ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2 - 10866

Б.М.Головин, М.Б.Голубева , Л.А.Пермякова

О ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ РЕАКЦИИ $\pi N \to \pi\pi N$

1977

Р2 - 10866

Б.М.Головин, М.Б.Голубева*, Л.А.Пермякова

О ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ РЕАКЦИИ $\pi N \to \pi\pi N$

Направлено в ЯФ

* Институт ядерных исследований АН СССР.

Головин Б.М., Голубева М.Б., Пермякова Л.А. P2 - 10866

О феноменологическом описании реакции $\pi N \to \pi\pi N$

Рассмотрена задача восстановления по экспериментальным данным феноменологической амплитуды реакции $\pi N \to \pi\pi N$ при релятивистских энергиях налетающего пиона и нуклона в конечном состоянии.

Описана система экспериментов, образующих "полный опыт".

Отмечаются особенности рассмотренной задачи в случае, когда импульсы всех частиц конечного состояния компланарны с импульсом налетающего пиона.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Golovin B.M., Golubeva M.B., Permyakova L. A. P2 - 10866

On Phenomenological Description of the Reaction $\pi N - \pi\pi N$

The reconstruction of the phenomenological amplitude of $\pi N - \pi\pi N$ reaction from experimental data is considered at relativistic energies of initial pion and final state nucleon. The case of reaction is also analysed when all final particle momenta are complanar with the momentum of initial pion.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Феноменологическая амплитуда реакции $\pi N \to \pi\pi N$ и ее связь с наблюдаемыми на опыте величинами были получены в /1/ для нерелятивистского случая.

В настоящей работе мы вводим в феноменологическое описание этой реакции релятивистский поворот спина /2,3/ и описываем особенности процесса в случае "плоского опыта", когда импульсы всех частиц в конечном состоянии лежат в одной плоскости с импульсом налетающего на мишень пиона.

Следуя /1/, на единичных векторах, направленных вдоль импульсов $\vec{p}$ и $\vec{k}$ нуклона, соответственно в начальном и конечном состояниях /с.ц.м./ построим ортонормированную тройку векторов

$$\vec{\ell} = \frac{\vec{p} + \vec{k}}{2\cos\frac{\kappa}{2}}, \quad \vec{m} = \frac{\vec{k} - \vec{p}}{2\sin\frac{\kappa}{2}}, \quad \vec{n} = [\vec{\ell}\,\vec{m}] = \frac{[\vec{p}\,\vec{k}]}{\sin\kappa} \qquad /1/$$

и запишем амплитуду рассматриваемого процесса в виде

$$M = (\vec{n}\vec{q})[a + b(\vec{\sigma}\vec{n})] + c(\vec{\sigma}\,\vec{\ell}) + d(\vec{\sigma}\,\vec{m}). \qquad /2/$$

В этих выражениях κ - угол между векторами $\vec{k}$ и $\vec{p}$. В качестве $\vec{q}$ можно взять, например, импульс одного из пионов конечного состояния или импульс относительного движения этих частиц. Мы не конкретизируем выбор вектора $\vec{q}$, т.к. для наших дальнейших рассуждений этот выбор несуществен. Коэффициенты a, b, c, d амплитуды /2/ являются комплексными функциями 5 независимых кинематических параметров, которыми могут быть, например, энергия и направление вылета одной из частиц конечного состояния и направление вылета другой. Поскольку амплитуда /2/ описывает каналы реакции с различными изотопическими спинами, необходимо задать также принадлежность ее параметров /коэффициентов/ к тому или иному каналу.

Спиновая матрица плотности начального состояния имеет вид

$$\rho_{in} = \frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma}\vec{P}_t), \qquad /3/$$

где $\vec{P}_t$ - вектор поляризации нуклона-мишени.

В с.ц.м. измеряемые на опыте величины удобно задавать в системе координат $\vec{\ell}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$ и они следующим образом связаны с коэффицентами амплитуды реакции.

