 - \epsilon_1) c;$$

$$v_1 = v_{AB} = \frac{X_{AB}}{T^T_{AB}} = 2\epsilon_1 \frac{X}{T^T} = 2\epsilon_1 \beta c,$$

$$v_2 = v_{BA} = \frac{X_{BA}}{T^T_{BA}} = 2(1 - \epsilon_1) \frac{X}{T^T} = 2(1 - \epsilon_1) \beta c. \tag{2}$$

Опираясь на полученные формулы (1) и (2), рассмотрим теперь преобразования для координат, воспользовавшись аналогией c /1a/.

2. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ КООРДИНАТ ($\epsilon_0 = 1/2, 0 < \epsilon_1 < 1$)

В данном случае условие неизменности уравнений распространения света туда и обратно (при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой) запишется в виде следующих уравнений:

$$x' - c_1 t' = \mu (x - c_1 t),$$

$$x' + c_2 t' = \nu (x + c_2 t), \tag{3}$$

где c_1 и c_2 задаются формулами (1), а μ и ν – коэффициенты, подлежащие определению. Складывая и вычитая, получим

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{\mu c_2 + \nu c_1}{c_1 + c_2} x - \frac{c_1 c_2 (\mu - \nu)}{c_1 + c_2} t, \\
t' &= \frac{\mu c_1 + \nu c_2}{c_1 + c_2} t - \frac{\mu - \nu}{c_1 + c_2} x.
\end{aligned} \tag{4}
$$

Обозначая через v_1 скорость движения начала системы отсчета $K'(x' = 0)$ относительно K, будем иметь

$$v_1 = \frac{c_1 c_2 (\mu - \nu)}{\mu c_2 + \nu c_1}.$$

Откуда следует , что

$$\nu = \frac{1 - v_1/c_1}{1 + v_1/c_2} \mu.$$

Опираясь на последний результат, перепишем выражения (4) в виде

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{\mu}{1 + v_1/c_2}(x - v_1 t), \\
t' &= \frac{\mu}{1 + v_1/c_2}\left[\left(1 + \frac{v_1}{c_2} - \frac{v_1}{c_1}\right)t - \frac{v_1}{c_1 c_2} x\right].
\end{aligned} \tag{5}
$$

Поскольку, согласно сделанному предположению, начало отсчета K-системы ($x = 0$) движется относительно K' со скоростью $-v$. то, полагая $x'/t' = -v_2$, с помощью (5) получим

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{c_1} = \frac{1}{v_2} - \frac{1}{c_2}. \tag{6}$$

Уравнение (6), очевидно, совпадает с формулой (3) [1a], полученной на основании обобщения понятия одновременности из условия равенства разностей времен прохождения одного и того же расстояния материальным телом и светом в прямом и обратном направлениях, в то время как, опираясь на (1) и (2), придем к следующему равенству:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{v_1}{v_2}, \tag{7}$$

отличающемуся, очевидно, от уравнения (6).

С другой стороны, если мы подставим значения v_1, v_2, c_1 и c_2, определяемые формулами (1) и (2), в (6), то найдем, что равенство (6) может быть удовлетворено только в том случае, если $\epsilon_1 = 1/2$.

Таким образом, рассмотренная возможность * (так же как и случай $\epsilon_0 = \epsilon_1 \neq 1/2$, когда $c_1 = c_2$, но $v_1 \neq v_2$) оказалась несовместимой с необходимым требованием инвариантности уравнений распространения света, а поэтому ее следует отбросить.

3.ОБОБЩЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА

Ранее было показано [1], что обобщенные преобразования Лоренца ($0 < \epsilon_0 < 1$, $\epsilon_1 = 1/2$), которые могут быть также записаны в форме **

---

*Связанная фактически (при $\epsilon_1 \neq 1/2$) с предположением об анизотропии пространства.

