СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2 - 10849

А.С.Гальперин, Ю.Л.Калиновский

ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНОВ В ЛИНЕЙНОЙ СИГМА-МОДЕЛИ

1977

P2 - 10849

А.С.Гальперин, Ю.Л.Калиновский

ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ПИОНОВ В ЛИНЕЙНОЙ СИГМА-МОДЕЛИ

Гальперин А.С., Калиновский Ю.Л. P2 - 10849

Поляризуемость пионов в линейной сигма-модели

Рассмотрены амплитуда процесса $\gamma\gamma \to \pi\pi$ и поляризуемость пионов в линейной сигма-модели. Вычисления в алгебре токов и в теории поля с лагранжианами, являющимися нелинейными реализациями киральной симметрии, привели к различным теоретическим предсказаниям относительно поляризуемости π' -мезона. В данной работе на примере перенормируемой теории поля показано, что амплитуда $\gamma\gamma \to \pi\pi$ обладает "аномальным" с точки зрения гипотез алгебры токов поведением и резко меняется на пороге рождения двух пионов. В связи с этим экспериментальные результаты должны приводить к различным значениям величины поляризуемости пионов в зависимости от той области энергий, где производится измерение.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Galperin A.S., Kalinovsky Yu.L. P2 - 10849

Pion Polarizability in the Linear Sigma-Model

The amplitude of process $\gamma\gamma \to \pi\pi$ and pion polarizability within the linear sigma-model are considered. Calculations in the current algebra and in the field theory with Lagrangians have led to various theoretical predictions as to the π-meson polarizability. It is shown that $\gamma\gamma \to \pi\pi$ amplitude has "anomalous" behavior from the point of view of the current algebra hypothesis and changes sharply near the threshold of two- pion production. In this connection the experimental study should give different values for pion polarizability depending on an energy region measured.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

I. Введение

Интерес к вычислению поляризуемости пионов объясняется повышением возможностей экспериментальной техники. Рассмотрение этого вопроса привело к различным теоретическим предсказаниям /1,2/. Связь поляризуемости элементарных частиц с комптон-эффектом рассматривалась в работах /3/.

В работе /1/ поляризуемость пионов вычислена в алгебре токов с использованием PCAC и гипотезы гладкости амплитуды процесса $\gamma\gamma\to\pi\pi$. В частности, в ней получено, что поляризуемость π^0-мезона $\alpha_{\pi^0}=0$. В статье /2/ вычисления проводились в теории поля с лагранжианами, являющимися нелинейными реализациями киральной симметрии. В ней получено, что α_{π^0} отлична от нуля и равна $\alpha_{\pi^0}=-0{,}04\,\frac{\alpha}{m_\pi^2}$ $\left(\alpha=\frac{e^2}{4\pi}=\frac{1}{137}\right)$.

В настоящей работе рассматривается процесс $\gamma\gamma\to\pi\pi$ в линейной сигма-модели. На примере перенормируемой теории поля показано, что амплитуда $\gamma\gamma\to\pi\pi$ обладает "аномальным" с точки зрения гипотез алгебры токов поведением и резко меняется на пороге рождения двух пионов.

В следующем разделе мы приведём общий вид амплитуды в линейной σ-модели и получим выражение для поляризуемостей пионов в первых двух порядках теории возмущений $(e^2,\ e^2/F_\pi^2)$ с учётом пионных петель.

В третьем разделе проведём анализ полученных результатов.

2. Вычисление поляризуемости пионов в линейной σ - модели

Линейная σ-модель - наиболее известный и хорошо изученний при ср перенормируемой теории, обладающей киральной инвариантностью. Взаимодействие между полями $\vec{\pi}$, σ описывается лагранжианом[4]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left\{(\partial_\mu\vec{\pi})^2+(\partial_\mu\sigma)^2-\mu^2(\vec{\pi}^2+\sigma^2)\right\}+\frac{1}{4}\lambda(\vec{\pi}^2+\sigma^2)^2-a\sigma. \tag{1}$$

