

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



*СЗУ6.1a*

P2 - 10964

*Д-466*

*2/1-78*

*87/2-78*

М.Динейхан, Х.Намсрай

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА НЕЙТРИНО  
В НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ  
СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

**1977**

P2 - 10964

М.Динейхан\* Х.Намсрай\*

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА НЕЙТРИНО  
В НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ  
СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

---

\*Институт математики АН МНР

## Электромагнитные свойства нейтрино в нелокальной теории слабых взаимодействий

Настоящая работа посвящена вычислению поправок к зарядовому радиусу нейтрино и его магнитному моменту в рамках нелокальной теории слабых взаимодействий. Рассмотрены диаграммы вплоть до порядка  $eG^3$ .

На основании существующих экспериментальных ограничений для массы и магнитного момента нейтрино и результатов расчетов делается два альтернативных вывода: если масса нейтрино отлична от нуля, то, измеряя его магнитный момент, можно исследовать поведение слабых взаимодействий на очень малых расстояниях, к которым пока не чувствительны методы физики высоких энергий; если же считать, что величина элементарной длины порядка  $10^{-17} - 10^{-19}$  см, то масса нейтрино должна быть строго равна нулю.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

## Neutrino Electromagnetic Properties in Nonlocal Theory of Weak Interactions

Corrections to neutrino charge radius and to its magnetic momentum are calculated within the nonlocal theory of weak interactions. Diagrams up to  $eG^3$  order are considered. Two alternative conclusions have been drawn basing on the existing experimental restrictions for the neutrino mass and magnetic momentum and on the calculation results: a) if the neutrino mass differs from zero, then measuring its magnetic momentum one may study the behaviour of weak interactions at very short distances where high energy physics methods are not sensitive yet; b) if the elementary length value is of the order of  $10^{-17} - 10^{-19}$ , then the neutrino mass should strictly equal zero.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Физическим свойствам нейтрино в последние годы уделяется большое внимание в связи с астрофизической проблемой нейтрино, а также с быстрым развитием нейтринных экспериментов, проводимых научными группами ЦЕРНа, Caltech-FNAL и Серпухова /см. обзоры Арбузова<sup>/1/</sup> и Барыша<sup>/2/</sup> /.

Обычно нейтрино рассматривается как слабовзаимодействующая частица, не имеющая заряда и массы. Следовательно, среди электромагнитных характеристик нейтрино отличным от нуля является лишь его зарядовый радиус  $r_\nu$ . Однако если предположить, что масса нейтрино строго не равна нулю, то в этом случае оно может обладать магнитным моментом  $a_\nu$ .

На основе анализа экспериментальных данных по инклюзивной реакции  $\nu(\bar{\nu}) + N \rightarrow \nu(\bar{\nu}) + \text{all}$  и упругому  $\nu - e$  - рассеянию авторы работ<sup>/3/</sup> изучали электромагнитные свойства нейтрино, подсчитали вклад в сечение этих реакций от фейнмановской диаграммы, включающей однофотонный обмен, и получили ограничения на его зарядовый радиус и магнитный момент. Вычисленный этими авторами вклад за счет однофотонного обмена называется электромагнитным, хотя, как известно, зарядовый радиус и магнитный момент нейтрино должны возникать за счет эффектов слабых взаимодействий. Вычисление этих величин в обычной теории слабых взаимодействий встречает трудности из-за наличия расходимостей в матричных элементах S -матрицы.

Настоящая работа посвящена вычислению поправок к величинам  $r_\nu$  и  $a_\nu$  в рамках нелокальной теории слабых взаимодействий<sup>/4/</sup>.

В диаграммах Фейнмана, дающих вклады в  $\Gamma$ , вплоть до порядка  $eG^3$ , встречается замкнутый цикл, образованный пропагаторами заряженных лептонов, для вычисления которого необходимо привлечь методы стохастической теории поля<sup>/5/</sup>.

