ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2 - 10872

Д.Ю.Бардин, Н.М.Шумейко

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВКАХ К АДРОННОМУ ТОКУ В ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ $\ell^{\pm}N$-РАССЕЯНИИ

1977

P2 - 10872

Д.Ю.Бардин, Н.М.Шумейко *

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВКАХ К АДРОННОМУ ТОКУ В ГЛУБОКОНЕУПРУГОМ $\ell^{\pm}N$-РАССЕЯНИИ

Направлено в "Nuclear Physics"

* Белорусский государственный университет, Минск.

Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. Р2 - 10872

Об электромагнитных поправках к адронному току в глубоконеупругом $\ell^{\pm}N$ -рассеянии

В рамках простой кварк-партонной модели вычислена электромагнитная поправка низшего порядка к инклюзивному сечению процесса $\ell^{\pm}N \to \ell^{\pm}$ + адроны. Показано, что при больших q^2 и ν вклад в нее, обусловленный электромагнитным взаимодействием адронов, становится значительным. Полученные результаты согласуются с недавними экспериментальными данными по изучению отношения сечений глубоконеупругого e^+p - и e^-p -рассеяния.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Bardin D.Yu., Shumeiko N.M. P2 - 10872

On the Electromagnetic Corrections to the Hadron Current in Deep-Inelastic Charged Lepton-Nucleon Scattering

In a simple quark-parton model the lowest order electromagnetic correction to the cross section of the process $\ell^{\pm} + N \to \ell^{\pm} +$ hadrons is calculated. It is shown that at large q^2 and ν the contribution to the radiative correction due to electromagnetic interactions of hadrons becomes important. The results are in agreement with the recent experiments on the measurement of the e^+p/e^-p - deep-inelastic cross section ratio.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. Введение

Знание радиационных поправок к процессам глубоконеупругого рассеяния /г.н.р./ лептонов на нуклонах

$$\ell \mp N \to \ell \quad + \text{адроны} \qquad /1/$$

необходимо для недвусмысленной интерпретации экспериментальных данных. Радиационные поправки нарушают скейлинг, поэтому без их реалистического учета нельзя ответить на вопрос, в какой мере скейлинг нарушается самими сильными взаимодействиями.

Вычисление электромагнитных поправок /э.п./ к процессам с участием адронов, вообще говоря, требует привлечения некоторой модели сильных взаимодействий. Учитывая тот факт, что простая партонная модель[1] удовлетворительно описывает общие черты г.н.р., представляется разумным использовать ее для подобных вычислений. Так, в работах[2,3] она была применена для оценки вклада двухфотонного обмена в ер г.н.р., а в работе[4] - для оценки полной э.п. низшего порядка к сечению г.н.р. нейтрино на нуклонах. В работах[5,6] на основе партонной модели исследовалось /с целью ее проверки и определения заряда кварков/ излучение жестких фотонов в инклюзивных процессах $e^{\pm}p \to e^{\pm}\gamma + X$ и $e^+e^- \to \gamma h(h) + X$. Работа[7], где использованы свойства коммутаторов токов на световом конусе и партонная модель, посвящена изучению асимптотического поведения многофотонного обмена и э.п. к лептонной линии в ер г.н.р.

Отметим, что э.п. к лептонному току в г.н.р. могут быть вычислены модельно-независимым образом[8,9], поскольку сечение с их учетом, так же как и безрадиационное сечение, описывается феноменологическими структурными функциями W_1 и W_2. Именно такой учет э.п. проводился при обработке данных в проделанных экспериментах по eN и μN г.н.р.[10,11] При этом /после вычитания из наблюдаемого сечения вклада радиационного "хвоста" от упругого пика, имитирующего процесс /11// всегда предполагалось, что другие вклады в поправку к сплошному спектру либо малы, либо компенсируют друг друга.

В настоящей работе мы применили простые идеи партонной модели к проблеме вычисления полной э.п. порядка α к сплошному спектру в процессе /1/, где ℓ - электрон либо мюон. Основная цель работы - оценить вклад в э.п. при высоких энергиях электромагнитного взаимодействия адронов и проверить тем самым, достаточно ли в этой области учитывать поправку лишь к лептонному току. Заметим в этой связи, что попытка оценить электромагнитные эффекты пионов в конечном состоянии г.н.р. была предпринята в работе[12]. При энергии лептона E =250 *ГэВ* найденная поправка может достигать -10%. В работе[13] вычислен вклад поляризации вакуума адронами. В области q^2 от 0 до 100 $ГэВ^2$ он возрастает от 0 до +3%.

Итак, в используемой здесь модели[1] предполагается, что нуклон состоит из точечных не взаимодействующих между собой партонов и что г.н.р. обусловлено упругим взаимодействием лептона с партоном. В таком случае расчет э.п. к г.н.р. сводится к вычислению поправок к сечению рассеяния двух заряженных частиц со спином 1/2 - лептона и партона - с последующим усреднением по спектру партонов и суммированием по их типам. При этом учитывается, как обычно[1-7], только вклад некогерентного рассеяния, когда лептон и дополнительный виртуальный или реальный фотон взаимодействуют с одним из партонов мишени. Аргументы в пользу разумности использования такого приближения при расчете полной э.п. приведены в работе[4]. Далее мы считаем, что партоны являются SU(3)-кварками /антикварками/ u, d, s ($\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$), распределение которых по импульсам в нуклоне N дается функциями $u_N(x)$, $d_N(x)$, $s_N(x)$ ($\bar{u}_N(x)$, $\bar{d}_N(x)$, $\bar{s}_N(x)$).

В следующем разделе работы вычислено инклюзивное сечение $d\Sigma^N(x,y)$ процесса /1/ в порядке α^3/ x и y - обычные скейлинговые переменные/. Выражения для различных вкладов в него приведены в Приложении.

