СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10912

В.Н.Стрельцов

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

(Концепция релятивистской длины)

1977

P2 - 10912

В.Н.Стрельцов

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

(Концепция релятивистской длины)

Стрельцов В.Н. P2 - 10912

Некоторые вопросы специальной теории относительности. (Концепция релятивистской длины)

Анализируются два определения понятия длины (расстояния), связанные А) с перемещением эталонного масштаба или Б) с посылкой светового сигнала (аналог радиолакационного метода измерения расстояний). В результате расширения определения Б вводится определение понятия релятивистской длины, следствием чего является увеличение продольных размеров быстродвижущихся тел. Показано, что известные опыты Майкельсона-Морли и Троутона-Нобла находят свое естественное объяснение в рамках предложенной концепции релятивистской длины.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Strel'tsov V.N. P2 - 10912

Some Problems of Special Theory of Relativity. (Concept of Relativistic Length)

Two available definitions of the concept of length (distance), related A) to moving the length standard and B) to sending a light signal (similar to the radar method for measuring distances), are analyzed. Considerations in favour of the preferable use of the definition B are discussed. The extension of the definition B for fast moving bodies results in the introuduction of the definition of relativistic length (and volume). The increase of the longitudinal dimensions of fast moving objects is a consequence of the indicated definition. It should be noted that, e.g., for a rod the introduced definition corresponds to measurements on the lines orthogonal to the world strip of the given rod.

It is shown that the known Michelson-Morley and Trouton-Noble experiments are naturally explained in the framework of the proposed concept of relativistic length. It is also shown that the introduced definition, unlike the conventional one, satisfies the principle of relativity.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

В последние десять-пятнадцать лет некоторые вопросы специальной теории относительности снова стали предметом дискуссии. Среди указанных вопросов следует особо выделить проблему определения понятия релятивистской длины, которая и будет предметом нашего последующего рассмотрения.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ ДЛИНЫ (РАССТОЯНИЯ)

Одной из основных задач физики является задача определения пространственного положения событий и размеров материальных тел, что, в свою очередь, самым непосредственным образом связано с вопросом измерения расстояний и длин.

Но что значит измерить некоторую длину (расстояние)?

Это значит провести некоторые измерительные операции, связанные А) с перемещением некоторого материального тела, скажем единичного (эталонного) масштаба, или Б) с посылкой физического сигнала (аналог радиолокационного метода измерения расстояний).

В качестве первого шага остановимся детальнее на проблеме определения понятия длины некоторого покоящегося материального объекта, один из размеров которого значительно больше двух других и который мы, как обычно, будем называть стержнем. Для единообразия в дальнейшем под расстоянием между парой каких-то событий мы будем понимать длину стержня, мысленно уложенного между точками, где произошли указанные события. При этом в соответствии с двумя способами (А и Б) измерения длины мы будем говорить о двух определениях этого понятия (определения А и Б соответственно).

Напомним далее, что в случае определения Б, чтобы измерить длину некоторого покоящегося стержня АВ, наблюдатель, находящийся около одного из его концов (например А), посылает вдоль стержня в момент времени t_1° луч света, который отражается от другого конца (В) стержня* и возвращается назад в А в момент времени t_2°. (Здесь t_1° и t_2° измеряются с помощью одних часов). При этом длина данного покоящегося стержня АВ будет определяться величиной

$$\ell^\circ = c(t_1^\circ - t_2^\circ)/2 = c\,\Delta t^\circ/2\,, \qquad (1)$$

где c – скорость светового сигнала.

Поскольку, однако, в данном случае для измерения одной и той же величины мы имеем два различных способа, то может возникнуть довольно естественный вопрос: в каком отношении находятся между собой указанные измерительные процедуры, или, что то же самое, определения А и Б?

С целью ответа на поставленный вопрос будем сначала исходить из определения А, которое, как известно, исторически предшествовало определению Б. При этом мы хотим обратить внимание на следующее. Поскольку в рамках определения А выбор самого эталона длины произволен, то в принципе мы можем воспользоваться другим эталоном длины. Это, однако, приведет к тому, что значение скорости света (и других физических сигналов) изменится. Тогда при измерении длин методом локации (определение Б) мы должны будем воспользоваться измененным значением постоянной c, что указывает, очевидно, на прямую связь определения Б с определением А.

