

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



12/411-77

G-611

P2 - 10865

4832/2-77

Б.М.Головин, М.Б.Голубева, Л.А.Пермякова

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПОВОРОТЕ СПИНА
В НЕКОТОРЫХ ТИПАХ РЕАКЦИЙ

1977

P2 - 10865

Б.М.Головин, М.Б.Голубева,* Л.А.Пермякова

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПОВОРОТЕ СПИНА
В НЕКОТОРЫХ ТИПАХ РЕАКЦИЙ

Направлено в ЯФ

* Институт ядерных исследований АН СССР.

Головин Б.М., Голубева М.Б., Пермякова Л.А.

P2 - 10865

О релятивистском повороте спина в некоторых типах реакций

Рассмотрен релятивистский поворот спина при упругом рассеянии частиц равных масс, упругом рассеянии частиц с неравными массами, бинарной реакции общего вида и в случае реакции, конечное состояние которой содержит больше двух частиц.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Golovin B.M., Golubeva M.B.,
Permyakova L.A.

P2 - 10865

On Relativistic Spin Rotation in Some Types
of Reactions

A spin relativistic rotation is considered at the elastic scattering of particles with equal masses, at the elastic scattering of particles with different masses, in general type binary reactions, and in the reaction which final state contains more that two particles.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

При расчетах процессов соударения частиц нередко приходится связывать амплитуду реакции, заданную в системе центра масс /с.ц.м./ сталкивающихся частиц с поляризационными эффектами, наблюдаемыми в лабораторной системе координат /л.с./. Было показано^{/1-4/}, что при этом возникают специфические эффекты, связанные с различием ориентации спина частицы в системе покоя по отношению к ее скоростям относительно с.ц.м. и л.с.

Рассмотрим приведенную на *рис. 1* кинематическую

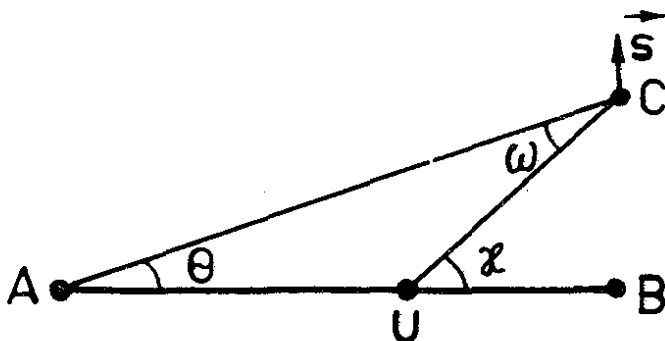


Рис. 1. Кинематическая диаграмма реакции $a + b \rightarrow c + \dots$.

диаграмму реакции $a + b \rightarrow c + \dots$ в пространстве скоростей^{/5/}. Точки, соответствующие “мировым скоростям” частиц a, b, c , обозначим прописными буквами (A, B, C), а через U - мировую скорость центра масс сталкивающихся частиц. Пусть частица a покоится в лабораторной

системе координат. Тогда углы θ и κ совпадут с углами вылета частицы с соответственно в л.с. и в с.с.м. Полагаем, что массы всех частиц отличны от нуля.

Легко видеть, что углы, образуемые спином ("S") частицы с ее скоростями в л.с. /отрезок (CA)/ и в с.с.м. /отрезок (CU) /, различаются на угол ω при вершине С треугольника ACU^{3,4/}

В нерелятивистском случае геометрия пространства скоростей - эвклидова и, следовательно, сумма внутренних углов треугольника равна π . Поэтому

$$\theta_{\text{н.р.}} + (\pi - \kappa) + \omega_{\text{н.р.}} = \pi,$$

$$\omega_{\text{н.р.}} = \kappa - \theta_{\text{н.р.}}$$

В релятивистском случае свойства пространства скоростей описываются геометрией Лобачевского, где сумма внутренних углов треугольника меньше π , т.е.

$$\omega < \kappa - \theta$$

и, следовательно, $\omega = \kappa - \theta - \Omega$,

$$\Omega \geq 0.$$

Угол Ω в литературе обычно называют "релятивистским поворотом спина". Так как сумма внутренних углов треугольника Лобачевского может изменяться в пределах от 0 до π , то интервал возможных значений Ω есть $0 \leq \Omega \leq \pi$.

