СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10739

М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ О ПРОХОЖДЕНИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ КРИСТАЛЛЫ

1977

P2 - 10739

М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ О ПРОХОЖДЕНИИ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ КРИСТАЛЛЫ

Подгорецкий М.И. P2 - 10739

К вопросу о прохождении ультрарелятивистских частиц через кристаллы

В рамках модели, использующей усредненное распределение заряда (аналогичной модели Линхарда), проведен теоретический анализ процесса осевого каналирования ультрарелятивистских частиц, движущихся внутри цилиндрических областей, образованных тепловыми колебаниями ядер кристаллической решетки монокристалла. Выявлено различие угловых распределений каналирующих электронов и позитронов, входящих в состав пар, образованных коллимированными фотонами высокой энергии. Конкретный вид угловых распределений получен в приближении параболического потенциала.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Podgoretsky M.I. P2 - 10739

On Passing of Ultrarelativistic Particles through Crystals

Theoretical analysis of the axis channeling of ultrarelativistic particles moving inside the cylindrical regions formed by heat vibrations of nuclei of monocrystal lattice is performed within the framework of a model using an averaged charge distribution (similar to the Linhard model) . The difference between the angular distributions of channeling electrons and positrons composing the pairs formed by the high energy collimated photons was shown. A specific mode of angular distributions was obtained in the parabolic potential approximation.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

1. В последнее время появился интерес к экспериментам по каналированию /и к блокинг-экспериментам/ с участием ультрарелятивистских частиц/1–10/. Цель настоящей работы состоит в анализе некоторых из возникающих при этом явлений в случаях, когда частицы оказываются по каким-либо причинам вблизи одного из ядер кристалла. Излагаемые ниже результаты претендуют только на роль качественных оценок. Поэтому мы ограничимся классическим рассмотрением в рамках простых моделей. Для указанной цели такой подход является оправданным и достаточным /см. *Приложение*/.

2. Пусть ультрарелятивистская частица образовалась внутри кристалла в каком-либо ядерном процессе и летит в направлении, близком к направлению атомного ряда. Например, это может быть электрон, возникший в процессе $\gamma \to e^{+} + e^{-}$, или электрон, излучивший тормозной γ-квант и оказавшийся тем самым вблизи ядра. Такая частица пролетает вблизи других ядер рассматриваемого ряда и испытывает более интенсивное многократное кулоновское рассеяние, чем в среде с той же средней плотностью, но с неупорядоченным расположением ядер. Еще одна существенная особенность состоит в том, что последовательные акты кулоновского рассеяния оказываются сильно коррелированными по направлению. Это дает возможность использовать модель, в которой дискретно расположенные ядра заменены электрическим зарядом, непрерывно "размазанным" с постоянной плотностью ρ внутри цилиндра, ось которого совпадает с осью атомного ряда, а радиус R определяется амплитудой тепловых колебаний ядер. Правомерность модели оправдывается тем, что в ее рамках пространственные периоды, характеризующие движение частиц, оказываются большими по сравнению с расстоянием d между соседними атомами*.

Итак, будем считать, что плотность заряда

$$\rho = Ze/\pi d R^2 \quad \text{при} \quad r \leq R\,, \qquad\qquad /1/$$

$$\rho = 0 \quad \text{при} \quad r > R.$$

Тогда возникает радиальное электрическое поле

$$\vec{E} = \frac{2Ze}{dR^2}\,\vec{r} \quad \text{при} \quad r \leq R\,, \qquad\qquad /2/$$

$$\vec{E} = \frac{2Ze}{d}\,\frac{\vec{r}}{r^2} \quad \text{при} \quad r > R$$

с потенциалом

$$V = -\frac{Ze}{dR^2}\,r^2 \quad \text{при} \quad r \leq R\,, \qquad\qquad /3/$$

$$V = -\frac{Ze}{d}(1 + 2\ln r/R) \quad \text{при} \quad r > R\,.$$

Положительные частицы будут быстро выталкиваться из области $r < R$, отрицательные - двигаться внутри этой области. В дальнейшем мы в основном будем обсуждать поведение отрицательных частиц.

---

*Если ядра совершают независимые тепловые колебания и вероятность поперечного отклонения задается законом $P(x,y) = \frac{1}{2\pi a^2}\exp(-\frac{x^2+y^2}{2a^2})$, то для плотности заряда следует принять выражение $\rho(r) = \frac{Ze}{2\pi d a^2}\exp(-\frac{r^2}{2a^2})$. Мы заменяем его постоянной плотностью внутри цилиндра с радиусом $R = a\sqrt{2}$. О численных значениях d и a для разных кристаллов см., например, в /11/. Электронное экранирование в первом приближении не учитывается.