В стохастической теории поля изменяется пропагатор как заряженных, так и нейтральных частиц, в то время как в нелокальной теории предполагается изменение только в пропагаторе нейтральных частиц, например фотона и нейтрино. Однако, как показано в работе<sup>/5/</sup>, обе модели дают величины конкретных эффектов, мало отличающиеся друг от друга. Поэтому, чтобы не усложнять вычисления, мы не будем изменять пропагатор заряженных лептонов во всех диаграммах, кроме диаграмм заряженных замкнутых циклов.

В нелокальной теории слабых взаимодействий электромагнитное взаимодействие нейтрино /например,  $\nu_\mu$ / в низшем порядке по  $G$  определяется следующими фейнмановскими диаграммами.

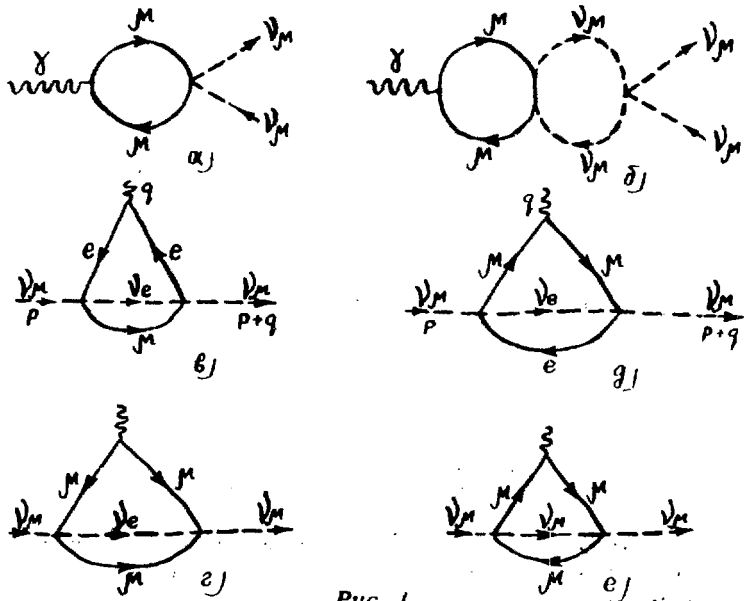


Рис. 1

Общая их структура имеет вид

$$M = ie \bar{u}_\nu(p') \{ \gamma_\mu F_1(q^2) + i \sigma_{\mu\rho} q^\rho F_2(q^2) \} u_\nu(p).$$

где

$$F_1(q^2) = \frac{1}{6} r_\nu^2 q^2, \quad F_2(q^2) = \frac{1}{2m_e} a_\nu \quad \text{и} \quad q = p' - p.$$

Здесь  $r_\nu^2$  - среднеквадратичный зарядовый радиус нейтрино и  $a_\nu$  - его магнитный момент в единицах магнетона Бора электрона.

Чтобы вычислить вклады диаграмм, показанных на рис. 1, в величины  $r_\nu$  и  $a_\nu$ , мы будем исследовать их отдельно. Сначала рассмотрим лептонную петлю, изображенную на рис. 1а. Соответствующий этой диаграмме матричный элемент записывается следующим образом:

$$M_1 = ie \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\nu(p') O_\alpha u_\nu(p) K_{\alpha\beta}(q) A^\beta(q), \quad /1/$$

где величина  $K_{\alpha\beta}(q)$  в стохастической теории поля принимает вид /см. подробнее в<sup>15/</sup>/

$$K_{\alpha\beta}(q) = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int d^4 k \text{Sp} \{ (1 - \gamma_5) \Gamma'_{\alpha\beta}(q, k) \}.$$

$$\Gamma'_{\alpha\beta}(q, k) = (-1)^2 d_\alpha(q) d_\rho(-q) S^{-1}(\hat{k}), \quad /2/$$

$$S(\hat{k}) = \frac{V(-k^2 L^2)}{m - \hat{k}} = \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)}{\sin \pi \zeta} L^{2\zeta} (m^2 - k^2 - i\epsilon)^{\zeta-1} (m+\hat{k}).$$

( $1 < \beta < 2$ )

Здесь  $V(z)$  - целая функция,  $L$  - элементарная длина, а символ  $d_\alpha(q)$  означает некоторую математическую операцию типа операции сдвига, определенную вполне конкретным способом, с помощью которого можно достичь градиентной инвариантности теории.