Угол ω удобно рассматривать как состоящий из двух частей:

$$\omega = \omega_{\text{кин}} - \Omega,$$

$$\omega_{\text{кин}} = \kappa - \theta.$$

Первая из них, $\omega_{\text{кин}}$ - "кинематический поворот спина" - совпадает с поворотом вектора скорости при преобразованиях с.с.м. \rightarrow л.с. и автоматически учитывается при переходах от системы к системе.

Вторую составную часть угла ω - релятивистский поворот спина Ω - можно найти, используя тот факт, что

дефект (δ) суммы внутренних углов (α_i) треугольника Лобачевского $\delta = \pi - \sum \alpha_i$ равен площади треугольника, измеренной в единицах квадрата кривизны пространства. Поскольку кривизна пространства скоростей равна скорости света и во всех выражениях используется величина

$\beta = \frac{v}{c}$ вместо v , то площадь треугольника в простран-

стве скоростей численно совпадает с дефектом его углов. Так как $\Omega = \delta$, то задача нахождения Ω сводится к нахождению в пространстве скоростей площади треугольника АСУ. Для решения этой задачи можно воспользоваться формулами /6/

$$\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + 2\hat{c}\hat{a} \cdot \hat{c}\hat{b} \cdot \hat{c}\hat{c} - \hat{c}^2\hat{a} - \hat{c}^2\hat{b} - \hat{c}^2\hat{c}}{2(\hat{c}\hat{a} - 1)(\hat{c}\hat{b} - 1)(\hat{c}\hat{c} - 1)}}; \quad /1a/$$

$$= \frac{\sin C}{\text{sh}c} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}(\hat{c}\hat{a} - 1)(\hat{c}\hat{b} - 1)(\hat{c}\hat{c} - 1)}, \quad /1b/$$

где \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} - длины сторон треугольника АСУ. Сторона \hat{c} противолежит углу C .

Связь гиперболических функций, входящих в /1/, с кинематическими характеристиками частиц определяется, соотношениями, приведенными в табл. 1.

Таблица 1

Величина	Связь с гиперболическими функциями	
	в с.ц.м.	в л.с.
Полная энергия частицы c	$E_c^* = m_c \text{ch}(CU)$	$E_c = m_c \text{ch}(AC)$
Величина импульса частицы c	$P_c^* = m_c \text{sh}(CU)$	$P_c = m_c \text{sh}(AC)$
Лоренц-фактор центра масс сталкивающихся частиц		$\gamma_u = \text{ch}(AU)$

Для того чтобы при расчетах поляризационных эффектов в л.с. учесть релятивистский поворот спина, достаточно /1,8/ проводить вычисления не с заданным в л.с. вектором поляризации \vec{P} , а с вектором $R(\Omega_c)\vec{P}$, который получится в результате поворота \vec{P} на угол Ω_c вокруг нормали $\vec{n} = (\vec{\beta}_B \times \vec{\beta}_C)$ к площади треугольника ACU. Поворот производится в направлении от скорости частицы c в л.с. к ее скорости в с.ц.м. Вектор $R(\Omega_c)\vec{P}$ можно представить в виде

$$R(\Omega)\vec{P} = n(\vec{n} \cdot \vec{P})(1 - \cos\Omega) + \vec{P} \cos\Omega + [\vec{n} \times \vec{P}] \sin\Omega.$$