Уравнение движения записывается при $r \leq R$ в виде

$$m\frac{d}{dt}(\gamma\vec{u}) = -\frac{2Ze^2}{dR^2}\vec{r}\ , \qquad /4/$$

где $\gamma = (1-\frac{u^2+v^2}{c^2})^{-1/2}$, $\vec{u}$ - поперечная и v - продольная скорости.

Обычно /см., например,[6] / в лоренц-факторе γ пренебрегают поперечной скоростью u, т.е. заменяют γ на

$$\gamma_v = (1-\frac{v^2}{c^2})^{-1/2}\ . \qquad /5/$$

Тогда величина γ_v оказывается постоянной, ее можно вынести за знак производной и записать /4/ в виде

$$m\gamma_v\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{2Ze^2}{dR^2}\vec{r}\ . \qquad /4'/$$

Следовательно, возникает простое периодическое движение

$$\vec{r} = \vec{A}\ \mathrm{Cos}\,\omega t + \vec{B}\,\mathrm{Sin}\,\omega t\ , \qquad /6/$$

в котором поперечные векторы $\vec{A}$ и $\vec{B}$ определяются начальными условиями, а частота

$$\omega = \frac{e}{R}\sqrt{\frac{2Z}{md\gamma_v}}\ . \qquad /7/$$

Продольное смещение $z = vt$. Поэтому из /6/ и /7/ следует также

$$\vec{r} = \vec{A}\,\mathrm{Cos}\,z/L + \vec{B}\ \mathrm{Sin}\ z/L\ ,^{*} \qquad /6'/$$

$$L = \frac{Rv}{e}\sqrt{\frac{md\gamma_v}{2Z}}\ . \qquad /7'/$$

---

* Отступление от принятого в модели осцилляторного потенциала переводит эллиптическое движение /6'/ в т.н. "розеточное". Последнее следует отличать от "розеточного" движения отрицательных частиц вокруг кристаллических рядов /см., например,[9,12] /, поскольку сейчас речь идет о движении внутри этих рядов.

Далее величину γ_v снова заменяют полным лоренц-фактором γ. Кроме того, для ультрарелятивистских частиц v можно заменить на c. Тогда вместо /7/ и /7'/ можно записать

$$\omega = \frac{ec}{R}\sqrt{\frac{2Z}{Ed}}, \qquad L = \frac{L}{e}\sqrt{\frac{dE}{2Z}}, \qquad /8/$$

где E - энергия частицы. При движении вдоль одной из главных осей свинца $L \approx 6\cdot 10^{-8}\sqrt{\gamma}\,см.$

Пусть в начальный момент частица была на оси "трубки" $(\vec{r}=0)$ и двигалась под углом $\vec{\theta}$. Тогда из /6'/ следует

$$\vec{r} = L\vec{\theta}\,\mathrm{Sin}\; z/L, \qquad /6''/$$

и максимальная величина бокового смещения $r_m = L\theta$. Критический угол θ_k, аналогичный углу Линхарда/13/, определяется в рассматриваемой модели условием $r_m = R$, откуда следует, что

$$\theta_k = R/L = e\sqrt{\frac{2Z}{dE}}. \qquad /9/$$

Критический угол не зависит от величины R. Для свинца $\theta_k \simeq \frac{3{,}5\cdot 10^{-2}}{\sqrt{\gamma}}$.

3. В обсуждаемой задаче амплитуда поперечных колебаний по порядку величины всегда совпадает с R. Поэтому из /6/ и /8/ следует, что поперечная скорость u падает с ростом γ_v, и на первый взгляд кажется, что в ультрарелятивистской области замена γ на γ_v вполне обоснована. На самом деле это верно не всегда, поскольку для замены γ на γ_v недостаточно условия

$u/v \ll 1$, а требуется выполнение значительно более сильного условия:

$$\frac{u^2}{c^2} \ll 1 - \frac{v^2}{c^2} = 1/\gamma_v^2. \qquad /10/$$

В соответствии с /7/ поперечная скорость $u \approx \omega A \propto 1/\sqrt{\gamma_v}$, и при достаточно больших γ_v условие /10/ наверняка нарушается. Легко видеть, что это происходит при

$$\gamma_v \gtrsim \tilde{\gamma}_v = \left[\frac{mc^2}{\left(\frac{2Ze^2}{d}\right)} \right] \frac{R}{A^2} \quad . \qquad /11/$$

Величина, стоящая в правой части /11/, равна при $A \approx R$ нескольким сотням. Это значит, что существует очень широкая ультрарелятивистская область, в которой проведенные рассуждения корректны, но для $\gamma_v \gtrsim \tilde{\gamma}_v$ они нуждаются в пересмотре. В частности, это относится к электронам с энергией, превышающей несколько сот мегавольт.