Раскрывая выражения /2/ по правилам  $d$ -операции, после элементарных вычислений получим

$$K_{\alpha\beta}(q) = \frac{1}{2\pi^2} (q_\alpha q_\beta - g_{\alpha\beta} q^2) \int_0^1 dx \cdot x(1-x) \cdot \\ \times [v'(0) + \lg \frac{m_\mu^2 - q^2 x(1-x)}{m_\mu^2(1-x)} + \lg m^2 L^2].$$

Рассмотрим теперь диаграмму 1б. Возникновение этой диаграммы связано с проявлением в нелокальной теории слабых взаимодействий чисто  $U-U$  взаимодействия с константой связи

$$G_{U-U} \approx 1.8 \cdot 10^5 G_F.$$

Соответствующее выражение после выполнения преобразования Фирца имеет вид

$$M_2 = ie \frac{G}{\sqrt{2}} G_{U-U} (\bar{u}_r(p') G_{\alpha\beta}(p) \Pi_{\alpha\beta}(q) A^{\beta\gamma}(q)), \quad /3/$$

где

$$\Pi_{\alpha\beta}(q) = K_{\alpha\rho}(q) N_{\rho\beta}(q).$$

Величина  $N_{\rho\beta}(q)$ , соответствующая матричному элементу нейтринной петли, вычисляется стандартным образом:

$$N_{\rho\beta}(q) = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{1}{2i} \int_{-i\epsilon+i\infty}^{-i\epsilon-i\infty} d\zeta \frac{b\nu(\zeta) L^{2\zeta}}{\sin \pi \zeta} \cdot \frac{1}{2i} \int_{-\nu+i\infty}^{-\nu-i\infty} d\eta \frac{\nu(\eta) L^{2\eta}}{\sin \pi \eta} \cdot \\ \cdot (1-\beta, \nu^2) \\ \times \frac{1}{\Gamma(1-\zeta)\Gamma(1-\eta)} \int_0^1 dx x^{-\zeta} (1-x)^{-\eta}.$$

$$\times [ (g_{\rho\beta} q^2 - 2q_\rho q_\beta + m_\nu^2 g_{\alpha\beta}) x(1-x) \Gamma(-\eta-\zeta) \zeta^{\eta+\zeta} + g_{\rho\beta} \Gamma(-1-\eta-\zeta) \zeta^{1+\eta+\zeta} ]$$

$$\zeta = m_\nu^2 - q^2 x(1-x).$$

Эти две диаграммы, исследованные нами, дадут вклады только в величину среднеквадратичного радиуса нейтрино, которая принимает следующее значение:

$$r_{1\nu}^2 = \frac{G}{2\sqrt{2}\pi^2} \left( \frac{5}{6} - v'(0) - \log m_\nu^2 L^2 \right) \left[ 1 + \frac{G_{11}}{4\pi^2} \frac{v}{L^2} \right]$$

/4/

$$v = \frac{\pi}{2i} \int_{-i-\infty}^{-i+\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)v(-1-\zeta)}{\sin^2 \frac{\zeta}{2}} \quad (0 < v < 1).$$

Перейдем теперь к рассмотрению вершинных диаграмм, представленных на рис. 1a-1e. Среди них существуют диаграммы двух различных типов, например 1a и 1d, вычислением которых мы сейчас занимаемся.