1. Сечение реакции на неполяризованной мишени

$$I_0 = \frac{1}{2}Sp(MM^+) = (\vec{n}\vec{q})^2(|a|^2 + |b|^2) + |c|^2 + |d|^2. \qquad /4/$$

2. Поляризация нуклона - продукта реакции на неполяризованной мишени.

$$\vec{P}_0 = \frac{1}{2I_0} Sp(MM^+\vec{\sigma}) = P_0(\ell)\vec{\ell} + P_0(m)\vec{m} + P_0(n)\vec{n}, \qquad /5а/$$

$$I_0 P_0(\ell) = 2(\vec{n}\vec{q})\{Re(ac^*) + Im(bd^*)\}, \qquad /5б/$$

$$I_0 P_0(m) = 2(\vec{n}\vec{q})\{Re(ad^*) - Im(bc^*)\}, \qquad /5в/$$

$$I_0 P_0(n) = 2\{(\vec{n}\vec{q})^2 Re(ab^*) - Im(cd^*)\}. \qquad /5г/$$

3. Сечение реакции на поляризованной мишени /поляризация $\vec{P}_t$ /

$$I(\vec{P}_t) = \frac{1}{2}Sp(M(1+\vec{\sigma}\vec{P}_t)M^+) =$$

$$= X(\ell)(\vec{P}_t\vec{\ell}) + X(m)(\vec{P}_t\vec{m}) + X(n)(\vec{P}_t\vec{n}), \qquad /6а/$$

$$X(\ell) = 2(\vec{n}\vec{q})\{Re(ac^*) - Im(bd^*)\}, \qquad /6б/$$

$$X(m) = 2(\vec{n}\vec{q})\{Re(ad^*) + Im(bc^*)\}, \qquad /6в/$$

$$X(n) = 2\{(\vec{n}\vec{q})^2\, Re(ab^*) + Im(cd^*)\}. \qquad /6г/$$

Обратим внимание на то, что, в отличие от реакций упругого рассеяния, здесь $X(i) \neq I_0 P_0(i)$ **и каждая из этих величин содержит независимую информацию.**

4. Компоненты тензора деполяризации $D_{ab} = \frac{1}{2I_0} Sp(M\vec{\sigma}\vec{a}M^{+}\vec{\sigma}\vec{b})$:

$$I_0 D_{\ell\ell} = (\vec{n}\vec{q})^2(|a|^2 - |b|^2) + |c|^2 - |d|^2, \qquad /7а/$$

$$I_0 D_{mm} = (\vec{n}\vec{q})^2(|a|^2 - |b|^2) - |c|^2 + |d|^2, \qquad /7б/$$

$$I_0 D_{nn} = (\vec{n}\vec{q})^2(|a|^2 + |b|^2) - |c|^2 - |d|^2, \qquad /7в/$$

$$I_0 D_{\ell m} = 2\{(\vec{n}\vec{q})^2 Im(ab^*) + Re(cd^*)\}, \qquad /7г/$$

$$I_0 D_{m\ell} = 2\{-(\vec{n}\vec{q})^2 Im(ab^*) + Re(cd^*)\}, \qquad /7д/$$

$$I_0 D_{\ell n} = 2(\vec{n}\vec{q})\{-Im(ad^*) + Re(bc^*)\}, \qquad /7е/$$

$$I_0 D_{n\ell} = 2(\vec{n}\vec{q})\{Im(ad^*) + Re(bc^*)\}, \qquad /7ж/$$

$$I_0 D_{mn} = 2(\vec{n}\vec{q})\{Im(ac^*) + Re(bd^*)\}, \qquad /7и/$$

$$I_0 D_{nm} = 2(nq)\{-Im(ac^*) + Re(bd^*)\}. \qquad /7к/$$

В лабораторной системе координат /л.с./ поляризацию нуклона мишени /начальное состояние/ удобно задавать в координатах, определяемых тройкой единичных ортогональных векторов

$$\vec{p}, \vec{n}, \quad \vec{r} = [\vec{n}\vec{p}], \qquad /8/$$

а поляризацию нуклона в конечном состоянии - в координатах, определяемых ортонормированной тройкой

$$\vec{K},\ \vec{n},\ \vec{S} = [\vec{n}\vec{K}], \qquad /9/$$

где $\vec{K}$ направлен по импульсу нуклона - продукта реакции. Связь координатных осей /8/ и /9/ с координатами $\vec{\ell}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$ определяется соотношениями

$$\begin{aligned}
\vec{p} &= \vec{\ell}\cos\frac{\kappa}{2} - \vec{m}\sin\frac{\kappa}{2},\\
\vec{r} &= \vec{\ell}\sin\frac{\kappa}{2} + \vec{m}\cos\frac{\kappa}{2},\\
\vec{K} &= \vec{\ell}\cos\left(\frac{\kappa}{2} - \theta\right) - \vec{m}\sin\left(\frac{\kappa}{2} - \theta\right),\\
\vec{S} &= \vec{\ell}\sin\left(\frac{\kappa}{2} - \theta\right) + \vec{m}\cos\left(\frac{\kappa}{2} - \theta\right).
\end{aligned} \qquad /10/$$

В этих формулах θ - угол вылета /л.с./ нуклона в конечном состоянии.