В третьем разделе работы обсуждаются численные результаты для э.п. при энергиях лептона E =250 и 50 *ГэВ* в $\mu^{\pm}N$ г.н.р. Расчеты показывают, что основной вклад в поправку по-прежнему дают э.п. к лептонному току. Поправки к адронному току не превосходят ±3% практически во всей кинематической области в μ^+p-рассеянии, однако для μ^-p-рассеяния при x,y~1 они могут достигать -10% . При рассеянии на нейтроне и лептонные и адронные э.п. по абсолютной величине заметно меньше.

В заключение проводится сравнение вычислений для ep г.н.р. при E =13,9 и 13,5 *ГэВ* с результатами недавних экспериментов[14,15]. В этих экспериментах измерялось отношение сечений глубоконеупругого e^+p- и e^-p-рассеяний, которое в широкой кинематической области оказалось ~1. Наши результаты для такого отношения находятся в пределах экспериментальных ошибок.

2. Инклюзивное сечение процесса в порядке α^3

Расчет сечения $d\Sigma^N(x,y)$ проведем по следующей схеме. Сначала находим сечение рассеяния $d\sigma(x,y)$ лептона на партоне в порядке α^3. В полученном выражении заменяем импульс начального партона p_1 на ξP, где P - импульс нуклона мишени. Затем умножаем сечение на функцию распределения $f(\xi)$ / $u_N(\xi)$, $d_N(\xi)$ и т.д./ партонов того или иного сорта, интегрируем по ξ и суммируем по типам партонов.

Лептон-партонное рассеяние в порядке α^3 описывают обычные диаграммы *рис. 1*. Здесь → (⇉) - линия лептона /партона/ с зарядом e(fe) и массой m(M). Расчет этих диаграмм выполним, основываясь на результатах работ[16,17], в которых точно вычислена э.п. низшего порядка к упругому рассеянию точечных частиц.

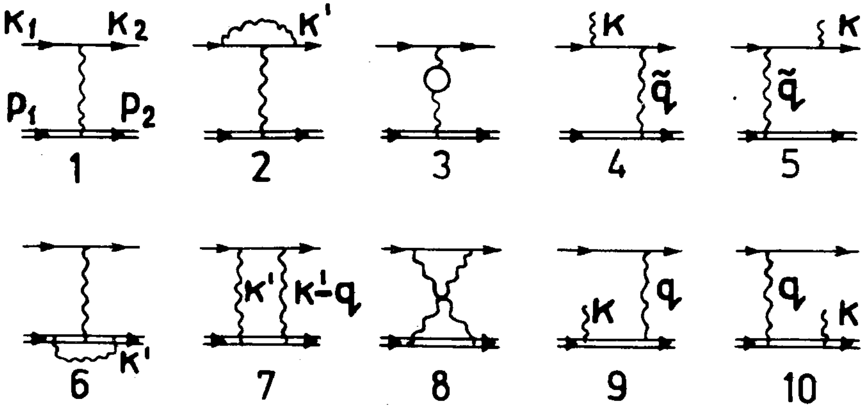

Рис. 1. Диаграммы рассеяния лептона на партоне в порядке α^3.

Рассмотрим сначала вклад в сечение диаграмм 1,2,3, 6,7,8 ($d\sigma_V$). После интегрирования по импульсам конечного партона p_2 и виртуального фотона k $d\sigma_V$ определяется инвариантами $S = -2p_1 \cdot k_1$, $X = -2p_1 \cdot k_2$, $Y = q^2 = (k_1 - k_2)^2$ и имеет вид

$$d\sigma_V = d\sigma_0 \cdot \frac{\alpha}{\pi}(\delta_V^{IR} + \delta_V^F)\ . \qquad /2/$$

Здесь $d\sigma_0 = f^2 \sigma_0\, \delta(S-X-Y)\, dXdY$ – сечение, отвечающее диаграмме 1; поправка δ_V^{IR} содержит массу фотона λ, а δ_V^F конечна и не зависит от λ. Точные выражения для σ_0, δ_V^{IR} и δ_V^F приведены в [16,17].

Замена в /2/ p_1 на ξP и переход к переменным $x = \frac{Y}{(-2P\cdot q)}$, $y = \frac{P\cdot q}{P\cdot k_1}$ приводят к заменам

$$S \to \xi S_N,\ X \to \xi S_N(1-y),\ Y \to Y = S_N xy,\ dXdY \to D dxdy,$$

где

$$S_N = -2P\cdot k_1,\ D = S_N^2 y \xi\ . \qquad /3/$$

Умножим далее $d\sigma_V$ на $f(\xi)$ и проинтегрируем по ξ. Интегрирование с помощью δ-функции $\delta(S-X-Y)$ сводится к замене ξ на x, т.е. к переходам в σ_0, δ_V^{IR} и δ_V^F: $S \to S_0 = xS_N$, $X \to X_0 = xS_N(1-y)$. В результате находим

$$d\Sigma_V = \int_0^1 f(\xi) d\xi\, d\sigma_V = d\Sigma_0 \frac{\alpha}{\pi}(\delta_V^{IR} + \delta_V^F)\Big|_{\xi = x}\ , \qquad /4/$$

где

$$d\Sigma_0 = f^2 S_0 f(x) \sigma_0 \big|_{\xi = x} dxdy\ . \qquad /5/$$

При вычислении вклада в сечение диаграмм 4,5,9,10 ($d\sigma_R$) необходимо интегрировать по полному фазовому объему ненаблюдаемых частиц - партона и реального фотона, - поскольку инклюзивную реакцию $\ell + N \to \ell + \gamma +$ + адроны, в которой регистрируется лишь конечный лептон, невозможно отличить от процесса /1/. После такого интегрирования сечение $d\sigma_R$ зависит от тех же инвариантов S, X, Y, что и $d\sigma_V$, и записывается в виде $d\sigma_R = d\sigma_R^{IR} + d\sigma_R^F$, где $d\sigma_R^{IR}$ - инфракрасно-расходящаяся, а $d\sigma_R^F$ - конечная часть сечения /формулы /14/ работы[16] и /21/ работы[17]/. Выполняя в $d\sigma_R$ замены /3/, умножая его на $f(\xi)$ и интегрируя по ξ, имеем

$$d\Sigma_R = d\Sigma_R^{IR} + d\Sigma_R^F = \int_{\xi_{min}}^1 f(\xi) d\xi\, d\sigma_R^{IR} + \int_x^1 f(\xi) d\xi\, d\sigma_R^F. \qquad /6/$$