Итак, элемент S-матрицы, соответствующий диаграмме 1a, записывается в виде

$$ie \frac{G^2}{2} \bar{u}_\nu(p') \Gamma_\rho^{(b)}(p, q) u_\nu(p) A^\rho(q),$$

где

$$\Gamma_\rho^{(b)}(p, q) = -\frac{1}{(2\pi)^8} \int d^4 k_1 d^4 k_2 O_\alpha \frac{1}{m_\nu^2 + \hat{k}_1} \times O_\beta \frac{1}{m_e + \hat{p}' + \hat{k}} \gamma_\rho \frac{1}{m_e + \hat{p} + \hat{k}} O_\alpha \frac{1}{m_\nu^2 - \hat{k}_1} V(-k_1^2 L^2) O_\beta$$

/5/



Подставляя сюда явный вид пропагатора нейтрино по формуле /2/ и проводя необходимые вычисления, получим

$$\begin{aligned}
 I_{\rho}^{(b)}(p, q) = & \frac{1}{32\pi^4} \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{u(\zeta)}{\sin\pi\zeta} \frac{(L^2/4)^{\zeta}}{\Gamma(1+\zeta)} \frac{1}{\Gamma(1-\zeta)} \times \\
 & \times \int_0^1 dx dy dz x(1-x)^{1+\zeta} |z(1-z)^{-1-\zeta}| |(-\zeta)|^{\zeta} x^{-\zeta} 4A^2 (-2m_e^2 \gamma_{\rho} - \\
 & - \hat{p}' \gamma_{\rho} \hat{p} + \hat{p}' \hat{p} \gamma_{\rho} - \hat{p} \gamma_{\rho} \hat{p}' - \gamma_{\rho} \hat{p} \hat{p}' - \hat{p}' \gamma_{\rho} \hat{A} + \hat{p}' \hat{A} \gamma_{\rho} - \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{p}' - \\
 & - \gamma_{\rho} \hat{A} \hat{p}' - 2 \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A}) - 4 |(-1-\zeta)|^{\zeta} x^{-1-\zeta} (-4m_e^2 \gamma_{\rho} - \\
 & - 2 \hat{p}' \gamma_{\rho} \hat{p} + 2 \hat{p}' \hat{p} \gamma_{\rho} - 2 \hat{p} \gamma_{\rho} \hat{p}' - 2 \gamma_{\rho} \hat{p} \hat{p}' - \hat{p}' \gamma_{\rho} \hat{A} + \hat{p}' \hat{A} \gamma_{\rho} - \\
 & - \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{p}' - \gamma_{\rho} \hat{A} \hat{p}' + 2A^2 \gamma_{\rho} - 8 \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A}) + \\
 & + 24 \gamma_{\rho} \Gamma(-2-\zeta) x^{2+\zeta} x^{-2-\zeta} + 32 z(1-z)^{-2-\zeta} |(-1-\zeta)|^{\zeta} x^{-1-\zeta} x^{-1-\zeta} \times \\
 & \times (-m_e^2 \gamma_{\rho} - \hat{p}' \gamma_{\rho} \hat{p} + \hat{p}' \hat{p} \gamma_{\rho} \hat{A} + \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{p} - \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A}) - \\
 & - \gamma_{\rho} \Gamma(-2-\zeta) x^{2+\zeta} x^{-2-\zeta} |(-1-\zeta)|^{\zeta} \quad /6/
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{Q} = m_e^2 z x + m_{\mu}^2 (1-z) - p^2 x z(1-z) - q^2 z^2 x y(1-z).$$

где

$$A = z(p+q), \quad u(\zeta) = v(\zeta) \Gamma(1+\zeta).$$

Найдем матричный элемент, соответствующий диаграмме, изображенной на рис. 1д. Он имеет вид

$$i e \frac{G^2}{2} (\bar{u}_{\nu'}(p') \Gamma_{\rho}^{(g)}(p, q) u_{\nu}(p)) A^{\rho}(q).$$