БИНАРНАЯ РЕАКЦИЯ

В пространстве скоростей бинарная реакция $a + b \rightarrow c + d$ может быть представлена диаграммой, приведенной на рис. 2. Ее начальное состояние соответствует падению

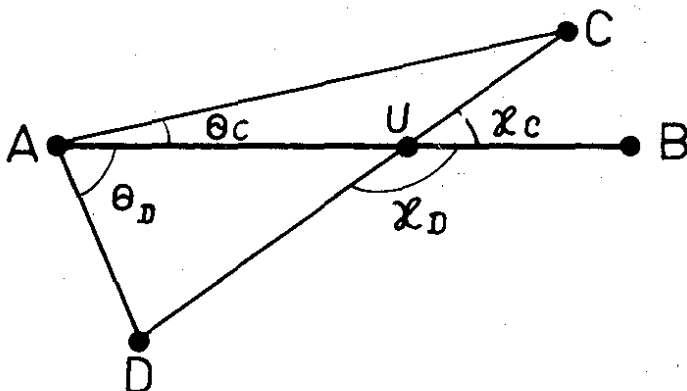


Рис. 2. Кинематическая диаграмма бинарной реакции $a + b \rightarrow c + d$.

частицы b с массой m_B , полной энергией E_0 и импульсом P_0 на покоящуюся в л.с. частицу a с массой m_A . В этом случае

$$\text{ch}(AU) = \frac{m_A + E_0}{\sqrt{s}},$$

/2/

$$\text{sh}(AU) = \frac{P_0}{\sqrt{s}}.$$

s - квадрат полного 4-импульса системы,

$$s = m_A^2 + m_B^2 + 2m_A E_0.$$

Конечное состояние бинарной реакции образуют две частицы /с и d/, вылетающие под углами κ_C и $\kappa_D = \pi - \kappa_C$ в с.ц.м. или θ_C, θ_D в л.с. Энергия и, соответственно, лоренц-факторы этих частиц однозначно связаны с углами их вылета в с.ц.м.

Для проводимых нами вычислений гиперболические функции, входящие в /1/ и описывающие движение частиц с и d в с.ц.м., удобно представить в виде:

$$\text{ch}(CU) = \rho_C \text{ch}(AU) + L$$

/3а/

$$\text{ch}(DU) = \rho_D \text{ch}(AU) + N$$

$$L = \frac{m_B^2 - m_A^2 + m_C^2 - m_D^2}{2m_C \sqrt{s}}$$

$$N = \frac{m_B^2 - m_A^2 - m_C^2 + m_D^2}{2m_D \sqrt{s}}$$

/3б/

$$\rho_i = \frac{m_A}{m_i}.$$

При упругом рассеянии частиц с равными массами ($m_A = m_B = m_C = m_D$) в формулах /3/ $\rho_C = \rho_D = 1$, $L = N = 0$ и, следовательно, $\text{ch}(CU) = \text{ch}(DU) = \text{ch}(AU)$.

Используя это соотношение и известные /5/ формулы гиперболической тригонометрии, вместо /1а,б/ получим выражения

$$\sin\left(\frac{\Omega_C^{\circ}}{2}\right) = (\text{ch}(AU) - 1) \cdot \sin\theta_C \cdot \cos\left(\frac{\kappa_C}{2}\right), \quad /4a/$$

$$\sin\left(\frac{\Omega_D^{\circ}}{2}\right) = (\text{ch}(AU) - 1) \cdot \sin\theta_D \cdot \sin\left(\frac{\kappa_C}{2}\right), \quad /4б/$$

$$= (\text{ch}(AU) - 1) \cdot \sin\theta_D \cdot \cos\left(\frac{\kappa_D}{2}\right). \quad /4в/$$

Здесь через Ω_i° обозначен угол релятивистского поворота спина частицы i при упругом рассеянии частиц с равными массами. Как видно из формул /4/, релятивистский поворот спина в этом случае не зависит от масс частиц и определяется лоренц-фактором движения центра масс системы и направлением вылета рассматриваемой частицы. Если учесть связь углов вылета частицы в с.ц.м. и л.с.