Здесь μ – неренормированная масса $\vec{\pi}$, σ; a-параметр нарушения симметрии. Делая сдвиг $\sigma = \sigma' - F_\pi$ ($F_\pi = 92$ МэВ – константа слабого распада пиона), получаем:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left\{(\partial_\mu\vec{\pi})^2-m_\pi^2\vec{\pi}^2+(\partial_\mu\sigma')^2-m_\sigma^2\sigma'^2\right\}+\frac{m_\sigma^2-m_\pi^2}{2F_\pi}\sigma'(\sigma'^2+\vec{\pi}^2)-$$
$$-\frac{m_\sigma^2-m_\pi^2}{8F_\pi^2}(\sigma'^2+\vec{\pi}^2)^2 \tag{2}$$

$(m_\pi^2=\mu^2-\lambda F_\pi^2,\ m_\sigma^2=\mu^2-3\lambda F_\pi^2)$. Переход от линейной σ– модели к нелинейной её реализации может быть осуществлён при $m_\sigma^2\to\infty$. Результаты, получаемые в линейной и нелинейной σ–моделях, совпадают в древесном приближении.

Лагранжиан взаимодействия пионов с электромагнитным полем имеет вид:

$$\mathcal{L}_{\pi A} = ie A_\mu(\pi^+\partial_\mu\pi^- - \pi^-\partial_\mu\pi^+) + e^2 A_\mu^2\pi^+\pi^-. \tag{3}$$

Амплитуда процесса $\gamma\gamma\to\pi\pi$ определяется формулой

$$<\pi^a(p_1)\pi^b(p_2)|S|\gamma_{\lambda_1}(q_1)\gamma_{\lambda_2}(q_2)> = \frac{i\,\delta^{(4)}(p_1+p_2-q_1-q_2)}{(2\pi)^2 4\sqrt{p_1^0p_2^0q_1^0q_2^0}}\varepsilon^\mu_{\lambda_1}\varepsilon^\nu_{\lambda_2}T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1,q_2) \tag{4}$$

где q_1, q_2 – импульсы фотонов; $\varepsilon^\mu_{\lambda_1}$, $\varepsilon^\nu_{\lambda_2}$ – их поляризации; p_1, p_2 – импульсы пионов; a, b – их изотопические индексы. Амплитуда $T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1,q_2)$ в первых двух порядках теории возмущений имеет вид[1,2]:

$$T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1q_2) = 2e^2(\delta_{ab}-\delta_{3a}\delta_{3b})\Big\{g^{\mu\nu} - \frac{p_1^{\mu}p_2^{\nu}}{p_1q_1} - \frac{p_1^{\nu}p_2^{\mu}}{p_1q_2} +$$

$$+\frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}(g^{\mu\nu}q_1q_2 - q_1^{\nu}q_2^{\mu})\beta^{(\pi)}\Big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\Big)\Big\} + 2e^2\delta_{3a}\delta_{3b}\frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}$$

$$(g^{\mu\nu}q_1q_2 - q_1^{\nu}q_2^{\mu})\beta_0^{(\pi)}\Big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\Big). \qquad (5)$$

Первые три члена в фигурных скобках – борновские.
$\beta^{(\pi)}\big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\big), \beta_0^{(\pi)}\big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\big)$ – вклады в амплитуду пионных петель для $\pi^{\pm}$ и π^0 соответственно. В (5) опущены члены, содержащие q_1^{μ} и q_2^{ν} $((q_1\epsilon_1) = (q_2\epsilon_2) = 0)$. Учтены также равенства $q_1^2 = q_2^2 = 0$, $p_1^2 = p_2^2 = m_\pi^2$. Амплитуда $T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1,q_2)$, когда пионы находятся вне массовой поверхности, имеет вид[2,5]

$$T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1,q_2) = 2e^2(\delta_{ab}-\delta_{3a}\delta_{3b})\Big\{g^{\mu\nu} - \frac{p_1^{\mu}p_2^{\nu}}{p_1q_1} - \frac{p_1^{\nu}p_2^{\mu}}{p_1q_2} +$$

$$+\frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}\Big(q_1q_2 + \frac{1}{3}(p_1^2+p_2^2-2m_\pi^2)\Big)\Big(g^{\mu\nu} - \frac{q_1^{\nu}q_2^{\mu}}{q_1q_2}\Big)J\Big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\Big)\Big\} + \qquad (6)$$

$$+2e^2\delta_{3a}\delta_{3b}\frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}\Big(q_1q_2 + \frac{1}{3}\big(p_1^2+p_2^2 - \frac{11}{6}m_\pi^2\big)\Big)\Big(g^{\mu\nu} - \frac{q_1^{\nu}q_2^{\mu}}{q_1q_2}\Big)J\Big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\Big).$$