где

$$\Gamma_{\rho}^{(g)}(p, q) = -\frac{1}{8} \int d^4 k \int d^4 k_1 \text{Sp} \{ O_{\alpha} \frac{(m_{\nu'} + \hat{k}_1) \gamma(-k_1^2 L_1^2)}{m_{\nu'}^2 - k_1^2 - i\epsilon}$$

$$\times O_{\beta} \frac{m_e + \hat{k}_1 + \hat{k}}{m_e^2 - (k + k_1)^2 - i\epsilon} \} O_{\alpha} \frac{m_{\mu} + \hat{p}' + \hat{k}}{m_{\mu}^2 - (p' + k)^2 - i\epsilon}$$

$$\times \gamma_{\rho} \frac{m_{\mu} + \hat{p} + \hat{k}}{m_{\mu}^2 - (p + k)^2 - i\epsilon} O_{\beta}.$$

Аналогичные вычисления дают

$$\Gamma_{\rho}^{(g)}(p, q) = \frac{1}{32 \pi^4} \frac{1}{2i} \int_{-f+i\infty}^{-f-i\infty} d\zeta \frac{u(\zeta)(L^2/4)^{\zeta}}{\sin \pi \zeta \Gamma(1+\zeta)} \frac{1}{\Gamma(1-\zeta)}$$

$$\times \int_0^1 dx dy dz x(1-x)^{1+\zeta} \{ z(1-z)^{-1-\zeta} [ \Gamma(-\zeta) \Omega_0^{\zeta} x^{-\zeta} \times$$

$$\times (-A^2 m_{\mu}^2 \gamma_{\rho} - A^2 \hat{p}_{\rho} \hat{p}' - A^2 \hat{p}_{\rho} \hat{A} - A^2 \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{p}' -$$

$$- A^2 \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A} - m_{\mu}^2 \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A} - A^2 \gamma_{\rho} \hat{p} \hat{A} - A^2 \hat{A} \hat{p}' \gamma_{\rho} + A^4 \gamma_{\rho} ) +$$

$$+ x^{-1-\zeta} \Gamma(-1-\zeta) \Omega_0^{1+\zeta} (m_{\mu}^2 \gamma_{\rho} + \hat{p}_{\rho} \hat{p}' + \hat{p}_{\rho} \hat{A} + \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{p}' +$$

$$+ 4 \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A} + \gamma_{\rho} \hat{p} \hat{A} + \hat{A} \hat{p}' \gamma_{\rho} + 13 A^2 \gamma_{\rho} ) + 3 \Gamma(-2-\zeta) x^{-2-\zeta} \Omega_0^{2+\zeta} \}_{\rho} \} +$$

$$+ z(1-z)^{2-\zeta} [ \Gamma(-1-\zeta) x^{1-\zeta} \Omega_0^{1+\zeta} (-m_{\mu}^2 \gamma_{\rho} - \hat{p}_{\rho} \hat{p}' + \hat{p}_{\rho} \hat{A} +$$

$$+ \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{p}' - \hat{A} \gamma_{\rho} \hat{A}) - \gamma_{\rho} \Gamma(-2-\zeta) x^{-2-\zeta} \Omega_0^{2+\zeta} ] \}, \quad //7/$$

$$\mathcal{L}_0 = m_\mu^2 xz + m_e^2(1-z) - p^2 xz(1-z) - q^2 z^2 xy(1-z).$$

Матричный элемент остающихся диаграмм получается заменой ( $e \rightarrow \mu$ ).

В предположении, что масса нейтрино строго не равна нулю, вершинные диаграммы дают поправки к обеим величинам,  $\zeta$  и  $a_\nu$ .