Связь величин, измеренных в л.с. при нерелятивистских энергиях налетающего пиона и конечного нуклона, с их значениями в с.ц.м., описывается приведенными ниже формулами /12-15/. Для сокращения записи введем обозначение

$$\psi = \frac{\kappa}{2} - \theta, \qquad /11/$$

а через J (*с.ц.м./л.с.*) - обозначим коэффициент пересчета /якобиан/ сечений с.ц.м. → л.с.

$$I_0^{\text{л.с.}} = J\,(\text{с.ц.м./л.с.})\,I_0, \qquad /12/$$

$$I_0^{\text{л.с.}}(\vec{P}_t) = J\,(\text{с.ц.л./л.с.})\{I_0 + X(p)(\vec{P}_t\vec{p}) + X(r)(\vec{P}_t\vec{r}) + X(n)(\vec{P}_t\vec{n})\}, \qquad /13а/$$

$$X(p) = X(\ell)\cos\frac{\kappa}{2} - X(m)\sin\frac{\kappa}{2}, \qquad /13б/$$

$$X(r) = X(\ell)\sin\frac{\kappa}{2} + X(m)\cos\frac{\kappa}{2}, \qquad /13в/$$

$X(n)$ = **совпадает с /6г/** **/13г/**

$$\vec{P}_0 = P_0(K)\vec{K} + P_0(S)\vec{S} + P_0(n)\vec{n} \qquad /14а/$$

$$P_0(K) = P_0(\ell)\cos\psi - P_0(m)\sin\psi, \qquad /14б/$$

$$P_0(S) = P_0(\ell)\sin\psi + P_0(m)\cos\psi \qquad /14в/$$

$P_0(n)$ = **определена /5г/** **/14г/**

$$D_{pK} = (D_{\ell\ell}\cos\frac{\kappa}{2} - D_{m\ell}\sin\frac{\kappa}{2})\cos\psi + (D_{mm}\sin\frac{\kappa}{2} - D_{\ell m}\cos\frac{\kappa}{2})\sin\psi, \qquad /15а/$$

$$D_{pS} = (D_{\ell\ell}\cos\frac{\kappa}{2} - D_{m\ell}\sin\frac{\kappa}{2})\sin\psi - (D_{mm}\sin\frac{\kappa}{2} - D_{\ell m}\cos\frac{\kappa}{2})\cos\psi, \qquad /15б/$$

$$D_{rK} = (D_{\ell\ell}\sin\frac{\kappa}{2} + D_{m\ell}\cos\frac{\kappa}{2})\cos\psi - (D_{mm}\cos\frac{\kappa}{2} + D_{\ell m}\sin\frac{\kappa}{2})\sin\psi, \qquad /15в/$$

$$D_{rS} = (D_{\ell\ell}\sin\frac{\kappa}{2} + D_{m\ell}\cos\frac{\kappa}{2})\sin\psi + (D_{mm}\cos\frac{\kappa}{2} + D_{\ell m}\sin\frac{\kappa}{2})\cos\psi, \qquad /15г/$$

$$D_{pn} = D_{\ell n}\cos\frac{\kappa}{2} - D_{mn}\sin\frac{\kappa}{2}, \qquad /15д/$$

$$D_{rn} = D_{\ell n}\sin\frac{\kappa}{2} + D_{mn}\cos\frac{\kappa}{2}, \qquad /15е/$$

$$D_{nK} = D_{n\ell}\cos\psi - D_{nm}\sin\psi, \qquad /15ж/$$

$$D_{nS} = D_{n\ell}\sin\psi + D_{nm}\cos\psi, \qquad /15и/$$

D_{nn} = **определена /7в/** **/15к/**

При достаточно высоких энергиях налетающего пиона и нуклона в конечном состоянии ,вычисляя наблюдаемые эффекты в л.с., необходимо учитывать релятивистский поворот спина /2,3/**. Для этого достаточно проводить**

расчеты не с заданным в л.с. вектором поляризации $\vec{A}$ нуклона в конечном состоянии, а с вектором $\vec{R}(\Omega)\vec{A}$, который получается при повороте $\vec{A}$ на угол Ω вокруг нормали $\vec{n}$ в направлении от скорости конечного нуклона в л.с. к его скорости в с.ц.м. Величину угла Ω поворота спина можно рассчитать по формуле

$$\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) = \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}\, p^*}\sqrt{(\gamma_0 - 1)T^*T}, \qquad /16/$$

где $\gamma_0 = \dfrac{m + E_0}{\sqrt{m^2 + \mu^2 + 2mE_0}}$ - лоренц-фактор движения в л.с. центра масс соударяющихся пиона и нуклона, m, μ - массы покоя нуклона и пиона, p^* - импульс нуклона - продукта реакции в с.ц.м., T^*, T - кинетические энергии нуклона /конечное состояние/ в с.ц.м. и в л.с., E_0 - полная энергия налетающего пиона /л.с./.