Определение $J\big(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\big)$ см. в Приложении.
Вклад нуклонных петель подробно обсуждался в[2]. Поляризуемость α_π пиона определяется как коэффициент эффективного взаимодействия пиона с внешним электромагнитным полем

$$V_{int} = -\frac{\alpha_\pi}{2}\left(E^2 - H^2\right). \qquad (7)$$

Тогда из (5) для поляризуемостей получим выражения:

$$\alpha_{\pi^{\pm}} = \frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}\,\frac{e^2}{m_\pi}\,\beta^{(\pi)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)\Bigg|_{\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}=0}\,,$$

$$\alpha_{\pi^0} = \frac{1}{(4\pi F_\pi)^2}\,\frac{e^2}{m_\pi}\,\beta_0^{(\pi)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)\Bigg|_{\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}=0}\,. \tag{8}$$

Вычислим вклад пионных петель.

а) $\gamma\gamma \to \pi^0\pi^0$.

В амплитуду этого процесса во втором порядке теории возмущений ($e^2, e^2/F_\pi^2$) дадут вклад диаграммы, показанные на рис. 1, 2 (пунктирные линии - π -мезоны, сплошные - σ, волнистые - γ-кванты). При этом

$$T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1q_2) = \frac{2e^2}{(4\pi F_\pi)^2}\,\delta_{3a}\delta_{3b}(m_\sigma^2-m_\pi^2)\left\{\frac{m_\sigma^2-m_\pi^2}{m_\sigma^2-2q_1q_2}-1\right\}\frac{1}{i\pi^2}$$

$$\int\frac{dk}{(m_\pi^2-(k+q_1)^2-i\varepsilon)(m_\pi^2-(k-q_2)^2-i\varepsilon)}\left\{g^{\mu\nu}+\frac{4k^\mu k^\nu}{m_\pi^2-k^2-i\varepsilon}\right\}=$$

$$=\frac{2e^2}{(4\pi F_\pi)^2}\,\delta_{3a}\delta_{3b}(m_\sigma^2-m_\pi^2)\left\{\frac{m_\sigma^2-m_\pi^2}{m_\sigma^2-2q_1q_2}-1\right\}\left(g^{\mu\nu}-\frac{q_1^\nu q_2^\mu}{q_1q_2}\right)J\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right). \tag{9}$$

Вычисление интеграла см. в Приложении. В пределе $m_\sigma^2\to\infty$ амплитуда (9), а вместе с ней и поляризуемость совпадают с амплитудой $\gamma\gamma\to\pi^0\pi^0$ в нелинейной σ -модели[2] с нарушением:

$$T^{\mu\nu}_{ab}(p_1,p_2;q_1,q_2) = \frac{4e^2}{(4\pi F_\pi)^2}\,\delta_{3a}\delta_{3b}\left(g^{\mu\nu}q_1q_2-q_1^\nu q_2^\mu\right)\left(1-\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\right)J\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)=$$

$$=\frac{2e^2}{(4\pi F_\pi)^2}\,\delta_{3a}\delta_{3b}\left(g^{\mu\nu}q_1q_2-q_1^\nu q_2^\mu\right)\beta_0^{(\pi)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right) \tag{10}$$