$$\text{tg}\theta_C \cdot \text{ctg}\left(\frac{\kappa_C}{2}\right) = \text{tg}\theta_D \cdot \text{tg}\left(\frac{\kappa_C}{2}\right) = \text{tg}\theta_D \cdot \text{ctg}\left(\frac{\kappa_D}{2}\right) = \frac{1}{\text{ch}(AU)}, /5/$$

то формулы /4/ легко приводятся к виду

$$\Omega_C^{\circ} = \kappa_C - 2\theta_C, \quad /6a/$$

$$\Omega_D^{\circ} = \pi - (\kappa_C + 2\theta_D), \quad /6б/$$

$$\Omega_D^{\circ} = \kappa_D - 2\theta_D. \quad /6в/$$

Численные значения углов Ω_C° и Ω_D° для упругого рассеяния нуклонов нуклонами при нескольких энергиях приведены на рис. 3.

При упругом рассеянии частиц с неравными массами ($m_A = m_D, m_B = m_C, m_A \neq m_D$) параметры L, N, ρ_D в формулах /3/ принимают значение

$$L = \frac{m_B^2 - m_A^2}{m_C \sqrt{s}}, \quad N = 0, \quad \rho_D = 1,$$

что приводит к $\text{ch}(DU) = \text{ch}(AU)$, но $\text{ch}(CU) \neq \text{ch}(AU)$. Легко видеть, что при этих условиях угол Ω_D релятивистского поворота спина частицы отдачи d , масса которой совпадает с массой частицы-мишени a , определяется формулами /66, в/, полученными выше для упругого рассеяния частиц с равными массами.

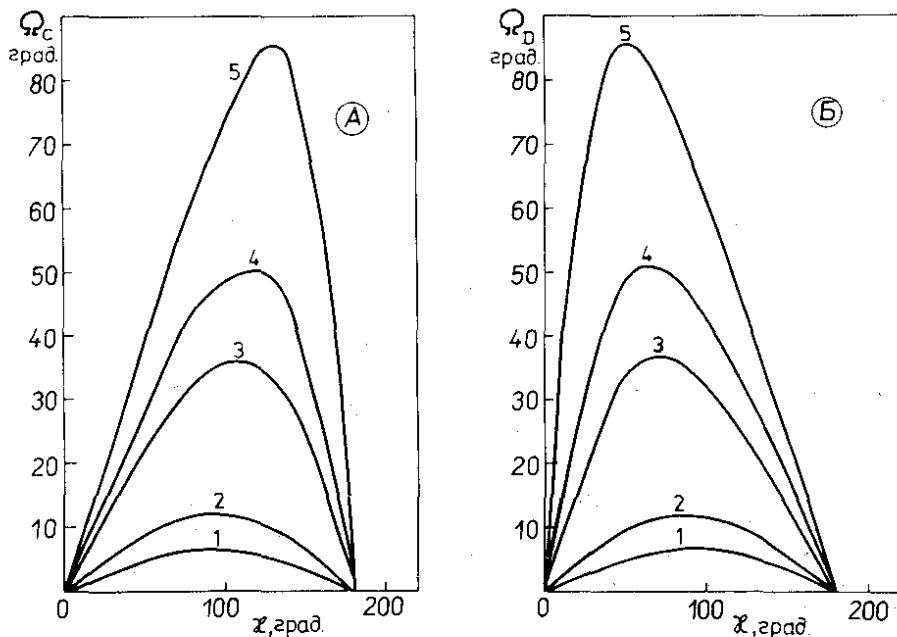


Рис. 3. Углы релятивистского поворота спинов при упругом рассеянии нуклонов нуклонами / А - для рассеянного нуклона, В - для нуклона отдачи/. Энергии налетающего нуклона в л.с. 1 - 0,5 ГэВ, 2 - 1 ГэВ, 3 - 5 ГэВ, 4 - 10 ГэВ, 5 - 50 ГэВ.