Численные значения угла Ω при некоторых значениях пиона и нуклона приведены на *рис. 1*.

Вектор $R(\Omega)\vec{A}$ можно представить в виде

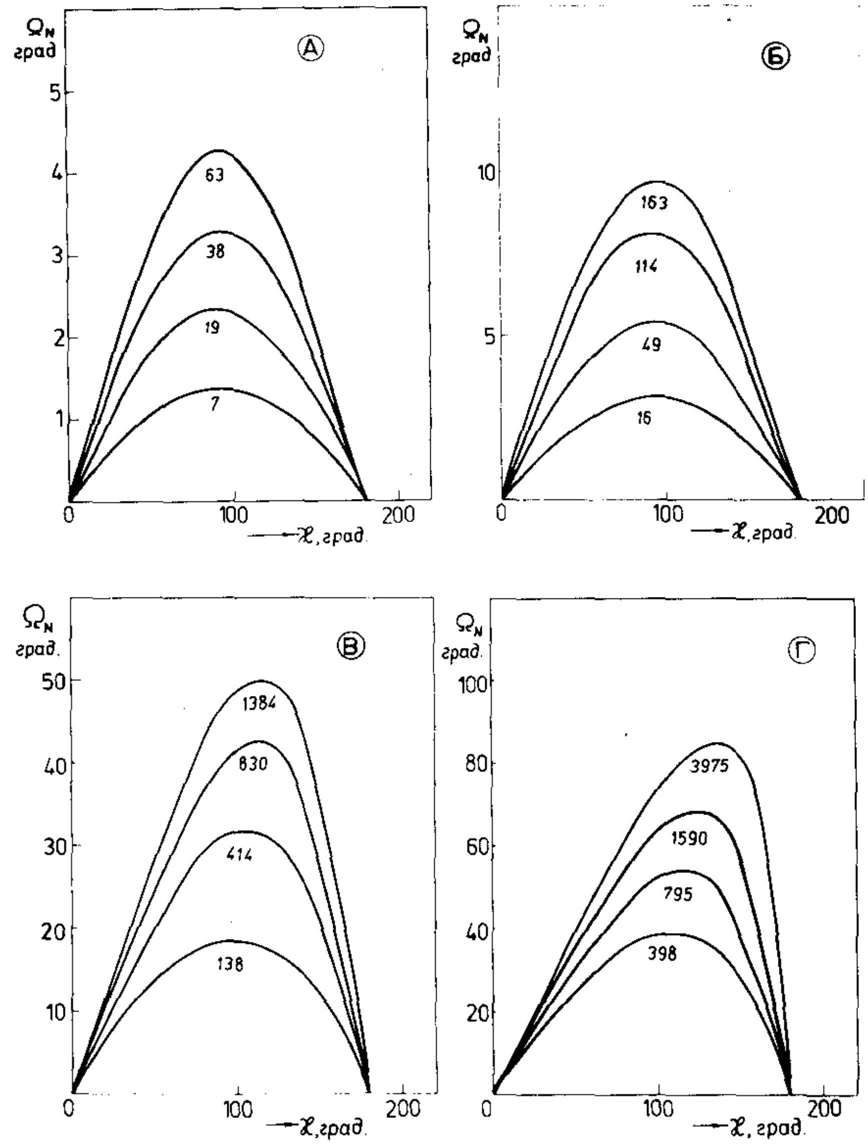
$$R(\Omega)\vec{A} = \vec{n}(\vec{n}\vec{A})(1 - \cos\Omega) + \vec{A}\cos\Omega + [\vec{n}\vec{A}]\sin\Omega, \qquad /17/$$

связь повернутых на угол Ω координатных осей /9/ с $\vec{\ell}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$ определяется соотношениями

$$\begin{aligned} R(\Omega)\vec{K} &= \vec{\ell}\cos(\Omega - \psi) + \vec{m}\sin(\Omega - \psi), \\ R(\Omega)\vec{S} &= -\vec{\ell}\sin(\Omega - \psi) + \vec{m}\cos(\Omega - \psi). \end{aligned} \qquad /18/$$