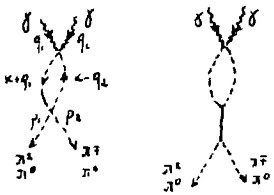

Рис.1

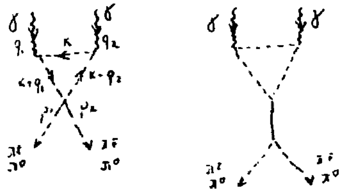

Рис.2

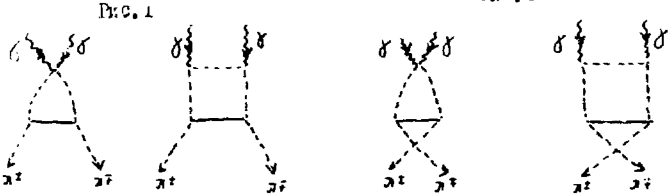

Рис.3

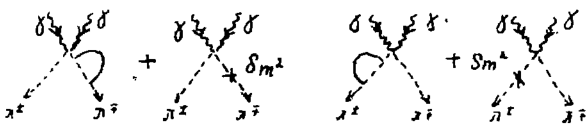

Рис.4

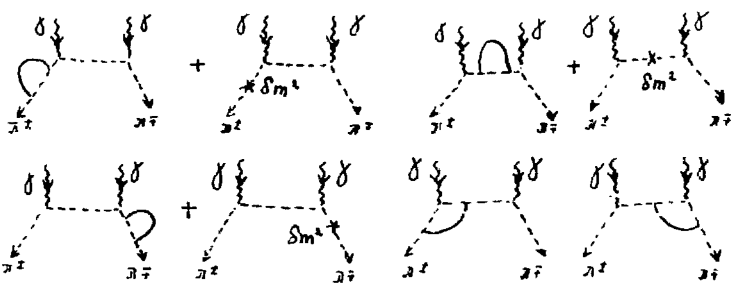

Рис.5

и

$$\alpha_{\pi^0}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)=\frac{2e^2}{(4\pi F_\pi)^2 m_\pi}\,\beta_0^{(2)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right). \tag{11}$$

Вклад барионных петель в $\gamma\gamma\to\pi^0\pi^0$ равен 0 /2/. График функции $\beta_0^{(2)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)$ изображён на рис. 6. Видно, что $\alpha_{\pi^0}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)$ резко меняется в интервале энергий от 0 до $2m_\pi^2$:

$$\alpha_{\pi^0}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}=0\right)=-0{,}06\,\frac{\alpha}{m_\pi^3}\,,$$
$$\alpha_{\pi^0}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}=2\right)=0{,}54\,\frac{\alpha}{m_\pi^3}\,. \tag{12}$$

б) $\gamma\gamma\to\pi^+\pi^-$.

В амплитуду этого процесса во втором порядке теории возмущений $(e^2, e^2/F_\pi^2)$ дадут вклад диаграммы, показанные на рис. 1, 2, 3, 4, 5. Вычисление диаграмм на рис. 1, 2 аналогично вышеизложенному. Вклад остальных диаграмм можно вычислить в предположении $q_1q_2 \ll 2m_\pi^2$ (см. Приложение). Окончательно:

$$T_{ab}^{\mu\nu}(p_1,p_2;q_1,q_2)\Big|_{q_1q_2\ll 2m_\pi^2}=\frac{2e^2}{(4\pi F_\pi)^2}\left(\delta_{ab}-\delta_{3a}\delta_{3b}\right)(q_1q_2)\left(g^{\mu\nu}-\frac{q_2^\mu q_1^\nu}{q_1q_2}\right)J\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right) \tag{13}$$

и

$$\alpha_{\pi^\pm}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)=\frac{e^2}{(4\pi F_\pi)^2 m_\pi}\,J\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)=\frac{e^2}{(4\pi F_\pi)^2 m_\pi}\,\beta^{(3)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right). \tag{14}$$

При этом

$$\alpha_{\pi^\pm}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)\Big|_{\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\to 0}=0\,. \tag{15}$$

Из (10) получаем, что дифференциальное сечение процесса $\gamma\gamma\to\pi\pi$ определяется как (см. рис. 6):

$$\frac{d\sigma}{dt}=\frac{1}{2\pi}\,\frac{e^4}{(4\pi F_\pi)^4}\left|\beta_0^{(2)}\left(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2}\right)\right|\,, \tag{16}$$