Для частицы c , масса которой отлична от массы частицы-мишени a , угол Ω_C должен вычисляться по пол-

ной формуле /1/ и результаты вычислений не удается свести к какому-либо простому выражению вроде /6/.

В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены углы релятивистского поворота спинов частиц при упругом Nd-рассеянии.

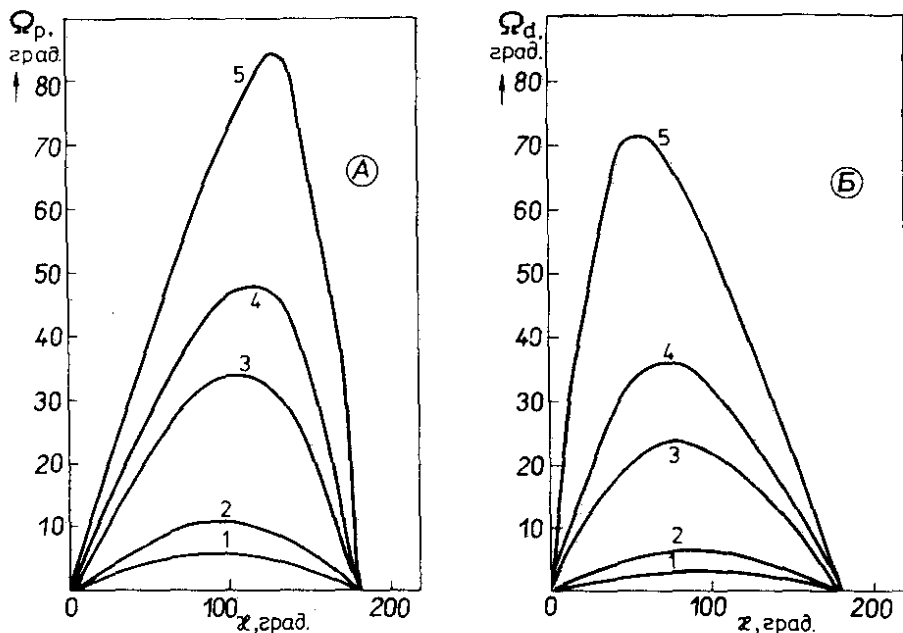


Рис. 4. Углы релятивистского поворота спинов частиц при упругом Nd-рассеянии. / А - для рассеяния нуклона, В - для дейтрона отдачи/. Энергии налетающего нуклона в л.с.: 1 - 0,5 ГэВ, 2 - 1 ГэВ, 3 - 5 ГэВ, 4 - 10 ГэВ, 5 - 50 ГэВ.

В случае бинарной реакции общего вида, когда массы всех частиц a, b, c, d различны, формулы /3/ не упрощаются и углы $\Omega_{C,D}$ следует вычислять с помощью выражений /1/, которые можно привести к виду

$$\sin\left(\frac{\Omega_C}{2}\right) = \sin\left(\frac{\Omega_C^0}{2}\right) \cdot \sqrt{(1+E)(1+G)}, \quad /7a/$$

$$\sin\left(\frac{\Omega_D}{2}\right) = \sin\left(\frac{\Omega_D^0(\kappa_C)}{2}\right) \sqrt{(1+F)(1-H)}, \quad /76/$$

$$= \sin\left(\frac{\Omega_D^0(\kappa_D)}{2}\right) \sqrt{(1+F)(1+K)}. \quad /7в/$$