Первый интеграл в /6/ расходится при $\xi = x$ /инфракрасная расходимость/, поэтому интегрирование в нем начинается с некоторого $\xi_{min} > x$, такого, что

$$v_{min} = (S - X - Y)_{min} = S_N y(\xi_{min} - x) = 2M\lambda\ . \qquad /7/$$

Выделим λ в этом интеграле. Переходя к переменной $v = S_N y(\xi - x)$, запишем его в виде

$$d\Sigma_R^{IR} = \frac{\alpha}{\pi} \int_{v_{min}}^{v_{max}} dv \cdot d\Sigma \cdot I^{\lambda}(Y, v), \qquad /8/$$

где

$$d\Sigma = f^2 S f(\xi) \sigma_0 \, dx dy, \quad v_{max} = S_N y(1 - x), \qquad /9/$$

а $I^{\lambda}(Y, v)$ дается формулой /15/ работы /16/. Выполняя в /8/ тождественные преобразования, имеем

$$d\Sigma_R^{IR} = d\Sigma_R^{\lambda} + d\Sigma^S + d\Sigma^H. \qquad /10/$$

Здесь

$$d\Sigma_R^{\lambda} = d\Sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} J(Y,0) \int_{v_{min}}^{v_{max}} \frac{dv}{v} = d\Sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} \delta_R^{\lambda}, \qquad /11/$$

$$d\Sigma^S = \frac{\alpha}{\pi} \int_{v_{min}}^{\bar{v}} dv[d\Sigma \cdot I^{\lambda}(Y,v) - d\Sigma_0 \cdot J(Y,0)\frac{1}{v}] = d\Sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} \delta^S |_{\xi = x}, \qquad /12/$$

$$d\Sigma^H = \frac{\alpha}{\pi} \int_{\bar{v}}^{v_{max}} dv[d\Sigma \cdot I^{\lambda}(Y,v) - d\Sigma_0 \cdot J(Y,0)\frac{1}{v}], \qquad /13/$$

где $\delta_R^{\lambda} = J(Y,0) \ln(v_{max}/v_{min})$, параметр $\bar{v}$ удовлетворяет условиям

$$v_{min} \ll \bar{v} \ll S, X, Y, m^2, M^2; \qquad /14/$$

величина $J(Y,0) = \lim_{\substack{v\to 0 \\ (\xi \to x)}} (v \lim_{\lambda \to 0} I^{\lambda}(Y,v))$ и поправка δ^S даются

формулами /32/ и /38/ работы /16/.

Структура тождественного преобразования /10/ такова, что подынтегральные функции в /12/, /13/ конечны

при $\lambda \to 0$, так что инфракрасная расходимость целиком сосредоточена в сечении $d\Sigma_R^{\lambda}$, которое имеет простейший вид. Полагая в /13/ $\lambda = 0$ и устремляя затем $\bar{v}$ к нулю, имеем

$$d\Sigma^H = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{v_{max}} \frac{dv}{v} [d\Sigma \cdot J(Y,v) - d\Sigma_0 J(Y,0)], \qquad /15/$$

где $J(Y, v) = v \lim_{\lambda \to 0} I^{\lambda}(Y,v)$. В сечении /15/ удобно выделить поправку (δ_1^H), которая не зависит от спина частиц. После ее выделения имеем

$$d\Sigma^H = d\Sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^H + d\Sigma_2^H, \qquad /16/$$

где

$$\delta_1^H = \int_0^{v_{max}} \frac{dv}{v} [J(Y,v) - J(Y,0)], \qquad /17/$$

$$d\Sigma_2^H = \frac{\alpha}{\pi} \int_0^{v_{max}} \frac{dv}{v} (d\Sigma - d\Sigma_0) J(Y,v). \qquad /18/$$

Таким образом, вклад тормозного излучения $d\Sigma_R$, проинтегрированный по полному фазовому объему, не содержит параметра "мягкости" фотонов $\bar{v}$.

Складывая $d\Sigma_V$ и $d\Sigma_R$, находим вклад рассеяния лептона на партоне в порядке α^3 в наблюдаемое сечение процесса /1/

$$d\Sigma(x,y) = d\Sigma_V + d\Sigma_R = d\Sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} [(\delta^{IR} + \delta_V^F)|_{\xi = x} + \delta_1^H] +$$

$$+ d\Sigma_2^H + d\Sigma_R^F, \qquad /19/$$

где

$$\delta^{IR} = \delta_V^{IR} + \delta_R^{\lambda} + \delta^S. \qquad /20/$$

Инфракрасная расходимость сокращается в сумме поправок δ_V^{IR} и δ_R^{λ}. Суммируя вычисленные таким путем сечения $d\Sigma(x,y)$ по типам партонов, получаем искомое сечение $d\Sigma^N(x,y)$ г.н.р. /1/ в порядке α^3.