С другой стороны, мы можем основываться на определении Б, измеряя длину стержня в секундах, т.е. в эталонах времени (что фактически эквивалентно условию $c = 1$). В этом случае выбор эталона длины в рамках

*Скажем, от укрепленного там зеркала.

определения А уже не будет произвольным, а должен зависеть от результатов опыта, на котором основано определение Б. Но это означает, что теперь определение А не может считаться независимым от определения Б.

Здесь необходимо обратить внимание на следующее. В общем для описания физических процессов наряду с понятием пространства (основанного на определении понятия длины) мы вводим также определение понятия времени (одновременности), но поскольку определение Б основано фактически на определении времени и в его рамках, например, нет необходимости во введении дополнительного эталона (длины), то уже из соображений рациональности (простоты) мы должны предпочесть его определению А*.

Дополнительный (и решающий) аргумент в пользу высказанного утверждения мы получим ниже в результате расширения определения Б на случай, когда измеряемый стержень движется с произвольной скоростью.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ ДЛИНЫ ДВИЖУЩЕГОСЯ СТЕРЖНЯ

2.1. С целью определения понятия релятивистской длины, или длины быстродвижущегося стержня, которое, в частности, должно включать в себя как частный случай определение длины покоящегося стержня, вернемся к рассмотренному выше опыту по измерению длины стержня АВ.

*Следует также отметить, что в рамках определения А процедура измерения длины связана, в частности, с последовательным прикладыванием эталонного масштаба, который перемещается (с некоторой скоростью) вдоль измеряемого стержня. При этом "скорость прикладывания" должна быть, вообще говоря, достаточно мала, чтобы можно было пренебречь эффектами, связанными с возможным изменением длины перемещаемого масштаба. Однако введение понятия скорости уже фактически предполагает решенной проблему определения длины (метризации пространства).

С точки зрения некоторой другой инерциальной системы отсчета (K), относительно которой данный стержень AB движется со скоростью $v_x = \beta c$, опыт будет, в частности, выглядеть так, как это показано на рис.1.

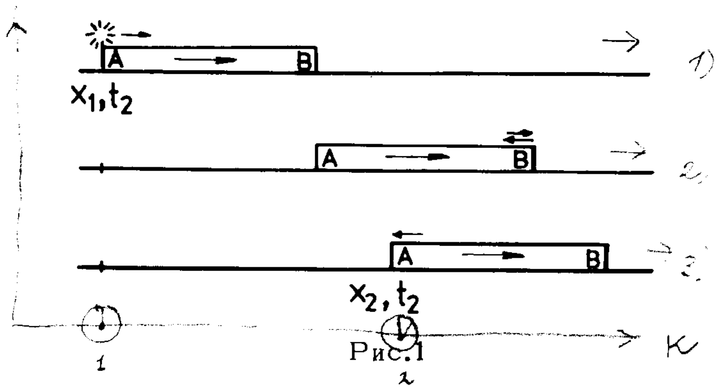


Рис.1

При этом следует отметить, что момент посылки светового сигнала t_1 (соответствующий t_1°) и момент его возвращения t_2 (соответствующий t_2°) будут измеряться двумя различными часами K – системы, синхронизованными стандартным способом и отстоящими друг от друга на расстояние $\Delta x = x_2 - x_1 = 2\,\ell^\circ \beta\gamma$, где $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$. На основании принципа относительности совокупность физических событий, служащих для определения некоторого физического понятия (в данном случае – длины) в одной инерциальной системе отсчета, должна иметь эквивалентный смысл и для любой другой инерциальной системы отсчета. Поэтому будем определять длину данного стержня в K – системе (где он движется), т.е. длину движущегося стержня, в соответствии с (1) следующим выражением [1,2]:

$$\ell = c(t_2 - t_1)/2 = c\Delta t/2 \; . \qquad (2)$$

Подчеркнем, что введенное таким образом определение понятия релятивистской длины в соответствии с принципом относительности действительно не выделяет какие – либо системы отсчета перед другими, поскольку наблюдатели различных систем могут пользоваться одним и тем же световым сигналом для измерения длины данного стержня. Вместе с тем очевидно, что предложенное определение естественным образом включает в себя как частный случай и определение понятия покоящегося стержня.

Привлекая далее формулу релятивистского замедления времени, найдем, что

$$\ell = \ell^\circ \gamma \; .^{*} \qquad (3)$$

А это означает, что предложенная процедура измерения длины будет свидетельствовать в пользу удлинения (а не сокращения) продольных размеров быстродвижущихся тел.