Измеренные в л.с. при релятивистских энергиях параметры реакции связаны с заданными в с.ц.м. величинами /4-7/ приведенными ниже формулами /19-23/. Для сокращения обозначим

$$\omega = \Omega - \psi. \qquad /19/$$



Угол релятивистского поворота спина нуклона. Кинетическая энергия налетающего пиона: А *- 0,5 ГэВ; Б - 1 ГэВ, В - 10 ГэВ, Г - 50 ГэВ. Числа у кривых - кинетическая энергия /с.ц.м./ нуклона в конечном состоянии /МэВ/.*

$$I_0^{\text{л.с.}} = \text{ совпадает с /12/} \qquad /20/$$

$$I^{\text{л.с.}}(\vec{P}_t) = \text{ совпадает с /13/} \qquad /21/$$

$$\vec{P}_0 = P_0(K)\vec{K} + P_0(S)\vec{S} + P_0(n)\vec{n}, \qquad /22а/$$

$$P_0(K) = P_0(\ell)\cos\omega + P_0(m)\sin\omega, \qquad /22б/$$

$$P_0(S) = -P_0(\ell)\sin\omega + P_0(m)\cos\omega, \qquad /22в/$$

$$P_0(n) = \text{ определена /5г/} \qquad /22г/$$

$$D_{pK} = (D_{\ell\ell}\cos\frac{\kappa}{2} - D_{m\ell}\sin\frac{\kappa}{2})\cos\omega - (D_{mm}\sin\frac{\kappa}{2} - D_{\ell m}\cos\frac{\kappa}{2})\sin\omega, \qquad /23а/$$

$$D_{pS} = -(D_{\ell\ell}\cos\frac{\kappa}{2} - D_{m\ell}\sin\frac{\kappa}{2})\sin\omega - (D_{mm}\sin\frac{\kappa}{2} - D_{\ell m}\cos\frac{\kappa}{2})\cos\omega, \qquad /23б/$$

$$D_{rK} = (D_{\ell\ell}\sin\frac{\kappa}{2} + D_{m\ell}\cos\frac{\kappa}{2})\cos\omega + (D_{mm}\cos\frac{\kappa}{2} + D_{\ell m}\sin\frac{\kappa}{2})\sin\omega, \qquad /23в/$$

$$D_{rS} = -(D_{\ell\ell}\sin\frac{\kappa}{2} + D_{m\ell}\cos\frac{\kappa}{2})\sin\omega + (D_{mm}\cos\frac{\kappa}{2} + D_{\ell m}\sin\frac{\kappa}{2})\cos\omega, \qquad /23г/$$

$$D_{pn} = \text{ совпадает с /15д/} \qquad /23д/$$

$$D_{rn} = \text{ совпадает с /15е/} \qquad /23е/$$

$$D_{nK} = D_{n\ell}\cos\omega + D_{nm}\sin\omega, \qquad /23ж/$$

$$D_{nS} = -D_{n\ell}\sin\omega + D_{nm}\cos\omega, \qquad /23и/$$

$$D_{nn} = \text{ определена /7в/} \qquad /23к/$$

Остановимся на описании "плоского опыта", когда импульсы всех частиц в конечном состоянии компланарны с импульсом налетающего пиона. В этом случае входящий в амплитуду /2/ псевдоскаляр

$$(\vec{n}\vec{q}) = 0, \qquad /24/$$

и амплитуда реакции принимает вид

$$M_{пл} = c(\vec{\sigma}\vec{\ell}) + d(\vec{\sigma}\vec{m}). \qquad /25/$$

Связь величин, измеряемых в "плоском опыте" с коэффициентами c, d амплитуды /25/, описывается формулами /26-29/

$$I_0^{л.с.} = J\,(с.ц.м./л.с.)\,(|c|^2 + |d|^2), \qquad /26/$$

$$I^{л.с.}(\vec{P}_t) = J\,(с.ц.м./л.с.)\,(I_0 + X(n)(\vec{P}_t\vec{n})), \qquad /27а/$$

$$X(n) = 2\,\mathrm{Im}(cd^*), \qquad /27б/$$

$$\vec{P}_0 = P_0(n)\vec{n} = -\frac{2\,\mathrm{Im}(cd^*)}{I_0}\cdot\vec{n}, \qquad /28/$$