Полную э.п. $\delta(x,y)$ определим как отношение $d\Sigma^N(x,y)$ к сечению процесса /1/ в порядке α^2:

$$d\Sigma_0^N(x,y) = \sum_{\substack{\text{тип}\\\text{партонов}}} (d\Sigma_0) = \qquad /21/$$

$$= S_0\sigma_0 |_{\xi = x}\, dxdy \left[\frac{4}{9}(u_N(x) + \bar{u}_N(x)) + \frac{1}{9}(d_N(x) + \bar{d}_N(x) + s_N(x) + \bar{s}_N(x))\right].$$

Чтобы получить для $\delta(x,y)$ численные значения, из точных формул работ /16,17/, которые определяют сечение /19/, мы нашли их приближенные выражения в глубоконеупругой области, считая, что

$$S, X, S_x = S - X,\ Y,\ S_0, X_0,\ v_{max} >> m^2, M^2. \qquad /22/$$

Эти приближенные формулы приведены в приложении. Интеграл по ξ /по v/ во вкладе жестких фотонов был вычислен в δ_1^H аналитически, а в $d\Sigma_2^H$ и $d\Sigma_R^F$ - на ЭВМ. Мы представили $\delta(x,y)$ в виде суммы

$$\delta(x,y) = \delta_\ell(x,y) + \delta_h(x,y), \qquad /23/$$

где δ_ℓ включает э.п. к лептонному току /диаграммы 2÷5/, а δ_h отвечает поправкам к партонной линии /диаграммы 6,9,10/, а также двухфотонному обмену 7,8 и интерференции диаграмм 4,5 с 9,10. Последние вклады в δ_h меняют знак при переходе от ℓ^+N- к ℓ^-N -рассеянию, из-за чего величины δ_h в этих двух случаях оказываются разными.

3. Обсуждение результатов

На *рис. 2,3* изображены численные результаты для поправок δ_ℓ и δ_h в случае μp г.н.р. при E =50 и

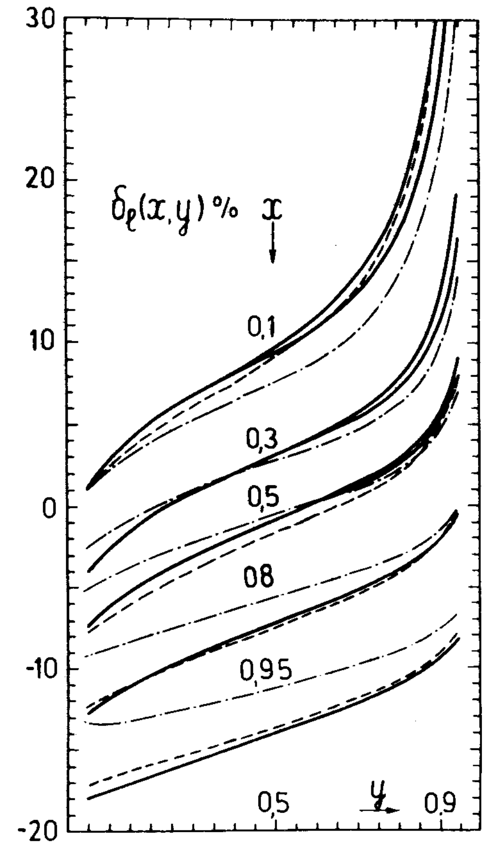

Рис. 2. Поправка к лептонному току $\delta_\ell(x,y)$ в случае μp-рассеяния. Сплошные линии: E =250 ГэВ, M =0,33 ГэВ /верхняя кривая/, M =0,1 ГэВ /нижняя кривая/. Штрих-пунктирные линии: E =50 ГэВ, M =0,33 ГэВ. Спектр партонов- MKW . Штриховые линии - результаты последней работы /9/ при E =250 ГэВ.

250 *ГэВ.* При их получении мы использовали в качестве спектра партонов модифицированное распределение Кути-Вайскопфа (MKW) из работы /18/, а массу кварка варьировали в пределах 0,33 *ГэВ* - 1,0 *ГэВ.* Как видно из формул Приложения и из рисунков, поправка слабо зависит от энергии начального лептона. Наибольший вклад дает величина $\delta_\ell(x,y)$. Она меняется от -20% при $x \to 1, y \to 0$

/когда минимален положительный вклад жестких фотонов/ до большого положительного значения при $x \sim 0, y \sim 1$. Последний факт отмечался и в работах /3,19/. Рост э.п. в этой области обусловлен тем, что падающий лептон может излучить большую часть своей энергии в виде жестких γ-квантов и претерпеть упругое рассеяние с большим сечением. Это уменьшает доступную для анализа кинематическую область изменения x и y. Факти-

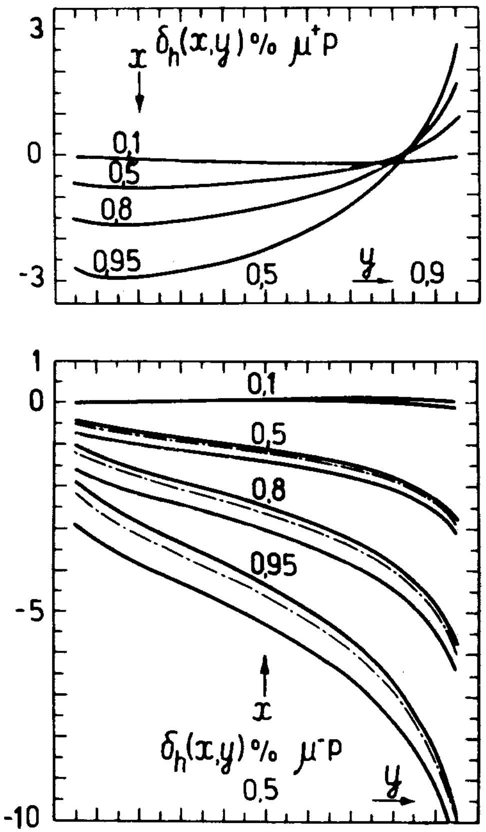

Рис. 3. Поправка к адронному току $\delta_h(x,y)$ в случаях μ^+p- и μ^-p-рассеяния. Сплошные линии: E = 250 ГэВ, M = 0,33 ГэВ /нижняя кривая/, M = 1,0 ГэВ /верхняя кривая/. Штрих-пунктирные линии : E = 50 ГэВ, M = = 0,33 ГэВ. Спектр партонов - MKW.

чески мы должны ограничиться той областью, где поправка не превосходит, скажем, величины 30%, поскольку в противном случае нельзя исключить больших э.п. более высокого порядка.