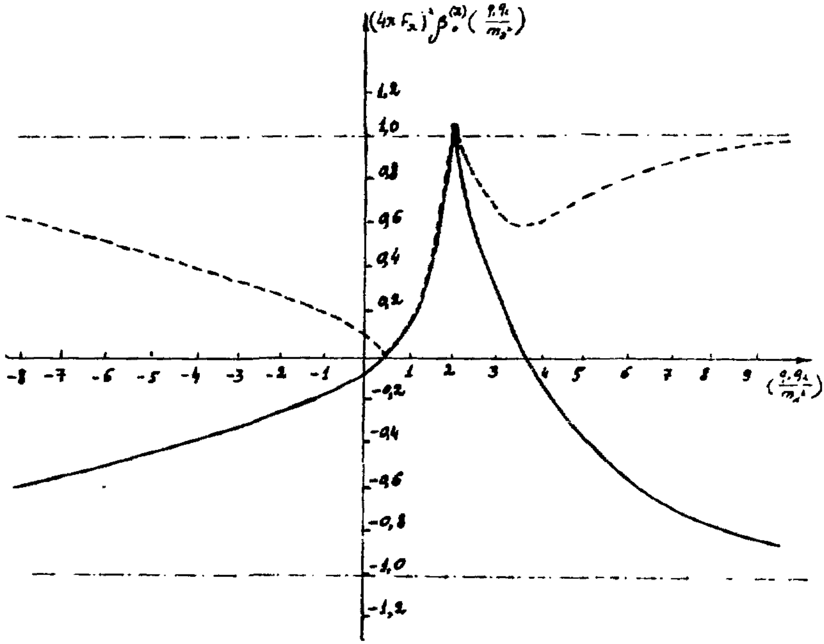

Рис. 6

Сплошная линия – $(4\pi F_\pi)^2 \mathrm{Re}\,\beta_0^{(\pi)}(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2})$,

пунктирная линия – $(4\pi F_\pi)^2 |\beta_0^{(\pi)}(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2})|$,

штрих-пунктирные линии – значение $(4\pi F_\pi)^2 \mathrm{Re}\,\beta_0^{(\pi)}(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2})$, $(4\pi F_\pi)^2|\beta_0^{(\pi)}(\frac{q_1q_2}{m_\pi^2})|$

при $m_\pi = 0$.

Единице на оси ординат соответствует поляризуемость $\approx 8\times10^{-43}$ см^3.

а полное как

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s}\, Im\, A(s,0) = \frac{1}{s}\, Im\, \beta_0^{(\pi)}\left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2}\right), \qquad (I7)$$

где $s = 2(q_1 q_2)$, $t = (p_1 - q_1)^2$. Полное выражение для $\beta_0^{(\pi)}\left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2}\right)$ приведено в Приложении.

3. Обсуждение результатов

Проведённые вычисления в линейной σ-модели позволили установить энергетическое изменение амплитуды $\gamma\gamma \to \pi\pi$ на расстоянии порядка $2m_\pi^2$ и проследить влияние вкладов пионных петель на функцию $\beta_0^{(\pi)}\left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2}\right)$ вблизи порога рождения двух пионов.

При рассмотрении поляризуемости π^0-мезона учитывались только пионные петли, так как барионные вклада не дают /2/, а вклад диаграмм с векторными мезонами мал /[illegible]/. В поляризуемость заряженных пионов основной вклад дают барионные петли. Они подробно обсуждались в /2/.

Алгебра токов /I/ с использованием $PCAC$ и гипотезы гладкости определяет значение поляризуемости только в точке $q_1 q_2 = \frac{1}{2} m_\pi^2$. Подставляя $\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} = \frac{1}{2}$ в (I0), получаем, что $\alpha_{\pi^0}\left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2} = \frac{1}{2}\right) = 0$, что совпадает с результатами /I/.

Так как поляризуемость сильно зависит от той области энергий, в которой производятся измерения, то экспериментальные результаты должны приводить к различным значениям этой величины: измерение поляризуемости в π-мезоатомах возможно при очень малых значениях энергии, а на встречных пучках или в реакции $\gamma N \to \gamma \pi N$ – вблизи точки $2m_\pi^2$.

Авторы выражают глубокую признательность В.Н. Первушину за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также

Д.И. Блохинцеву, М.К. Волкову, Е.А. Иванову и В.И. Огиевецкому за стимулирующие дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим интеграл в ( ), соответствующий сумме диаграмм на рис. I,2:

$$I = I_{(1)} + I_{(2)} = \int \frac{dk}{(m_\pi^2 - (k+q_1)^2 - i\varepsilon)(m_\pi^2 - (k-q_2)^2 - i\varepsilon)} \left\{ g^{\mu\nu} + \frac{4k^\mu k^\nu}{m_\pi^2 - k^2 - i\varepsilon} \right\} .$$