$$D_{pK} = -D_{rS} = D_{\ell\ell}\cos(\omega - \frac{\kappa}{2}) + D_{\ell m}\sin(\omega - \frac{\kappa}{2}), \qquad /29а/$$

$$D_{pS} = D_{rK} = -D_{\ell\ell}\sin(\omega - \frac{\kappa}{2}) + D_{\ell m}\cos(\omega - \frac{\kappa}{2}), \qquad /29б/$$

$$D_{nn} = -1, \qquad /29в/$$

$$D_{nK} = D_{nS} = D_{pn} = D_{rn} = 0. \qquad /29г/$$

В отличие от общего случая поляризация $\vec{P}_0$ имеет теперь лишь компоненту, связанную с нормалью к плоскости реакции, причем $X(n) = -I_0P_0(n)$. Другие компоненты поляризации и соответствующие добавки к неполяризованному сечению равны нулю, т.е.

$$P_0(\ell) = P_0(m) = X(\ell) = X(m) = 0. \qquad /30/$$

Определенные в с.ц.м. и не обращающиеся в нуль параметры деполяризации /7а,б,г,д/ оказываются связанными соотношениями

$$D_{\ell\ell} = -D_{mm}, \quad D_{\ell m} = D_{m\ell}. \qquad /31/$$

Обратим внимание на то, что при вылете какой-либо из частиц /частица i / конечного состояния под углами $\kappa_i = 0$ или $\kappa_i = \pi$, импульсы остальных частиц конечного состояния всегда будут компланарны с импульсом начального пиона. Очевидно, что такие соударения будут описываться амплитудой /25/.

Дальнейшее упрощение амплитуды произойдет в том случае, когда под углами $\kappa = 0$ или $\kappa = \pi$ вылетает нуклон. Действительно, при $\kappa_N = 0$, $\vec{p} = \vec{k}$ и направление вектора $\vec{m} - \vec{k} - \vec{p}$ становится неопределенным. При $\kappa_N = \pi$ $\vec{k} = -\vec{p}$ и неопределенным становится направление вектора $\vec{\ell}$. Поэтому

$$M(\kappa_N = 0) = c(0)(\vec{\sigma}\vec{p}),$$
$$M(\kappa_N = \pi) = d(\pi)(\vec{\sigma}\vec{k}). \qquad /32/$$

Перейдем к восстановлению амплитуды /2/ по экспериментальным данным о реакции $\pi N \to \pi\pi N$.

Считаем, что в нашем распоряжении имеется поляризованная нуклонная мишень, направление поляризации которой можно задать по любому из ортов /8/, и что экспериментальная установка позволяет измерять поляризацию нуклона в конечном состоянии с компонентами, ориентированными по ортам /9/. Полагаем, что все рассматриваемые экспериментально определяемые величины найдены с достаточной точностью.

Для нерелятивистского случая эта задача была рассмотрена в работе /1/. При таких энергиях, когда существен релятивистский поворот спина, уравнения /20-23/, связывающие экспериментально наблюдаемые в л.с. величины с коэффициентами амплитуды реакции, имеют ту же структуру, что и в нерелятивистском случае /уравнение 12-15/, но с другими коэффициентами - функциями углов κ, θ, Ω.

В отличие от /1/, где общая фаза амплитуды была фиксирована условием $a = a^*$, мы определим ее через $d = d^*$, т.к. при "плоском опыте" коэффициент a исчезает. Примем

$$a = |a|\, e^{i\alpha}\ ,\ b = |b| e^{i\beta}\ ,\ c = |c| e^{i\gamma}\ ,\ d = d^* > 0\ . \qquad /33/$$

Из приведенных выше формул /22/ видно, что измерение четырех параметров деполяризации D_{pK}, D_{pS}, D_{rK}, D_{rS} позволяет найти определенные в с.ц.м. величины $D_{\ell\ell}$, D_{mm}, $D_{\ell m}$, $D_{m\ell}$. Вместе с сечением I_0 реакции на неполяризованной мишени и параметром деполяризации D_{nn} этого достаточно для определения квадратов модулей всех коэффициентов амплитуды:

$$(\vec{n}\vec{q})^2 |a|^2 = \frac{I_0}{4}(1 + D_{nn} + D_{\ell\ell} + D_{mm})\ , \qquad /34а/$$

$$(\vec{n}\vec{q})^2 |b|^2 = \frac{I_0}{4}(1 + D_{nn} - D_{\ell\ell} - D_{mm})\ , \qquad /34б/$$