Величина $\delta_h(x,y)$, которая включает в рассмотренной модели э.п. к адронам, близка к нулю в областях $x \sim 0$ и/или/ $y \sim 0$. Это естественно, т.к. при таких x и y адронный блок испытывает наименьшее возмущение со стороны рассеивающегося лептона. Она быстро возрастает в области $x \sim 1$, $y \sim 1$, где переданные адронам импульс и энергия максимальны. Величина и поведение δ_h в этой области определяются вкладом самых мягких виртуальных и реальных фотонов /поправка δ^{IR}/.

Как видно из *рис. 3*, в случае μ^+p-рассеяния δ_h не превышает $\pm3\%$. Это происходит из-за взаимной компенсации вкладов $\sim f^3$ и $\sim f^4$ в сечение /19/. Для μ^-p-рассеяния эти вклады складываются и величина δ_h достигает -10%. Таким образом, нельзя исключить, что по крайней мере при некоторых x и y традиционный неучет вкладов δ_h приводит к кажущемуся 10%-ному нарушению скейлинга.

С помощью полученных формул нетрудно рассчитать э.п. для г.н.р. лептонов на нейтронах, а также поправку, усредненную по нейтрону и протону. Э.п. к лептонному току в этих случаях обнаруживает такое же поведение, как и δ_ℓ для ℓp-рассеяния, однако по абсолютной величине она меньше на несколько процентов. Поправка δ_h для μ^+n-рассеяния оказывается примерно в полтора раза меньше, чем для μ^+p. В отличие от рассеяния на протонах δ_h для μ^-n близка к δ_h для μ^+n, что является следствием малости членов $\sim f^3$.

Обсудим теперь неопределенности в вычислении $\delta(x,y)$. Одна из них связана с наличием в конечных формулах /см. Приложение/ массы партона M. Как видно из формул и графиков, у поправки δ_ℓ, в которой M содержится только в части вклада жестких фотонов $d\Sigma_R^F$, зависимость от M появляется в области $x \sim 0$, $y \sim 1$. Однако не имеет смысла, конечно, говорить о возникающей в связи с этим неопределенности, поскольку δ_ℓ может быть рассчитана модельно-независимым путем. Разница между поправками δ_h, вычисленными при M = 0,33 *ГэВ* и M = 1,0 *ГэВ*, практически не зависит от y и возрастает с увеличением x. В области $x \sim 1, y \sim 1$, где $\delta_h \approx -10\%$, эта разница, тем не менее, не превосходит $0,1 \cdot \delta_h$. Таким образом, вариация M в пределах $0,3 \div 1,0$ *ГэВ* не приводит к заметному изменению результата, что является следствием логарифмической зависимости δ от M. В этой связи отметим, что значения $\delta(x,y)$, полученные в работе [20] при $M = xM_N$, при соответствующих x и y попадают в интервалы изменения /в зависимости от M/ вычисленной здесь поправки.

Другая неопределенность обусловлена зависимостью поправки от спектра партонов. Мы провели расчет δ с двумя разными спектрами: 1/ спектром MKW, 2/ спектром, полученным в работе [21] путем подгонки экспериментальных данных. При одном и том же значении M результаты и для δ_ℓ, и для δ_h в этих случаях оказались одинаковыми. Расхождение в несколько процентов появляется только при $x \lesssim 0,05$ и возрастает в области еще меньших x, где проблематична применимость самой партонной модели. Однако в этой области $\delta_h \approx 0$ и δ можно вычислить феноменологически.

Мы видим, что собственно в рамках модели неопределенности малы; так что главным является вопрос о степени применимости для расчета полной э.п. основных предположений модели о точечных свободных партонах и малом вкладе диаграмм, в которых фотоны взаимодействуют более чем с одним партоном.

Этот вопрос обсуждается в работах [4,7]. В них содержатся соображения в пользу того, что приближения модели можно использовать для очень жестких /$\kappa_a \gg M$, где κ_a - 4-импульс любого из фотонов/ и самых мягких ($\kappa_a \to 0$) виртуальных и реальных фотонов, т.е. для тех областей интегрирования по κ_a, которые дают основные вклады в э.п. Для очень жестких фотонов эти выводы подтверждаются результатами эксперимента [22] по измерению отношения сечений тормозного излучения в e^+p и e^-p г.н.р., которое найдено в согласии с предсказаниями [5] партонной модели.

Наш анализ показывает, что в кинематической области, где поправка $\delta_h(x,y)$ велика, главный вклад в δ_h вносят самые мягкие фотоны /поправка δ^{IR}/. Тогда на основании вышесказанного можно заключить, что

δ_h должна описывать основные черты э.п. к адронному току.

Что касается поправки $\delta_\ell(x,y)$, то, как видно из *рис. 2*, приближенное вычисление ее в простой партонной модели очень хорошо согласуется с точным феноменологическим расчетом [9] во всей рассмотренной кинематической области. Вообще говоря, источником искажений в δ_ℓ могут служить величины $d\Sigma_2^H$ и $d\Sigma_h^F$, вычисленные с модельными структурными функциями. Отмеченное согласие свидетельствует о том, что в рассмотренной области (x, и y) вклад в δ_ℓ от интегрирования в этих величинах по области импульсов $\tilde{q}$, в которой модельные структурные функции отличаются от феноменологических, пренебрежимо мал. Расхождение результатов двух расчетов δ_ℓ, связанное с выбором структурных функций, появляется лишь при $x \lesssim 0,05$ и $y \sim 1$. Отметим, что простое модельное вычисление δ_ℓ может быть полезным при учете э.п. к рассеянию на нейтроне, поскольку нейтронные феноменологические структурные функции известны менее точно, чем протонные.

Обсудим теперь возможность экспериментальной проверки нашего расчета δ_h. Как видно из *рис. 3*, разность дифференциальных сечений ℓ^+p и ℓ^-p г.н.р. $(x,y) = d\Sigma_+^p(x,y) - d\Sigma_-^p(x,y)$ может быть значительной. Эта разность обусловлена вкладами $\sim f^3$ в δ_h, сумму которых обозначим $\delta^I(x,y)$. Таким образом, часть э.п. к адронному току является непосредственно измеримой величиной. Численные расчеты показывают, что δ^I фактически зависит лишь от безразмерных переменных x и y; зависимость же от энергии и масс m и M оказывается чрезвычайно слабой. Это обстоятельство позволяет измерить δ^I при не слишком больших энергиях, где можно ожидать малых эффектов от нейтральных токов. /Подробнее этот вопрос обсуждается нами в работе [23]/.