Используя параметризацию Фейнмана и формулы размерной регулярности [6], получим:

$$I_{(1)} = g^{\mu\nu} i\pi^2 \frac{\Gamma(\varepsilon_1)}{\pi^{\varepsilon_1} m^{2\varepsilon_1}} - g^{\mu\nu} i\pi^2 \int_0^1 \ln\left(1 + \frac{p^2}{m_\pi^2}\right) dx ,$$

$$I_{(2)} = -g^{\mu\nu} i\pi^2 \frac{\Gamma(\varepsilon_2)}{\pi^{\varepsilon_2} m^{2\varepsilon_2}} + g^{\mu\nu} i\pi^2 \int_0^1 \ln\left(1 + \frac{p^2}{m_\pi^2}\right) dx - i\pi^2 g^{\mu\nu} +$$

$$+ i\pi^2 g^{\mu\nu} \int_0^1 \frac{m_\pi^2}{p^2} \ln\left(1 + \frac{p^2}{m_\pi^2}\right) dx + 2i\pi^2 \int_0^1 \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \left\{ 1 - \frac{m_\pi^2}{p^2} \ln\left(1 + \frac{p^2}{m_\pi^2}\right) \right\} dx ,$$

где $p = (q_1 + q_2)x - q_2$.

Интеграл $J\left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2}\right) = \int_0^1 \ln\left\{1 + \frac{2 q_1 q_2}{m_\pi^2}(x^2 - x)\right\} \frac{dx}{x^2 - x}$ в области $0 \leqslant q_1 q_2 < 2m_\pi^2$ можно вычислить следующим образом. Если обозначить $\frac{2q_1 q_2}{m_\pi^2} = \xi$, то

$$\frac{d}{d\xi} J(\xi) = \frac{4}{\sqrt{4\xi - \xi^2}} \operatorname{arctg} \frac{\xi}{\sqrt{4\xi - \xi^2}} .$$

откуда

$$I = i\pi^2\left(g^{\mu\nu} - \frac{q_1^\nu q_2^\mu}{q_1 q_2}\right)\left\{\frac{2m_\pi^2}{q_1 q_2}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{2m_\pi^2}{q_1 q_2}-1\right)^{-1/2}\right]-1\right\}$$

и

$$\beta_0^{(\lambda)}\left(\frac{q_1 q_2}{m_\pi^2}\right) = \begin{cases} \frac{2}{(4\pi F_\pi)^2}\left(1-\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\right)\left\{\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}-1\right)^{-1/2}\right]-1\right\}, & 0 < q_1q_2 < 2m_\pi^2, \\ \frac{2}{(4\pi F_\pi)^2}\left(1-\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\right)\left\{-\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\ln^2\left(\frac{1+\sqrt{1-\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}}}{1-\sqrt{1-\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}}}\right)+\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\pi^2-1+\right. & \\ \qquad \left.+ i\pi\ln^2\left(\frac{1+\sqrt{1-\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}}}{1-\sqrt{1-\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}}}\right)\right\}, & q_1q_2 > 2m_\pi^2, \\ \frac{2}{(4\pi F_\pi)^2}\left(1-\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\right)\left\{-\frac{m_\pi^2}{2q_1q_2}\ln^2\left(\frac{1+\sqrt{1-\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}}}{-1+\sqrt{1-\frac{2m_\pi^2}{q_1q_2}}}\right)-1\right\}, & q_1q_2 < 0 . \end{cases}$$

При вычислении диаграмм на рис. 3,4,5 появляются интегралы

$$I_A = \int\frac{dk}{(m_\pi^2-(k+q_1)^2-i\varepsilon)(m_\pi^2-(k-q_2)^2-i\varepsilon)(m_\sigma^2-(k+q_1-p_1)^2-i\varepsilon)},$$

$$I_B = \int\frac{k^\Gamma dk}{(m_\pi^2-k^2-i\varepsilon)(m_\pi^2-(k+q_1)^2-i\varepsilon)(m_\sigma^2-m_\pi^2-2q_1p_1-k^2-2k(q_1-p_1))},$$

$$I_C = \int\frac{k^\Gamma k^\nu dk}{(m_\pi^2-(k+q_1)^2-i\varepsilon)(m_\pi^2-(k-q_2)^2-i\varepsilon)(m_\pi^2-k^2)(m_\sigma^2-m_\pi^2+2q_1p_1-k^2-2k(q_1-p_1)-i\varepsilon)} .$$