Здесь использованы обозначения

$$E = \frac{L + \rho_C - 1}{\rho_C (\text{ch}(AU) - 1)}, \quad F = \frac{N + \rho_D - 1}{\rho_D (\text{ch}(AU) - 1)},$$

$$G = \frac{[\rho_C \text{sh}(AU) - \text{sh}(CU)] \text{sh}(CU) \cos \kappa_C - L \text{ch}(CU) - \rho_C + 1}{\text{sh}^2(CU)(1 + \cos \kappa_C)},$$

$$H = \frac{[\rho_D \text{sh}(AU) - \text{sh}(DU)] \text{sh}(DU) \cos \kappa_C + N \text{ch}(DU) + \rho_D - 1}{\text{sh}^2(DU)(1 - \cos \kappa_C)},$$

$$K = \frac{[\rho_D \text{sh}(AU) - \text{sh}(DU)] \text{sh}(DU) \cos \kappa_D - N \text{ch}(DU) - \rho_D + 1}{\text{sh}^2(DU)(1 + \cos \kappa_D)}.$$

Величины $\sin\left(\frac{\Omega_C^0}{2}\right)$, $\sin\left(\frac{\Omega_D^0(\kappa_C)}{2}\right)$, $\sin\left(\frac{\Omega_D^0(\kappa_D)}{2}\right)$ опре-

деляются соответственно формулами /4а/, /4б/, /4в/, описывающими релятивистский поворот спина при упругом рассеянии частиц равных масс. Следует только помнить, что в рассматриваемом случае приведенная выше связь углов вылета частицы в с.ц.м. и в л.с. уже не имеет места, и выражение /5/ должно быть заменено более общим /7/.

В формулах /7/ при упругом рассеянии частиц равных масс все радикалы становятся равными единице, а при упругом рассеянии частиц с неравными массами это происходит лишь с радикалами в формулах /7б/ и /7в/.

При этом, очевидно, формулы /7/ сводятся к полученным ранее соответствующим выражениям /4/.

Отметим, что при очень высоких энергиях, когда $\text{ch}(AU) = \text{ch}(AU) \gg 1$, радикалы в /7/ вновь становятся равными единице, и формулы принимают вид

$$\sin\left(\frac{\Omega_C}{2}\right) \rightarrow \text{ch}(AU) \cos\theta_C \cdot \sin\left(\frac{\kappa_C}{2}\right),$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\Omega_D}{2}\right) &\rightarrow \text{ch}(AU) \cos\theta_D \cdot \cos\left(\frac{\kappa_C}{2}\right) - \\ &- \text{ch}(AU) \cos\theta_D \cdot \sin\left(\frac{\kappa_D}{2}\right), \end{aligned}$$

совпадающий с выражениями, справедливыми при упругом рассеянии частиц равных масс в области очень высоких энергий.

Численные значения угла релятивистского поворота спина в бинарной реакции общего вида иллюстрируются рис. 5 на примере реакции $kN \rightarrow \pi\Lambda$.

РЕАКЦИИ ТИПА $2 \rightarrow n + 2$

При соударениях частицы b с покоящейся в л.с. частицей a , приводящих к образованию состояния с $n + 2$ частиц, движение центра масс системы по-прежнему будет описываться формулами /2/. Однако при вычислениях релятивистского поворота спина в этом случае появляются особенности, не имевшие места при рассмотрении бинарных реакций.

Прежде всего в конечном состоянии, содержащем больше двух частиц, энергия /лоренц-фактор/ каждой из них в с.д.м. не фиксирована, и может принимать любое из значений, принадлежащих некоторому интервалу. Так, можно показать /7/, что в случае реакции