Ниже мы получим формулу (3), используя непосредственно преобразование Лоренца для координат. Чтобы при этом избежать возможного упрека в непоследовательности, связанного с тем, что пространственные координаты, входящие в указанные преобразования, должны определять собою понятие расстояний, заметим следующее.

Действительно, уже на самом первом этапе построения специальной теории относительности – при выводе преобразований Лоренца из основных постулатов – понятие расстояния вводится в неявной форме.

Так, когда полагается, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой уравнения распространения света (туда и обратно) должны быть связаны равенствами:

$$x^\circ - ct^\circ = \mu\,(x - ct),$$
$$x^\circ + ct^\circ = \nu\,(x + ct)^{*}, \qquad (4)$$

---

*Здесь μ и ν – неизвестные пока коэффициенты, которые определяются впоследствии на основании принципа относительности и, например, условия, что точка с фиксированной координатой (x°) перемещается со скоростью $v_x = \beta c$.

то фактически координата некоторой точки $x^\circ(x)$ определяется, например, как расстояние, пройденное светом от начала координат до отмеченной точки.

Ниже будет показано, как введенная выше величина $\ell^\circ(\ell)$ явно выражается через расстояния, проходимые светом в прямом и обратном направлениях. Однако из сделанного замечания уже по сути дела ясно, что вводимое определение релятивистской длины находится в прямой логической связи с самой процедурой построения теории относительности.

2.2а. В рамках четырехмерного представления введенную выше релятивистскую длину можно трактовать как величину пространственной части полуразности (X) двух 4 - векторов, описывающих процессы распространения света в прямом (X_{AB}) и обратном (X_{BA}) направлениях вдоль стержня. При этом в собственной системе отсчета K°, где стержень покоится, будем иметь

$$X^\circ_{AB}\ (\ell^\circ, 0, 0, i\ell^\circ), \qquad (5)$$

$-\ell_0 \quad 0 \quad \ell_0$

$$X^\circ_{BA}\ (-\ell^\circ, 0, 0, i\ell^\circ). \qquad (5а)$$

Используя далее специальные преобразования Лоренца, для K - системы найдем

$$X_{AB}[\ell^\circ(1+\beta)\gamma, 0, 0, i\ell^\circ(1+\beta)\gamma], \qquad (6)$$

$$X_{BA}[-\ell^\circ(1-\beta)\gamma, 0, 0, i\ell^\circ(1-\beta)\gamma]. \qquad (6а)$$

В результате для величины $X=(X_{AB}-X_{BA})/2$ будем иметь соответственно

$$X^\circ(\ell^\circ, 0, 0, 0), \qquad (7)$$

$$X(\ell^\circ\gamma, 0, 0, i\beta\ell^\circ\gamma). \qquad (8)$$

При этом для квадратов интервалов получим

$$S^{\circ 2} = X_1^{\circ 2} + X_4^{\circ 2} = \ell^{\circ 2},$$
$$S^2 = X_1^2 + X_4^2 = \ell^{\circ 2}\gamma^2 - \beta^2\ell^{\circ 2}\gamma^2 = \ell^{\circ 2}.$$

Откуда мы можем заключить, что предложенная концепция релятивистской длины находится в согласии с требованием инвариантности интервала.

Следует подчеркнуть, что введенная выше величина X на языке четырехмерной формулировки будет соответствовать нормальному сечению мировой полосы стержня. Но коль скоро X зависит только от самой мировой полосы стержня, а не от выбора системы отсчета, то это означает, что рассмотренное определение релятивистской длины действительно удовлетворяет принципу относительности.

Вместе с тем следует отметить, что поскольку в общем длина стержня определяется пространственно-подобным вектором, то в одной из систем отсчета временная компонента данного вектора с необходимостью должна обращаться в нуль. Поэтому уже из соображений рациональности (простоты) следует выбирать определение длины так, чтобы указанная система совпадала с системой покоя стержня. Предложенное определение, очевидно, как раз удовлетворяет этому требованию.

Что касается стержня, ориентированного перпендикулярно направлению движения, то его длина будет оставаться неизменной при переходе от одной системы отсчета к другой. Поэтому длина стержня, ориентированного под углом Θ° по отношению к оси $0^\circ X^\circ$ K°-системы, с точки зрения K-системы будет составлять

$$\ell = \ell^\circ(1-\beta^2\sin^2\Theta^\circ)^{1/2}\gamma. \qquad (9)$$

К последнему вопросу мы еще вернемся ниже в связи с рассмотрением преобразования объема (сферы).