Более тщательный анализ найденных для δ^I формул показывает, что, как и во всей адронной э.п. δ_h, главный вклад в δ^I дает инфракрасная поправка δ^{IR}. "Жесткая" часть двухфотонного обмена $(\delta_{2\gamma})$, которая также, по-видимому, вычисляется достаточно достоверно [2,3,7], составляет одну пятую δ^{I}*. Вклад в δ^{I} излучения реальных жестких фотонов при $x\sim 1$ близок к нулю. В области же $x\sim 0$, $y\sim 1$, где последний вклад может быть значительным, он полностью компенсируется другими вкладами.

Таким образом, как это следует из всего предыдущего рассмотрения, в используемой модели величина δ^{I} предсказывается практически без каких бы то ни было неопределенностей. Подчеркнем важность измерения δ^{I}, которое позволило бы как проверить применяемую для ее расчета модель /что весьма важно для изучения электродинамики партонов/, так и сделать выводы о возможности уточнения обычной процедуры учета э.п.[8,9]. Поясним последнюю часть утверждения.

Поскольку поправка $\delta_h(x,y)$ может составлять несколько процентов, определение структурных функций с точностью $\sim 1\%$ требует надежного ее вычисления. Поправку данных на величину $\delta_h(x,y)$ можно осуществлять только после того, как из других экспериментов будет сделан вывод о точности ее расчета. До получения такой информации любое вычисление $\delta_h(x,y)$ следует рассматривать лишь как оценку неточности определения структурных функций. Поскольку величина δ^{I} в случае $\ell^{\pm}p$ г.н.р. составляет значительную часть $\delta_h(x,y)$, ее измерение по разности сечений $D(x,y)$ как раз и можно рассматривать в качестве вышеупомянутого дополнительного эксперимента.

Проведенные недавно опыты не позволяют пока решить вопрос о точности выполненных расчетов из-за больших экспериментальных ошибок. Действительно, сравним наши результаты с данными по измерению отношения Y_+/Y_- выходов лептонов /того же знака, что и в начальном состоянии/ в ℓ^+N и ℓ^-N г.н.р.[14,15,24] В экспериментах[14,15] по $e^{\pm}N$-рассеянию в широкой кинематической области находилось отношение дважды дифференциальных сечений при $E = 13{,}9$ *ГэВ*[14] и интегральных сечений при $E = 13{,}5$ *ГэВ*[15]. В этих экспериментах, так же как и в более раннем мюонном опыте[24] /при $E = 7{,}3\pm0{,}8$ *ГэВ* и малых q^2 /, не было обнаружено отличия Y_+/Y_- от единицы.

В таблице в зависимости от x и y приведены экспериментальные значения Y_+/Y_- из работы[14] и теоретические значения величины

$$R = d\Sigma^{P}_{+}(x,y)/d\Sigma^{P}_{-}(x,y) \approx 1 + 2\delta^{I}(x,y), \qquad /24/$$

найденные по формулам для δ^{I}. Как видно, в восьми точках из девяти имеется согласие между Y_+/Y_- и R в пределах одного стандартного отклонения, а в одной точке - в пределах двух отклонений. Наблюдается монотонный рост величины R с увеличением x при фиксированном y. Экспериментальные данные, за исключением одной точки, также обнаруживают тенденцию к такому росту. Отметим, однако, что в любом случае эксперимент[14] не является критическим для наших результатов, поскольку в нем процесс /1/ не отделялся от фона других возможных процессов с лептоном в конечном состоянии.

Наши расчеты более соответствуют условиям эксперимента[15], в котором при измерениях производился учет как статистических, так и систематических эффектов. Найденное в этом опыте отношение интегральных сечений равно: $r^{\text{эксп.}} = Y_+/Y_- - 1 = 0{,}0027\pm0{,}0035$. С экспериментальным результатом мы сравнили величину

$$r^{\text{теор.}} = \int d\Sigma^{p}_{0}(x,y)\cdot 2\delta^{I}(x,y) \Big/ \int d\Sigma^{p}_{0}(x,y), \qquad /25/$$

где интегрирование проводилось по исследованной в[15] области /x , y /. Заметим, что в этой области поправка $\delta^{I}(x,y)$ меняет знак, так что при интегрировании имеет место компенсация вкладов от разных ее участков. Вычисления дают $r^{\text{теор.}} \approx -0{,}001$.

Таким образом, проведенные здесь расчеты э.п. к адронному току в процессе /1/ не противоречат существующим экспериментальным данным.

---

* Из выражения /А6/ в пределе $y\to 1$ следуют асимптотические формулы для вклада двухфотонного обмена, полученные в работах[3] и [7].

Таблица

Отношение Y_+/Y_- выходов позитронов и электронов в процессах e^+p и e^-p г.н.р. в эксперименте [14] и теоретическое отношение R дифференциальных сечений этих процессов в зависимости от x и y.

x	y	Y_+/Y_-	R
0,11	0,82	1,002 ± 0,025	0,995
0,14	0,79	0,993 ± 0,024	0,997
0,17	0,75	0,996 ± 0,026	0,999
0,20	0,71	0,978 ± 0,024	1,000
0,33	0,60	1,023 ± 0,018	1,004
0,41	0,93	0,973 ± 0,022	1,028
0,48	0,92	1,007 ± 0,027	1,031
0,59	0,46	1,011 ± 0,020	1,009
0,64	0,89	1,032 ± 0,038	1,044

Выражаем глубокую благодарность В.П.Джелепову, Г.В.Мицельмахеру за поддержку работы, а С.Б.Герасимову, А.Б.Говоркову, В.И.Иноземцеву, И.А.Савину и Д.В.Ширкову за полезные обсуждения некоторых вопросов.