Учитывая уравнение Дирака для нейтрино с малой массой  $m_\nu$  и беря матричные элементы /6/ и /7/ между свободными состояниями  $|p^2 - p'^2 - m_\nu^2|$ , мы получим следующие вклады за счет этих диаграмм в  $\zeta^2$  и  $a_\nu$ :

$$\zeta^2 = \frac{G^2 d}{\pi^4 L^2} \left[ -\frac{569}{120} - \frac{17}{8} \psi(1) \right] + \frac{12G^2 d}{\pi^4 L^4} \left( b + \log \frac{m_\mu^2 L^2}{4} - \frac{1}{2} \right) \quad /8/$$

и

$$a_\nu = -\frac{13}{8} \frac{m_\nu m_e u(-1)}{\pi^4 L^2} G^2. \quad /9/$$

$$d = \lim_{\zeta \rightarrow -1} (\Gamma(-1-\zeta)v(\zeta)),$$

где

$$b = \lim_{\zeta \rightarrow -1} [|\Gamma(-1-\zeta)v(\zeta)|].$$

В настоящее время экспериментально установлены следующие ограничения на величины  $a_\nu$  и  $m_{\nu\mu}^{3.6}$ :

$$|a_\nu| \leq 1.1 \cdot 10^{-7} \quad /10/$$

и

$$m_{\nu\mu} \leq 0.88.$$

Сравнение /9/ с неравенством /10/ позволяет получить малое значение для элементарной длины L:

$$L \leq 10^{-19} \text{ см} \quad /11/$$

в случае формфактора порядка роста  $\rho = 1$  2. определяемого выражением

$$V(-q^2 L^2) = \frac{1}{(q^2 - m^2)^2 L^4} \left\{ \frac{\sin \sqrt{(m^2 - q^2)L^2}}{L \sqrt{m^2 - q^2}} - \cos \sqrt{(m^2 - q^2)L^2} \right\}$$

Отсюда можно сделать два альтернативных вывода, представляющие большой интерес для физики высоких энергий. Во-первых, если масса нейтрино отлична от нуля, то, измеряя его магнитный момент, можно "прощупывать" очень малые расстояния, которые не могут быть достигнуты в ближайшем будущем методом физики высоких энергий. Во-вторых, если же считать, что величина элементарной длины лежит где-то в области  $L \sim 10^{-17} - 10^{-19}$  см, то масса нейтрино должна быть строго равна нулю.

В этом плане изучение электромагнитных свойств нейтрино должно быть в центре всеобщего внимания.

Величина электромагнитного радиуса нейтрино будет зависеть от константы связи  $G_{int}$  взаимодействия. Если предполагать  $G_{int} = 10^5 G$ , то

$$r_p \leq 10^{-12} \text{ см при } L \sim 10^{-19} \text{ см}$$

и

$$r_p \leq 10^{-14} \text{ см при } L \sim 10^{-17} \text{ см.}$$

Если же

$$G_{int} \sim G, \text{ то}$$

$$r_p \leq 3 \cdot 10^{-15} \text{ см при } L \sim 10^{-19} \text{ см.}$$

$$r_p \leq 10^{-17} \text{ см при } L \sim 10^{-17} \text{ см.}$$

Отметим, что при значениях  $L \sim 10^{-19}$  см, строго говоря, мы не имеем права пользоваться теорией возмущений.

Поэтому полученные числа должны рассматриваться как очень приближительная оценка.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Арбузов В.А. В кн.: Труды Международной школы ОИЯИ-ЦЕРН по физике, 1975. ОИЯИ, E2-9086, Дубна, 1975.
2. Barish V.C. CALT 68-535 Lectures presented at the Sixth Hawaii Topical Conference in Particle Physics (August 1975).
3. Bardin D.Yu. Mogilevsku O.A. Preprint JINR F2-7528 (1973); Kim R., Mathur V., Okubo S. Phys.Rev. D9. 3050 (1974); В.А.Арбузов. Preprint IHEP. 74-98 Serpukhov (1974).
4. Ефимов Г.В., Сельцер Ш.З. Ann.Phys.. N.Y.67.124 (1971); Алебастров В.А., Ефимов Г.В., Сельцер Ш.З. Ann.Phys.. N.Y.. 76.251 (1973).
5. Блохинцев Д.И. ТМФ, 1973, т. 17, вып. 2, 153; Дикейхан М., Намсрай Х. ОИЯИ, P2-10166, Дубна, 1976.
6. M.Daum et al. Physics Letters 60B. 380 (1976).