2.2б. Интересно отметить, что введенное выше определение релятивистской длины оказывается тесно связанным с известным определением четырехмерного расстояния (D) между двумя прямыми линиями *. Чтобы проиллюстрировать это, рассмотрим две такие линии, L и $\bar L$, которые можно представить с помощью уравнений

$$X_i = A_i S + B_i, \quad \bar X_i = \bar A_i \bar S + \bar B_i \quad (i = 1,2,3,4). \tag{10}$$

Пусть при этом обе прямые времени-подобны ($A_i A_i = \bar A_i \bar A_i = -1$) и направлены в будущее. Для простоты мы ограничимся также случаем параллельных линий ($A_i = \bar A_i$). Проведем далее перпендикуляр из точки X_i на L в сторону $\bar L$, который пересечет $\bar L$ в точке $\bar X_i$. Тогда вектор $\eta_i = \bar X_i - X_i$ будет определять отклонение $\bar L$ от L в точке X_i :

$$\eta_i = \bar A_i \bar S + \bar B_i - A_i S - B_i , \tag{11}$$

а т.к. он ортогонален L, то

$$0 = A_i \eta_i = A_i \bar A_i \bar S + S + A_i (\bar B_i - B_i). \tag{12}$$

Отсюда

$$\bar S = S + A_k (\bar B_k - B_k). \tag{13}$$

Подставляя последнее выражение в (11), найдем

$$\eta_i = \bar B_i - B_i + \bar A_i A_k (\bar B_k - B_k). \tag{14}$$

При этом расстояние D, которое в данном случае является константой, будет определяться выражением

$$D^2 = \eta_i^2 . \tag{15}$$

*См., например,/3/.

Полагая далее для простоты, что $B_i = 0$ и в некоторой системе (K°)

$$A_i^\circ (0,0,0,i), \quad \bar B_i^\circ (\bar x^\circ, \bar y^\circ, \bar z^\circ, 0), \tag{16}$$

с точки зрения K-системы будем иметь

$$A_i (\beta\gamma, 0, 0, i\gamma), \quad \bar B_i (\bar x^\circ \gamma, \bar y^\circ, \bar z^\circ, i\beta \bar x^\circ \gamma). \tag{16a}$$

Откуда нетрудно заключить, что выражение для η_i° и η_i фактически совпадает с введенными выше формулами (7) и (8).

3. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ВВЕДЕННОЙ КОНЦЕПЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДЛИНЫ

Ниже мы коснемся трактовки двух важных опытов, которые, как принято считать, послужили основой для построения специальной теории относительности.

3.1. Опыт Майкельсона-Морли /4,5/ , как известно, был предпринят, в частности, для того, чтобы обнаружить влияние движения Земли (относительно эфира) на скорость распространения света.

С этой целью интерферометр Майкельсона, использованный в опыте, был установлен так, чтобы одно его плечо, скажем PS_1 (см.рис.2), совпадало с направле-

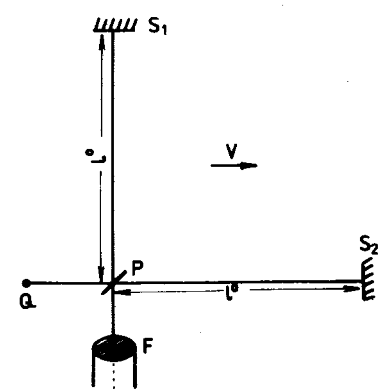


Рис.2

нием движения Земли, а другое было ему перпендикулярно. Луч света от источника Q расщеплялся полупрозрачной пластинкой P на два луча, PS_2PF и PS_1PF. В F оба указанных луча интерферировали.

Было рассчитано, с одной стороны, время распространения луча PS_1P, идущего поперек движения Земли:

$$t_\perp = \frac{2\ell^\circ}{c\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (17)$$

где (βc) – скорость движения Земли.