Приложение

Приведем приближенные выражения для различных вкладов в сечение /19/ в случае ℓ^+N-рассеяния, полученные из точных формул работ [16,17] при условии S, X, S_x, Y, S_0, X_0, $v_{max} \gg M^2$. Напомним, что в /19/ $S = \xi S_N$,

$$X = \xi S_N(1-y),\; S_X = S - X,\; Y = S_N xy,\; v = S_X - Y = S_N y(\xi - x),$$

$$S_0 = xS_N,\; X_0 = xS_N(1-y),\; v_{max} = S_N y(1-x).$$

$$\sigma_0 = \frac{2\pi\alpha^2}{Y^2}\,\frac{T}{S^2} = \sigma_0\big|_{\xi=x}, \qquad T = S^2 + X^2; \qquad /A1/$$

$$J(Y,v) = 2(\ell_m - 1) + f(2\ell_r - \ell_A + \hat{\ell}_A) + f^2(\ell_u - \frac{M^2}{\tau} - 1),$$

где

$$\ell_m = \ell n\frac{Y}{m^2},\; \ell_r = \ell n\frac{X}{S},\; \ell_A = \frac{S}{X+Y}\,\ell n\frac{(X+Y)^2}{m^2\tau},\; \hat{\ell}_A = \ell_A(S \leftrightarrow -X), \qquad /A2/$$

$$\ell_u = \frac{Y}{S_x}\cdot \ell n\Big(\frac{S_x^2}{M^2\tau}\Big),\; \tau = M^2 + v;$$

$$J(Y,0) = J(Y,v)\big|_{\xi=x} = 2[\ell_m - 1 + 2f\ell_r^{\circ} + f^2(\ell_M - 1)], \qquad /A3/$$

где

$$\ell_r^{\circ} = \ell n\frac{X_0}{S_0} = \ell_r,\; \ell_M = \ell_u\big|_{\xi=x} = \ell n\frac{Y}{M^2};$$

$$(\delta_V^{IR} + \delta_R^{\lambda})\big|_{\xi=x} = J(Y,0)\;\ell n\frac{v_{max}}{2mM} - \frac{1}{2}\ell_m^2 + \frac{\pi^2}{6} + f\ell_r^{\circ}\;\ell n\frac{S_0X_0}{m^4} +$$

$$+ f^2[2(1-\ell_M)\;\ell n\frac{M}{m} - \frac{1}{2}\ell_M^2 + \frac{\pi^2}{6}]; \qquad /A4/$$

$$\delta_V^F|_{\xi=x} = \delta_0 + f\delta_{2\gamma}, \qquad \delta_0 = \frac{13}{6}\ell_m + \frac{2}{3}\ell n\frac{Y}{m_e^2} - \frac{38}{9} +$$

$$+ f^2\left(\frac{3}{2}\ell_M - 2\right) - \qquad /A5/$$

обычная швингеровская поправка /диаграммы 2,3,6/, включающая вклад поляризации вакуума электроном и мюоном, а

$$\delta_{2\gamma} = \frac{1}{2(S_0^2+X_0^2)}[(S_0^2+3X_0^2)\ell n^2\frac{X_0}{Y} - (X_0^2+3S_0^2)\ell n^2\frac{S_0}{Y} +$$

$$+ 2Y\left(S_0\ell n\frac{X_0}{Y} + X_0\ell n\frac{S_0}{Y}\right) + \pi^2(S_0^2 - X_0^2)] - \qquad /A6/$$

вклад диаграмм двухфотонного обмена 7,8, остающийся после выделения инфракрасно-расходящихся членов. Как видно, в рассматриваемом приближении $\delta_{2\gamma}$ не содержит масс частиц и зависит только от переменной y.

Поправка

$$\delta^S|_{\xi=x} = J(Y,0)\ell n2 + \ell n\frac{S_0X_0}{m^2M^2} - \frac{1}{2}\ell_m\cdot\ell n\frac{S_0^2X_0^2}{Ym^2M^4} -$$

$$-\frac{1}{2}(\ell_r^{\circ})^2 - \frac{\pi^2}{6} - 2f\ell_r^{\circ}\cdot\ell_M + f^2\left(1+\ell_M - 2\ell_M^2 - \frac{\pi^2}{3}\right)$$

/A7/

отвечает части вклада мягких фотонов, не содержащей инфракрасной расходимости.

Используя /A2/, /A3/, мы вычислили интеграл /17/ и нашли, что $\delta_1^H = f\delta_1 + f^2\delta_2$, где

$$\delta_1 = y\left[\ell n\frac{xy_1}{1-xy}\cdot\ell n\frac{S_N(1-xy)}{m^2y} - \Phi\left(\frac{1-xy}{xy_1}\right) + \frac{\pi^2}{6}\right] +$$

$$+ \frac{y}{y_1}\left[\ell n\frac{x}{y_1+xy}\ \ell n\frac{S_Ny_1(y_1+xy)}{m^2y} - \Phi\left(\frac{y_1+xy}{x}\right) + \frac{\pi^2}{6}\right] +$$

$$+ 2\Phi\left(-\frac{y_1x_1}{x}\right) - 2\Phi\left(-\frac{x_1}{xy_1}\right), \qquad /A8/$$

$$\delta_2 = 2\ell_M\cdot\ell n\,x - \frac{1}{2}\ell n^2\frac{Yx_1}{M^2} + \ell n\frac{S_Nyx_1}{M^2} + \Phi(x_1) - \frac{\pi^2}{6}.$$

/A9/

Здесь $x_1 = 1-x$, $y_1 = 1-y$, а $\Phi(z) = -\int_0^z \frac{\ell n(1-t)}{t}dt$ - функция Спенса.