$$a + b \rightarrow c + e + f + \dots$$

возможные значения лоренц-фактора частицы c в с.д.м. лежат в интервале

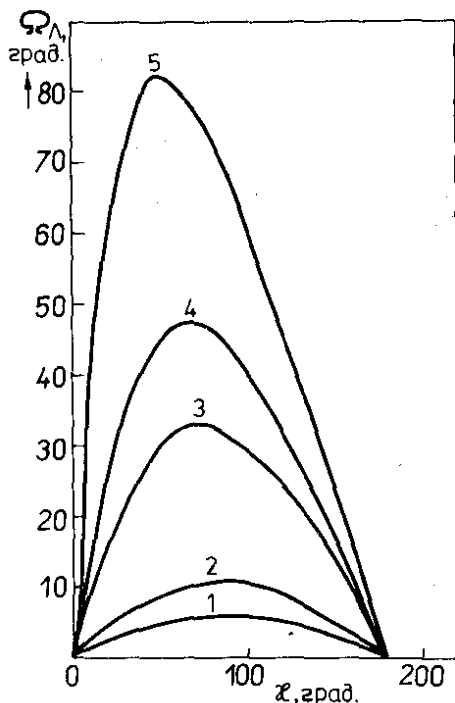


Рис. 5. Угол релятивистского поворота спина Λ -частицы в реакции $KN \rightarrow \pi\Lambda$. Энергии каона в л.с.: 1 - 0,5 ГэВ, 2 - 1 ГэВ, 3 - 5 ГэВ, 4 - 10 ГэВ, 5 - 50 ГэВ.

$$1 \leq \text{ch}(CU) \leq \frac{s + m_C^2 - \mu_D^2}{2m_C \sqrt{s}},$$

где $\mu_D = m_e + m_f + \dots$. Поэтому даже при фиксированном направлении движения частицы ее кинематические характеристики не определяются по начальным состояниям реакции и одна из них должна быть задана.

Второй особенностью таких процессов является то, что скорости частиц в конечном состоянии, вообще говоря, некопланарны. Это иллюстрируется рис. 6, где приведена диаграмма реакции



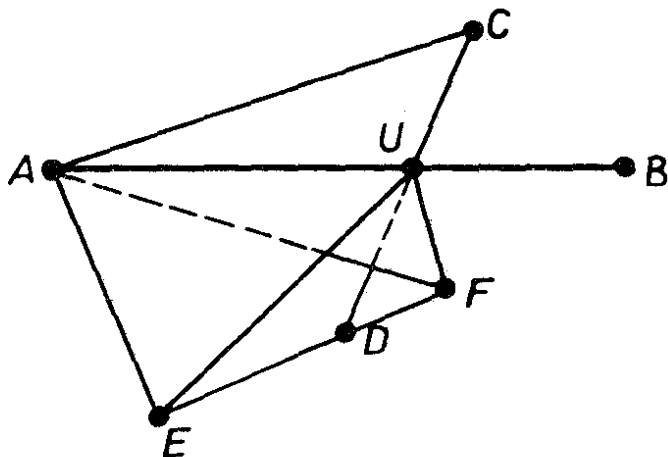


Рис. 6. Кинематическая диаграмма реакции $a+b \rightarrow c+e+f$. Точка D соответствует мировой скорости центра масс системы, образованной частицами e и f.

Как видно из рисунка, треугольники AUC, AUE, AUF лежат в разных плоскостях и, очевидно, поворот на угол Ω_i для каждой частицы будет происходить вокруг своей нормали.

Величина релятивистского поворота спина может быть рассчитана по общим формулам /1/. Результаты таких расчетов иллюстрируются рис. 7, на котором приведены зависимости $\Omega = f(\kappa, \text{ch}(CU))$ для одного из нуклонов - продуктов реакций $Nd \rightarrow NNN$.

Авторы выражают свою благодарность Л.И.Лапидусу за полезные обсуждения ряда вопросов, затронутых в этой работе.