Их можно вычислить, переходя к евклидовой метрике и воспользовавшись приближением $q_1 q_2 \ll 2m_\pi^2$. Например, для I_B :

$$I_B^{(eu)} = i\cdot i\,\delta_{\Gamma 0}\int\frac{k^\Gamma dk}{(m_\pi^2+k^2)(m_\pi^2+k^2+2kq_1)(m_\sigma^2-m_\pi^2+2q_1p_1+k^2+2k(q_1-p_1))} =$$

$$= i\cdot i\,\delta_{\Gamma 0}\int\frac{k^\Gamma dk}{(m_\pi^2+k^2)^2(m_\sigma^2+k^2)}\left\{1-\frac{2kq_1}{m_\pi^2+k^2}+\dots\right\}\left\{1+\frac{m_\pi^2-2q_1p_1}{m_\sigma^2+k^2}-\right.$$

$$
- \frac{2\kappa(q_1 p_1)}{(m_\sigma^2+\kappa^2)} + \frac{4\kappa(q_1 p_1)\kappa(q_1 p_1)}{(m_\sigma^2+\kappa^2)^2} - \frac{4\kappa(q_1 p_1)(m_\lambda^2-2q_1 p_1)}{(m_\sigma^2+\kappa^2)^2} + \dots \Big\} =
$$

$$
= i \cdot i\, g^{\mu\nu} \int \frac{\kappa\gamma^\mu d\kappa}{(m_\lambda^2+\kappa^2)^2(m_\sigma^2+\kappa^2)} \Big\{ - \frac{2\kappa(q_1 p_1)}{m_\sigma^2+\kappa^2} - \frac{4\kappa(q_1 p_1)(m_\lambda^2-2q_1 p_1)}{(m_\sigma^2+\kappa^2)^2} -
$$

$$
- \frac{8(\kappa q_1)(q_1 p_1)\kappa(q_1 p_1)}{(m_\sigma^2+\kappa^2)^2(m_\lambda^2+\kappa^2)} + \dots \Big\}.
$$

Окончательно:

$$
I_3 = i\pi^2 p_1\gamma^\mu \Big\{ - \frac{m_\lambda^2}{m_\sigma^4} \ln \frac{m_\sigma^2}{m_\lambda^2} + 2\frac{m_\lambda^2}{m_\sigma^4} + \frac{1}{2m_\sigma^2} - \frac{1}{3}\frac{(q_1 p_1)}{m_\sigma^4} \Big\}.
$$

Интегралы I_A, I_c считаются аналогично. [illegible] результаты:

$$
I_A = \left(\frac{1}{2m_\sigma^2} \ln \frac{m_\sigma^2}{m_\lambda^2} + \frac{7}{6}\frac{q_1 q_2}{m_\sigma^4} - \frac{m_\lambda^2}{2m_\sigma^4} - \frac{1}{m_\sigma^2} + \frac{1}{3}\frac{q_1 q_2}{m_\lambda^2 m_\sigma^2} \right) i\pi^2 ,
$$

$$
I_c = i\pi^2 \Big\{ g^{\mu\nu} \Big[- \frac{m_\lambda^2}{m_\sigma^4} \ln \frac{m_\sigma^2}{m_\lambda^2} + \frac{1}{2m_\sigma^2} + \frac{11}{6}\frac{m_\lambda^2}{m_\sigma^4} \Big] +
$$

$$
+ \frac{g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^\nu q_2^\mu}{6 m_\lambda^2 m_\sigma^2} - \frac{g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^\nu q_2^\mu}{3 m_\sigma^4} - \frac{p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu}{3 m_\sigma^4} \Big\}.
$$

Литература

1. [illegible] Терентьев. [illegible], 16, 102, 1972; УФН, 112, 37, 1974.
2. [illegible] Волков, [illegible] Первушин. ЯФ., 22, 346, 1975.
3. [illegible] Петрулькин. Тр. ФИАН, 41, "Наука", 1968;
   A.M.Baldin. Nucl.Phys., 18, 310, 1960;
   F.Cannata, P.Mazzanti. Preprint IFUB/77-4.
4. S.Gasiorowicz, D.A.Geffen. Rev.of Mod.Phys., 41,531, 1969;
   [illegible] де Альфаро и др. Токи в физике адронов, "Мир", М., 1976.
5. [illegible] Волков, [illegible] Первушин. ЯФ, 20, 762, 1974.
6. F.Cannata, S.Zerbini and P.Mazzanti. Lett.Nuovo Cimento, 10, 649, 1970.
7. G.Leibbrandt. Rev.of Mod.Phys., 47, 849, 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 августа 1977 года.