Складывая /A4/÷/A9/, получаем компактное выражение для первого слагаемого в сечении /19/:

$$(\delta^{IR} + \delta_V^F)|_{\xi=x} + \delta_1^H =$$

$$= (\ell_m - 1)\ell n\frac{y^2x_1^2}{x^2y_1} - \frac{1}{2}\ell n^2 y_1 + \frac{13}{6}\ell_m + \frac{2}{3}\ell n\frac{Y}{m_e^2} - \frac{38}{9} +$$

$$+ f\left(\ell n y_1\cdot\ell n\frac{y^2x_1^4}{x^4y_1} + \delta_{2\gamma} + \delta_1\right) +$$

$$+ f^2\left[\frac{1}{2}(1-\ell_M)\cdot\ell_M - \frac{1}{2}\ell n^2\frac{M^2x_1}{Y} + \ell n\frac{Yx}{M^2x_1} - 1 - \frac{\pi^2}{3} +\right.$$

$$\left. + \Phi(x_1)\right]. \qquad /A10/$$

Вклад $d\Sigma_2^H$ согласно /18/ и с учетом /A1/ имеет вид

$$d\Sigma_2^H = \frac{\alpha}{\pi}f^2\sigma_0\,dxdy\int_x^1\frac{d\xi}{\xi - x}[Sf(\xi) - S_0f(x)]\,J(Y,v). \qquad /A11/$$

Оставшуюся часть вклада жестких фотонов $d\Sigma_R^F$ представим в виде суммы

$$d\Sigma_R^F = 2\alpha^3 f^2 dxdy(\Sigma_0^F + f\Sigma_1^F + f^2\Sigma_2^F), \qquad /A12/$$

где

$$\Sigma_0^F = \int_x^1 f(\xi)d\xi \frac{D}{S^2}\{\frac{\ell_A}{2S} - \frac{\hat{\ell}_A}{2X} + \frac{1}{S_x}\ell n \frac{(S_X v + M^2 Y)^2}{M^2 Y^2 \tau} -$$

$$- \frac{2}{Y}[\ell_m + \frac{vT}{2SXY} - 1 + \frac{1}{S}(X + \frac{1}{2}Y + \frac{T}{Y})\ell n \frac{S}{mM} +$$

$$+ \frac{1}{X}(S - \frac{1}{2}Y - \frac{T}{Y})\ell n \frac{X}{mM}]\}, \qquad /A13/$$

$$\Sigma_1^F = \frac{1}{Y}\int_x^1 f(\xi)d\xi \frac{D}{S^2}\{(S+X)[\frac{1}{v}\ell n \frac{S_X^2(X+Y)(S-Y)}{SX\tau^2} +$$

$$+ \frac{Y}{vS_X}\ell n \frac{(S_X v + M^2 Y)^2}{S_X^2 Y^2} - \frac{2Y}{S_X^2} + \frac{Y}{(X+Y)(S-Y)}] +$$

$$+ \frac{T}{Yv}[\ell_A - \hat{\ell}_A - 2(1 - 2\frac{Y}{S_X})\ell_r] - \frac{2Y}{S_X}\ell_r\}, \qquad /A14/$$

$$\Sigma_2^F = \frac{1}{Y^2}\int_x^1 f(\xi)d\xi \frac{D}{S^2}\frac{1}{S_X}\{T(1 + \frac{Y}{S_X})(1 - \frac{1}{2}\ell_u) -$$

$$- \frac{Y^2}{S_X^2 \tau}(YT - 4SXv) + \frac{vY}{4\tau^2}[\frac{3(SY - Xv)^2}{S_X^2} + (S-Y)^2 - 2(X+Y)^2]\}. \qquad /A15/$$

Здесь, как и в /3/, якобиан $D = S_N^2 y \xi$.

Литература

1. *Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами. "Мир", М., 1975;*
   Bjorken J.D., Pashos E. Phys.Rev., 1969, 185, 1975.
2. *Fishbane P.M., Kingsley R.L. Phys.Rev., 1973, D8, 3074.*
3. *Bodwin G.T., Stockham C.D. Phys.Rev., 1975, D11, 3324.*

4. *Kiskis J. Phys.Rev., 1973, D8, 2129.*
5. *Brodsky J., Gunion J.F., Jaffe R.L. Phys.Rev., 1972, D6, 2487; Morrison R.J. Nucl.Phys., 1977, B121, 277.*
6. *Brodsky S.J.,Carlson C.E., Suaya R. Phys.Rev., 1976, D14, 2264.*
7. *Bartels J. Nucl.Phys., 1974, B82, 1972.*
8. *Mo L.W., Tsai Y.S. Rev.Mod.Phys., 1969, 41, 205.*
9. *Akhundov A.A., Bardin D.Yu., Shumeiko N.M. JINR, E2-10147, E2-10205, Dubna, 1976; E2-10471, Dubna, 1977.*
10. *Taylor R.E. SLAC-PUB-1729, 1976.*
11. *Mo L.W. EFI 75-46, Chicago, 1975; BLN preprint, Upton, Long Island, New York, 1976.*
12. *Dolgov A.D. Ref. TH 1944-CERN, 1974.*
13. *Berends F.A., Komen G.J. Phys.Lett., 1976, 63B, 432.*
14. *Rochester L.S. e.a. Phys.Rev.Lett., 1976, 36, 1284.*
15. *Fancher D.L. e.a. Phys.Rev.Lett., 1976, 37, 1323.*
16. *Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, Р2-10113,Дубна, 1976.*
17. *Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М., Федоренко О.М. ОИЯИ, Р2-10114, Дубна, 1976.*
18. *Okada J., Paksava S., Tuan S.F. Lett.Nuovo Cim., 1976, 16, 555.*
19. *Dress J., Leenen M. In CERN/ECFA/ 74/4. vol. 1, p. 237.*
20. *Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, Р2-9940, Дубна, 1976.*
21. *Barger V., Philips R.J.N. Nucl.Phys., 1974, B73, 269.*
22. *Fancher D.L. e.a. Phys.Rev.Lett., 1977, 38, 800.*
23. *Бардин Д.Ю., Шумейко Н.М. ОИЯИ, Р2-10873, Дубна, 1977.*
24. *Jostlein H. e.a. Phys.Lett., 1974, 52B, 485.*

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июля 1977 года.