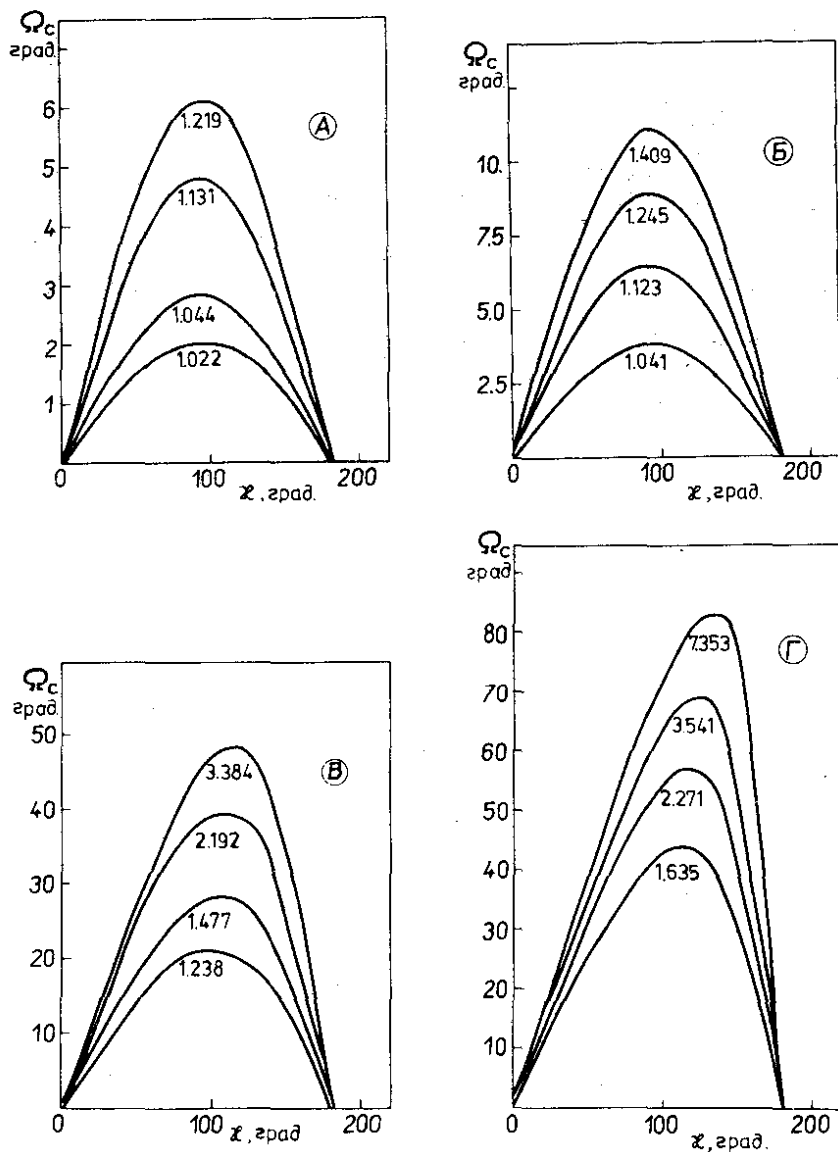


Рис. 7. Угол релятивистского поворота спина нуклона - продукта реакции $Nd \rightarrow NNN$. Цифры у кривых определяют лоренц-фактор ($\text{ch}(CU)$) нуклона в с.ц.м. Энергии налетающего нуклона в л.с.: а - 0,5 ГэВ, б - 1 ГэВ, в - 10 ГэВ, г - 50 ГэВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stapp H.P. Phys.Rev., 1956, 103, p.425.
2. Рижус В.И. ЖЭТФ, 1961, 40, 352.
3. Wick G.C. Ann.Phys., 1962, 18, p.65.
4. Смородинский Я.А. АЭ, 1963, 14, 110.
5. Черников А.Н. ЭЧАЯ, 1973, 4, 773.
6. Головин Б.М., Никаноров В.И. ОИЯИ, P2- 5272, Дубна, 1970.
7. Балдин А.М. и др. Кинематика ядерных реакций. Атомиздат, М., 1968.
8. Биленький С.М., Липидус Л.И., Рындин Р.М. ЖЭТФ, 1961, 51, 891.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июля 1977 года.