С другой стороны, на основании того, что скорости распространения света по направлению движения Земли и против него равны $c-v$ и $c+v$ соответственно, для времен прохождения света от P до S_2 и обратно получили

$$t_{PS_2} = \frac{\ell_L}{c-v}, \qquad (18)$$

$$t_{S_2P} = \frac{\ell_L}{c+v}. \qquad (19)$$

Откуда для суммарного времени прохождения света параллельно движению Земли нашли

$$t_{||} = t_{PS_1} + t_{S_2P} = \frac{2\ell_L}{c(1-\beta^2)}. \qquad (20)$$

Таким образом, согласно расчетам (в которых предполагалось, что $\ell_L = \ell^\circ$) одна световая волна по сравнению с другой должна была приходить в P с запаздыванием на величину

$$\Delta t = t_{||} - t_\perp \approx \frac{\ell^\circ}{c}\beta^2. \qquad (21)$$

Ожидалось, что наличие отмеченной разности времен распространения света в двух направлениях вызовет смещение интерференционных полос, например, при поворотах интерферометра. В действительности, однако, никакого смещения полос обнаружено не было.

Этот результат привел Лоренца[6] и Фицджеральда[7] к контракционной гипотезе, согласно которой плечо интерферометра в направлении движения Земли должно сжиматься до величины

$$\ell_L = \ell^\circ \sqrt{1-\beta^2}. \qquad (22)$$

Впоследствии, как известно, эта гипотеза была включена в общую схему специальной теории относительности.

Здесь, однако, необходимо обратить внимание на следующее. Если для длины продольного плеча интерферометра мы воспользуемся введенным в п.2 определением релятивистской длины, в частности формулой (3), то вместо (20) будем, очевидно, иметь

$$t_{||} = 2\frac{\ell}{c} = 2\frac{\ell^\circ}{c\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (23)$$

Как легко видеть, последняя величина в точности равна $t_\perp$. А это означает, в свою очередь, что в рамках специальной теории относительности отрицательный результат опыта Майкельсона-Морли может быть объяснен без привлечения контракционной гипотезы.

Важно подчеркнуть, что введение указанной гипотезы явилось непосредственным следствием предположения о существовании эфира (или абсолютной системы отсчета). Именно вследствие данного предположения при вычислении времен распространения света t_{PS_2} и t_{S_2P} полагалось, что в первом случае свет распространяется со скоростью $c-v$, а в обратном направлении – со скоростью $c+v$ (галилеевское правило сложения скоростей). Тогда как в рамках теории относительности обе эти величины должны быть равны c.

3.2. Опыт Троутона-Нобла[8] также ставил своей целью обнаружение абсолютной скорости движения с помощью заряженного конденсатора. По классической теории, на движущийся конденсатор действует момент сил, который должен привести его во вращение.

Будем, как обычно, для простоты представлять (см.рис. 3) упомянутый конденсатор в виде подвешенного в средней точке стержня с закрепленными на его концах разноименными зарядами одинаковой величины (в форме шариков).

Поскольку в системе покоя (K°) конденсатора силы $(F_-^\circ = -F_+^\circ = F^\circ)$ направлены по стержню, вращательный

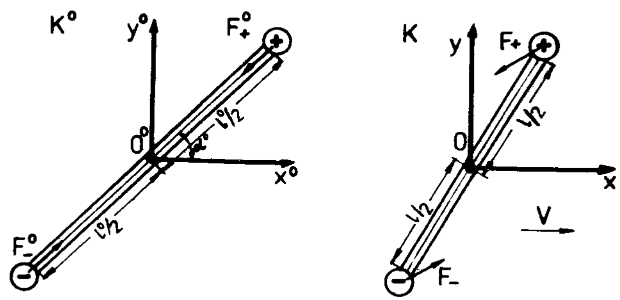


Рис.3

момент

$$N^{\circ}_{xy} = 0. \qquad (24)$$

После перехода к другой системе отсчета, K (см., например, [19]), где конденсатор движется, на основании формул преобразования для компонент силы

$$F_x = F^{\circ}_x \gamma, \quad F_y = F^{\circ}_y \; * \qquad (25)$$

и, в частности, формулы лоренцева сокращения (22)

$$\ell_x = \ell^{\circ}_x / \gamma, \quad \ell_y = \ell^{\circ}_y$$

получим, что теперь

$$N_{xy} \simeq -\beta^2 \ell^{\circ} F^{\circ} \sin\alpha^{\circ} \cos\alpha^{\circ} \neq 0, \qquad (26)$$

т.е. в K-системе силы уже не направлены по стержню и поэтому возникает крутящий момент. При этом следует заметить, что если в обсуждаемом опыте устойчивость системы стержня с шариками обеспечивается за счет небольших углублений на концах стержня, то в принципе под действием сил F_+ и F_- шарики могли бы и соскочить со своих подставок и т.д.