**Простой способ получения указанных формул связан с заменой в специальных преобразованиях Лоренца временной координаты t (в K и K') на величину $t + (2\epsilon_0 - 1)c^{-1}x$.

$$
\begin{aligned}
x' &= \{[1 + (2\epsilon_0 - 1)\beta]x - \beta ct\}\gamma, \\
t' &= \{[1 - (2\epsilon_0 - 1)\beta]t - 4\epsilon_0(1 - \epsilon_0)(\beta/c^2)x\}\gamma,
\end{aligned} \tag{8}
$$

где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, обеспечивают инвариантность квадратичной формы следующего вида:

$$\tau^2 = t^2 - \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2}\right)tx - \frac{1}{c_1 c_2}x^2. \tag{9}$$

Иными словами, в данном случае метрический тензор g_{ik} $(i,k = 0,1)$ имеет неравную нулю составляющую g_{01}. При этом все компоненты g_{ik} постоянны, не зависят от системы отсчета и могут быть записаны в виде

$$g_{00} = 1, \quad g_{01} = g_{10} = \frac{1 - 2\epsilon_0}{c}, \quad g_{11} = \frac{4\epsilon_0(\epsilon_0 - 1)}{c^2}. \tag{10}$$

Здесь следует отметить, что, вообще говоря, одновременность в K′ – и K–системах может быть определена с помощью различных величин ϵ_0' и ϵ_0 $(\epsilon_0' \neq \epsilon_0)$. В этом случае вместо (8) будем иметь следующие формулы преобразования для координат:

$$
\begin{aligned}
x' &= \{[1 + (2\epsilon_0 - 1)\beta]x - \beta ct\}\gamma, \\
t' &= [1 - (2\epsilon_0' - 1)\beta]t - 2c^{-2}[\epsilon_0 - \epsilon_0' + \epsilon_0(1 - \epsilon_0')\beta + \epsilon_0'(1 - \epsilon_0)\beta]x\}\gamma,
\end{aligned} \tag{11}
$$

а условие инвариантности квадратичной формы будет определяться равенством

$$g'_{ik}\, x'_i\, x'_k = g_{ik}\, x_i\, x_k, \tag{12}$$

где в соответствии с (10) $g'_{ik} = g_{ik}(\epsilon_0')$.

Важно также подчеркнуть определенную связь результатов, опирающихся на обобщенные преобразования Лоренца, с результатами общей теории относительности. Действительно, поскольку преобразования (8) будут справедливы и для дифференциалов координат *, то они, очевидно, будут обеспечивать и инвариантность бесконечно малого интервала. Последний факт может, в частности, служить формальным аргументом против тех возражений, которые высказывались в свое время относительно правомерности подхода, связанного с обобщением понятия одновременности.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ранее на основе обобщения понятия одновременности были получены формулы преобразования для координат (8), включающие в себя, как частный случай, обычные преобразования Лоренца. Использование указанных формул позволило провести обобщение ряда известных результатов специальной теории относительности.

Напротив, как было показано выше, аналогичный подход, связанный фактически с предположением об анизотропии пространства, привел к противоречию. В рамках этого подхода оказалось невозможным удовлетворить (для $\epsilon_1 \neq 1/2$) необходимому требованию инвариантности уравнений распространения света.

Автор выражает благодарность Г.Н. Афанасьеву за внимание к работе и ценные критические замечания.

---

*Вообще с помощью (8) можно, очевидно, получить преобразования для любых тензорных величин. Что же касается преобразования спиноров, то этот вопрос, который необходимо рассмотреть специально, может оказаться критическим для предложенной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. Сообщения ОИЯИ, а) Р2-6968 и б) Р2-7328, Дубна, 1973.
2. Petryszyn H. Prace Nauk. Inst. Mat. Fiz. Teor. Polit. Wroc. Nr. 8, 47, 1973.
3. Болтянский В.Г. Дифференциальные уравнения, 1974, 10, 2101.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 ноября 1977 года.