$$|c|^2 = \frac{I_0}{4}(1 - D_{nn} + D_{\ell\ell} - D_{mm})\ , \qquad /34в/$$

$$d^2 = \frac{I_0}{4}(1 - D_{nn} - D_{\ell\ell} + D_{mm})\ . \qquad /34г/$$

Кроме того, знание $D_{\ell m}$ и $D_{m\ell}$ позволяет найти численные значения следующих выражений, связанных с фазовыми углами коэффициентов амплитуды

$$|c|\, d \cos\gamma = \frac{1}{4} I_0 (D_{\ell m} + D_{m\ell})\ , \qquad /35/$$

$$(\vec{n}\vec{q})^2 |a||b| \sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{4} I_0 (D_{\ell m} - D_{m\ell})\ . \qquad /36/$$

Для получения недостающих соотношений между фазами в работе /1/ предлагается использовать выражения /14/, описывающие компоненты поляризации конечного нуклона на неполяризованной мишени. Следовательно, согласно этой работе, амплитуду /2/ можно восстановить, зная 9 заданных в с.ц.м. параметров I_0, D_{nn}, $D_{\ell\ell}$, D_{mm}, $D_{\ell m}$, $D_{m\ell}$, $P_0(n)$, $P_0(\ell)$, $P_0(m)$, что соответствует измерению в л.с. девяти величин $I_0^{л.с.}$, D_{nn}, D_{pK}, D_{pS}, D_{rK}, D_{rS}, $P_0(n)$, $P_0(S)$, $P_0(K)$.

Следует, однако, указать, что такой набор оказывается достаточным для восстановления амплитуды лишь в тех случаях, когда $P_0(n) \neq 0$, а $P_0(\ell)$, $P_0(m)$ не обращаются в нуль одновременно.

В общем случае, когда ненулевые значения компонент поляризации до начала опытов не гарантированы, может оказаться необходимым определение большего количества заданных в с.ц.м. параметров реакции. Так, если $P_0(n) = 0$, но $P_0(\ell)$ и $P_0(m)$ не обращаются одновременно в нуль, то необходимо определить еще одну величину, например, $X(n)$ /набор из 10 опытов/.

В случае $\vec{P}_0 = 0$, кроме $X(n)$ потребуется найти еще хотя бы одну /ненулевую/ экспериментальную величину. Определив, например, $X(r) = X(\ell)\sin\frac{\kappa}{2} + X(m)\cos\frac{\kappa}{2}$, мы можем привести ее к удобному для дальнейшего анализа виду

$$X(r) = A\sin\alpha + B\cos\alpha + C\sin\beta + D\cos\beta, \qquad /37/$$

где A, B, C, D построены из определенных ранее величин $\sin\gamma$, $\cos\gamma$ и модулей коэффициентов амплитуды.

Обратим теперь внимание на то, что основой для определения параметра деполяризации D_{ab} является формула

$$P(b) = \frac{P_0(b) + P_t(a)D_{ab}}{1 + (X(a)P_t(a)/I_0)}, \qquad /38/$$

описывающая поляризацию нуклона в конечном состоянии при реакции на поляризованной мишени. Из этой формулы видно, что для того, чтобы найти D_{ab}, необходимо знать, в частности, $P_0(b)$ и $X(a)$. Поэтому экспериментальное определение параметров I_0, D_{nn}, $D_{\ell\ell}$, D_{mm}, используемых для вычисления модулей коэффициентов амплитуды, по-существу, неявно предполагает и экспериментальное определение параметров $P_0(n)$, $P_0(\ell)$, $P_0(m)$, $X(n)$, $X(\ell)$, $X(m)$. Вместе с попутно полученными величинами $D_{\ell m}$ и $D_{m\ell}$ описанный набор заданных в с.ц.м. величин определяет коэффициенты амплитуды рассматриваемой реакции.

Действительно, модули коэффициентов находятся из соотношений /34/, а их фазы можно определить по формулам

$$\cos\alpha = \frac{X(m) + I_0 P_0(m)}{4(\vec{n}\vec{q})\,|a|\,d}, \qquad /39а/$$

$$\sin\beta = \frac{I_0 P_0(\ell) - X(\ell)}{4(\vec{n}\vec{q})\,|b|\,d}, \qquad /39б/$$

$$\sin\gamma = \frac{X(n) - I_0 P_0(n)}{4\,|c|\,d}, \qquad /39в/$$

$$\cos\gamma = \frac{I_0(D_{\ell m} + D_{m\ell})}{4\,|c|\,d}, \qquad /39г/$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sin\gamma}\left\{\frac{X(\ell) + I_0 P_0(\ell)}{4(\vec{n}\vec{q})\,|a|\,|c|} - \cos\alpha\cdot\cos\gamma\right\}, \qquad /39д/$$

$$\cos\beta = \frac{1}{\cos\alpha}\left\{\frac{X(n) + I_0 P_0(n)}{4(\vec{n}\vec{q})^2\,|a|\,|b|} - \sin\alpha\cdot\sin\beta\right\}. \qquad /39е/$$

Выражения /39д/ и /39е/ не могут быть использованы при $\sin\gamma = 0$ и $\cos\alpha = 0$ соответственно.