Сразу отметим, что этот результат является прямым следствием использования классической формулы лоренцева сокращения (22). Мы называем ее классической, поскольку, как отмечалось в п.3.1, ее введение было обусловлено предположением о существовании эфира.

С другой стороны, если мы снова обратимся к формуле (3), то немедленно найдем, что в этом случае и в K-системе силы будут направлены по стержню, а следовательно, и в K-системе в полном соответствии с принципом относительности крутящий момент будет равен нулю.

Отметим, что аналогичным образом разрешается [10] также и известный парадокс прямоугольного рычага Льюиса-Толмена [11].

* Мы использовали здесь преобразования для релятивистской силы, что в общем не меняет сути рассматриваемого явления, но с точки зрения специальной теории относительности является более последовательным шагом [10].

4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ "ФОРМУЛЫ УДЛИНЕНИЯ"

В последнее время подход, связанный с фактическим использованием в качестве формулы преобразования для (продольной) длины выражения (3), обсуждался в ряде работ [12–15], особенно в рамках так называемой асинхронной формулировки [16–19]*. Указанный подход широко применялся, в частности, для разрешения некоторых трудностей, возникающих при рассмотрении проблем равновесия в специальной теории относительности, энергии и импульса электромагнитного поля заряда, некоторых вопросов релятивистской термодинамики и т.д.

Среди отмеченных работ, может быть, следует особо выделить работу Гамбы [14], в которой, в частности,

* Смысл последнего названия заключается в том, что согласно (3) $X_4 \neq 0$. Тогда как в рамках общепринятого определения длины движущегося стержня мы имеем $X_4 = 0$ ("синхронная формулировка").

критикуется общепринятое определение длины, поскольку, как утверждается, в его рамках измерения двух наблюдателей в K° и K не относятся к одному и тому же набору событий. Иными словами, например, концы стержня, засекаемые одновременно покоящимся и движущимся наблюдателями, соответствуют в действительности различным точкам четырехмерного пространства – времени.

Ниже мы отчасти поясним данное утверждение, но прежде коснемся следующего вопроса.

Почему рассмотренное выше (п.2) определение релятивистской длины, приводящее к "формуле удлинения" и дающее простое и естественное объяснение целого ряда явлений и существующих парадоксов, все еще не может занять место общеизвестного определения, связанного с сокращением движущегося масштаба?

Оставляя в стороне исторический аспект рассматриваемой проблемы, такое положение, по нашему мнению, следует прежде всего связывать с тем, что общепринятое определение основывается на конкретной эйнштейновской процедуре измерения длины движущегося стержня, согласно которой, в частности, необходимо произвести засечки одновременного положения концов данного (движущегося) стержня. Что же касается цитированных выше работ [12–19], где используется измененная формула преобразования для длины, то в них (за исключением [16,18]), процедура измерения величин, входящих в упомянутую формулу, вообще не обсуждается.

Но в рамках любой последовательной физической теории некоторую величину можно считать определенной, если только указан конкретный рецепт ее связи с физическими объектами, т.е. конкретные операции, с помощью которых измеряется данная величина. Рассмотренная в п.2.1 процедура измерения длины, основанная на непосредственном использовании часов и световых сигналов, как раз дает такой рецепт для определения ℓ° и ℓ. Только после этого "формула удлинения" приобретает физический смысл.

Что же касается выбора между двумя рассмотренными определениями, то здесь необходимо обратиться к принципу относительности.

Согласно этому принципу комплекс физических событий, служащих для определения некоторой величины (в данном случае – длины) в одной системе отсчета, должен служить для определения указанной величины и с точки зрения любой другой системы отсчета. Этому требованию удовлетворяют физические события – процессы регистрации отправки и возвращения светового сигнала. В то же время процессы засечки одновременного в некоторой системе отсчета положения концов измеряемого стержня этому требованию не удовлетворяют, поскольку во всех других системах отсчета эти события будут не одновременны, а следовательно, не могут служить для измерения длины данного стержня наблюдателями из других систем отсчета.

На языке четырехмерного представления рассмотренное в п.2 определение релятивистской длины соответствует измерениям на линии, ортогональной мировой полосе стержня, тогда как в рамках общепринятого определения выбор указанной линии обусловлен системой отсчета. Именно поэтому из двух данных определений лишь первое удовлетворяет принципу относительности, поскольку зависит только от элементов мировой полосы стержня. В то же время общепринятое определение, зависящее от выбора системы отсчета, этому принципу не удовлетворяет.

Сказанное позволяет, таким образом, фактически однозначно выбрать в качестве определения релятивистской длины определение Б.

5. ОБЪЕМ БЫСТРОДВИЖУЩЕГОСЯ ТЕЛА

5.1. Что касается вопроса о величине объема быстродвижущегося тела, то ответ на него может быть дан на основе предложенной в п.2.1 процедуры с помощью следующего простого мысленного опыта.

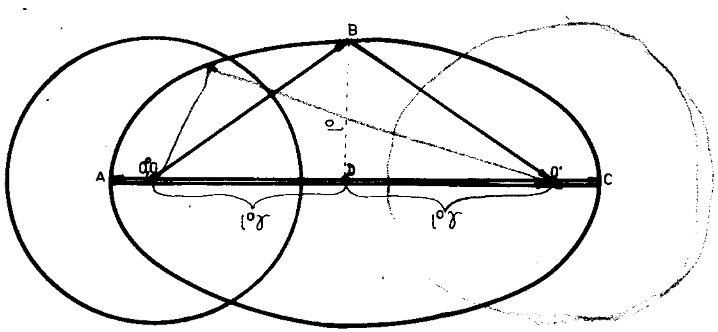
Рассмотрим для этого покоящуюся (в K°-системе) сферу радиуса ℓ° (с внутренней зеркальной поверхностью), в центре которой помещен источник света. Указанный источник (в момент времени $t^{\circ}=0$) испускает сферическую волну, фронт которой через время ℓ°/c достигает поверхности сферы. Отраженная волна через время $\Delta t = 2\ell^\circ/c$ после испускания снова соберется в центре сферы 0°. По наблюдениям из K-системы, где данная сфера движется, точки излучения и поглощения будут отстоять друг от друга на расстояние $00' = 2\beta\ell^\circ\gamma$. Поскольку при этом для каждого луча света полусумма путей туда и обратно будет одинакова и равна $\ell^\circ\gamma$, то, очевидно, что по наблюдениям из K отмеченный фронт (соответствующий моменту $t^\circ = \ell^\circ/c$) будет иметь форму эллипсоида вращения, вытянутого вдоль оси OX с полуосями $OY = OZ = \ell^\circ$ и $OX = \ell^\circ\gamma$ (см. рис.4, где $OY = BD$, $OX = OD = O'D$). Привлекая далее формулу для объема эллипсоида $V = 4\pi\ell^{\circ 3}\gamma/3$, найдем, что в результате движения произошло увеличение объема в γ раз,

$$V = V^\circ\gamma\,, \tag{27}$$

где $V^\circ = 4\pi\ell^{\circ 3}/3$ – объем сферы.

С учетом сказанного для длины стержня, ориентированного под углом Θ относительно оси OX, будем, в частности, иметь

$$\ell = \ell^\circ\gamma\sqrt{1 - \frac{\beta^2\sin^2\Theta}{(1-\beta\cos\Theta)^2\gamma^2}}\,. \tag{28}$$



начальное положение $\xrightarrow{v}$ конечное

Рис.4

5.2. Определение понятия релятивистского объема на языке четырехмерного представления мы введем на примере инфинитезимального объема. В соответствии с результатами п.2.2, и в частности с формулой (7) для X°, будем определять элемент пространственного объема в K°-системе как объем dV° прямоугольного параллелепипеда, образованного тремя бесконечно малыми 4-векторами, $dx^\circ_i(dx^\circ, 0, 0, 0)$, $\delta x^\circ_i(0, dy^\circ, 0, 0)$ и $\Delta x^\circ_i(0, 0, dz^\circ, 0)$. Вводимая таким образом величина является, вообще говоря, компонентой полностью антисимметричного 4-тензора третьего ранга. Однако, как обычно, для удобства мы воспользуемся дуальной указанному тензору величиной – 4-вектором объема

$$dV_i = i\,dV_{klm}\,,$$

где $(ik\ell m)$ – четная перестановка индексов. Тогда для элемента пространственного объема будем иметь

$$dV^\circ = i\,dV^\circ_4 = \begin{vmatrix} dx^\circ_1 & dx^\circ_2 & dx^\circ_3 \\ \delta x^\circ_1 & \delta x^\circ_2 & \delta x^\circ_3 \\ \Delta x^\circ_1 & \Delta x^\circ_2 & \Delta x^\circ_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} dx^\circ & 0 & 0 \\ 0 & dy^\circ & 0 \\ 0 & 0 & dz^\circ \end{vmatrix} = dx^\circ dy^\circ dz^\circ\,. \tag{29а}$$