При $\cos\alpha = 0$ /39е/ можно заменить выражением

$$\cos\beta = \frac{I_0(D_{\ell m} - D_{m\ell})}{4(\vec{n}\vec{q})^2\,|a|\,|b|\,\sin\alpha}. \qquad /40/$$

В случае $\sin\gamma = 0$ величины $\sin\alpha$ и $\cos\beta$ можно найти, решая систему уравнений

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{I_0(D_{\ell m} - D_{m\ell})}{4(\vec{n}\vec{q})^2 |a||b|} + \sin\beta\cdot\cos\alpha\,,$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{X(n) + I_0 P_0(n)}{4(\vec{n}\vec{q})^2 |a||b|}\,. \qquad /41/$$

Эти уравнения упрощаются при $\sin\gamma = \cos\alpha = 0$ **и приводятся к**

$$\cos\beta = \frac{I_0(D_{\ell m} - D_{m\ell})\sin\beta}{X(n) + I_0 P_0(n)}, \qquad /42/$$

$$\sin\alpha = \frac{X(n) + I_0 P_0(n)}{4(\vec{n}\vec{q})^2 |a||b| \sin\beta}. \qquad /43/$$

Самым неприятным при восстановлении амплитуды /2/ оказывается случай $\cos\alpha = \sin\beta = \sin\gamma = 0$, **что соответствует** $P_0(\ell) = P_0(m) = P_0(n) = X(\ell) = X(m) = X(n) = 0$. **Описанный выше набор из 12 опытов при этом дает лишь 1 уравнение, связывающее две неизвестные функции** $\sin\alpha$ **и** $\cos\beta$:

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{I_0(D_{\ell m} - D_{m\ell})}{4(\vec{n}\vec{q})^2 |a|\,|b|}\,. \qquad /44/$$

Для разделения неизвестных необходимо выполнить еще один независимый опыт, например, измерить параметр деполяризации D_{rn}, **структура которого с помощью /15е/ и /7е,и/ может быть приведена к**

$$D_{rn} = E\sin\alpha + F\cos\beta, \qquad /45/$$

где E **и** F **- коэффициенты, построенные из известных величин.**

При восстановлении амплитуды для условий "плоского опыта" должны быть найдены два модуля $|c|$ и d и один фазовый угол γ или две его тригонометрические функции $\sin\gamma$ и $\cos\gamma$. Достаточным в этом случае является набор опытов, приводящий к определению заданных в с.ц.м. величин I_0, $D_{\ell\ell} = -D_{mm}$, $D_{\ell m} = D_{m\ell}$, $P_0(n)$ или $X(n)$. В л.с. должны быть измерены параметры реакции $I_0^{\text{л.с.}}$, D_{pS}, D_{rS}, $P_0(n)$ или $X(n)$. Искомые величины определяются соотношениями

$$|c|^2 = \frac{1}{2} I_0 (1 + D_{\ell\ell}), \qquad /46а/$$

$$d^2 = \frac{1}{2} I_0 (1 - D_{\ell\ell}), \qquad /46б/$$

$$\sin\gamma = \frac{X(n)}{2|c|d} = -\frac{I_0 P_0(n)}{2|c|d}, \qquad /47а/$$

$$\cos\gamma = \frac{I_0 D_{\ell m}}{2|c|d}. \qquad /47б/$$

Авторы глубоко благодарны Л.И.Лапидусу за многократные и полезные обсуждения ряда вопросов, затронутых в этой работе.

Литература

1. *Злотников Л.М., Клепиков Н.П., Шехтер Л.Ш. ЯФ, 1966, 3, с.951.*
2. *Wick G.C. Ann.Phys., 1962, 18, p.65.*
3. *Головин Б.М., Голубева М.Б., Пермякова Л.А. ОИЯИ, Р2-10865, Дубна, 1977.*

Рукопись поступила в издательский отдел 19 августа 1977 года.