При этом другие компоненты введенного таким образом 4-вектора объема dV°_i будут определяться выражениями

$$dV^\circ_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & dy^\circ & 0 \\ 0 & 0 & dz^\circ \end{vmatrix} = 0,\quad dV^\circ_2 = \begin{vmatrix} dx^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dz^\circ \end{vmatrix} = 0, \ldots, \tag{29б}$$

или иначе

$$dV^\circ_i\left(0, 0, 0, \frac{1}{i}dx^\circ dy^\circ dz^\circ\right). \tag{30}$$

С точки зрения K-системы, где рассматриваемый элемент объема движется, для случая специальных преобразований Лоренца будем иметь

$$dV_4 = \frac{1}{i}\left(\begin{vmatrix} dx & 0 & 0 \\ 0 & dy & 0 \\ 0 & 0 & dz \end{vmatrix}\right) = \frac{1}{i}\begin{vmatrix} dx^\circ\gamma & 0 & 0 \\ 0 & dy^\circ & 0 \\ 0 & 0 & dz^\circ \end{vmatrix} = dV^\circ_4\gamma\,, \tag{31}$$

что находится в полном соответствии с формулой (27). Для других компонент dV_i получим

$$dV_1 = i\begin{bmatrix} icdt & 0 & 0 \\ 0 & dy & 0 \\ 0 & 0 & dz \end{bmatrix} = i\begin{bmatrix} \beta\, dx^{\circ}\gamma & 0 & 0 \\ 0 & dy^{\circ} & 0 \\ 0 & 0 & dz^{\circ} \end{bmatrix} = -i\beta\, dV_4^{\circ}\gamma, \qquad (32а)$$

$$dV_2 = dV_2^{\circ} = 0, \quad dV_3 = dV_3^{\circ} = 0. \qquad (32б)$$

В заключение отметим, что введенное таким образом определение релятивистского объема будет соответствовать, очевидно, нормальному сечению мировой трубки материального тела.

Автор благодарит М.Филипковску за помощь в оформлении рисунков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-3482, Дубна, 1967.
2. Strel'tsov V.N. Found. Phys. 1976,6,293.
3. Synge J.L. Relativity: The Special Theory, North-Holl. PC, Amsterdam, 1955, CH. II.4.
4. Michelson A.A. Amer. J. Sci.,1881. 22, 20.
5. Michelson A.A. & Morley E.W. Amer. J. Sci. 1887, 34, 333.
6. Lorentz H.A. Verh.K. Akad. Wet. 1892, 1, 74.
7. Lodge O. London Phil. Trans. 1893,A184,727.
8. Trouton F.T. & Noble H.R. London Phil. Trans. 1903, A202, 165.
9. Паули В. Теория относительности, ГИТТЛ, М.-Л., 1947, §44.

10. Стрельцов В.Н. ОИЯИ, Р2-9509, Дубна, 1976.
11. Lewis G.N. & Tolman R.C. Phil. Mag., 1909, 18, 510.
12. Arzeliès H. Nuovo Cim.1965, 35, 783.
13. Rohrlich F. Nuovo Cim. 1966, 45B, 76.
14. Gamba A.A. Amer.J.Phys.,1967, 35, 83.
15. Butler J.W. Amer. J. Phys. 1970, 38, 360.
16. Cavalleri G. & Salgarelli G. Nuovo Cim. 1969, 62A, 722.
17. Grøn Ø. Nuovo Cim.1973,17B,141 и ссылки там; Lett. Nuovo Cim. 1975, 13, 441.
18. Pahor S. & Strnad J. Nuovo Cim.1974,20B,105
19. Cavalleri G., Spavieri G. & Spinelli G. Nuovo Cim. 1975, 25B, 348; Lett. Nuovo Cim. 1976, 15, 631.
20. Einstein A. Ann.Phys. 1905,17,891 (имеется перевод: Энштейн А. Собр. научных трудов, "Наука", М., 1965, т.1, стр.7).

Рукопись поступила в издательский отдел
8 августа 1977 г.