При невыполнении условия /10/ в уравнении /4/ нельзя уже пренебречь зависимостью лоренц-фактора γ от времени, и характер движения резко усложняется* . Вместе с тем, можно показать, что очень важная в практическом плане величина критического угла θ_k по-прежнему определяется выражением типа /9/. Для этой цели проще всего исходить из законов сохранения энергии, импульса и момента количества движения, причем рассуждение можно провести для произвольного потенциального поля $U(r)$, обладающего осевой симметрией. Пусть в начальный момент частица находится в точке $\vec{r}$, имея продольный импульс p и поперечный импульс с радиальной и тангенциальной составляющими q и Δ . Предположим, что существует некоторая критическая окружность радиуса $R \gtrsim r$, выход за пределы которой приводит к нарушению режима каналирования / R может иметь смысл расстояния, на котором электрическое поле ядер компенсируется электронным экранированием; в нашей модели R по порядку величины совпадает с радиусом "трубки"/. Выясним, при каких значениях q и Δ траектория поперечного движения частицы касается критической окружности, не выходя за ее пределы.

Закон сохранения энергии дает

---

*Физический смысл условия /10/ особенно четко выявляется при переходе в систему, в которой продольная скорость $v=0$. В этой системе поперечная скорость равна $u\gamma_v$, и при $\gamma_v \ll \tilde{\gamma}_v$ поперечное движение оказывается нерелятивистским, в противном случае - релятивистским.

$$\sqrt{m^2c^4+p^2c^2+q^2c^2+\Lambda^2c^2}+U(r)=\sqrt{m^2c^4+p_1^2c^2+q_1^2c^2+\Lambda_1^2c^2}+U(r_1).$$

В нашей задаче силы, будучи радиальными, не могут изменить продольной компоненты импульса, т.е. $p_1 = p$. Кроме того, имеется равенство $r\Lambda = r_1\Lambda_1$, вытекающее из закона сохранения углового момента. В итоге мы получаем соотношение

$$\sqrt{m^2c^4+p^2c^2+q^2c^2+\Lambda^2c^2}+U(r) =$$

$$=\sqrt{m^2c^4+p^2c^2+q_1^2c^2+b^2\Lambda^2c^2}+U(r_1),$$

в котором $b = r/r_1$. В точке касания $r_1 = R$ и $q_1 = 0$. Поэтому окончательно:

$$\sqrt{m^2c^4+p^2c^2+q^2c^2+\Lambda^2c^2}+U(r) =$$

$$=\sqrt{m^2c^4+p^2c^2+b^2\Lambda^2c^2}+U(R), \qquad b=r/R. \qquad /12/$$

Фиксируем сначала составляющую Λ и определим с помощью /12/ предельно допустимое значение q. Получим

$$q^2c^2=(b^2-1)\Lambda^2c^2+[U(R)-U(r)]^2+$$

$$+2[U(R)-U(r)]\sqrt{m^2c^4+p^2c^2+b^2\Lambda^2c^2}.$$

Здесь последний член очень велик по сравнению с остальными двумя, а под знаком корня можно пренебречь величиной $b^2\Lambda^2c^2$ по сравнению с $(m^2c^4+p^2c^2)$. Поэтому при любых значениях Λ:

$$q^2c^2\approx 2[U(R)-U(r)]\sqrt{m^2c^4+p^2c^2}\approx 2[U(R)-U(r)]\,E.$$

Критический угол $\theta_k' = q/p$, т.е.

$$\theta_k' \approx \sqrt{\frac{2[U(R)-U(r)]}{E}}. \qquad /13/$$

Если, в соответствии с /3/, положить $U(r) = \frac{Z e^2 r^2}{d R^2}$, то при $r = 0$ формула /13/ переходит в /9/.

Теперь фиксируем величину q и определим предельное значение Δ. При этом из равенства /12/ можно получить биквадратное уравнение

$$(1-b^2)c^4\Lambda^4 + 2\{-(1+b^2)[U(R)-U(r)]^2 + (1-b^2)q^2c^2\}c^2\Lambda^2 -$$

$$-4(m^2c^4+p^2c^2)[U(R)-U(r)]^2 + \{q^2c^2 - [U(R)-U(r)]^2\} = 0$$

с решением

$$(1-b^2)c^2\Lambda^2 = \frac{(1+b^2)[U(R)-U(r)]^2 - (1-b^2)q^2c^2}{1-b^2} +$$

$$+\sqrt{\frac{\{(1+b^2)[U(R)-U(r)]^2-(1-b^2)q^2c^2\}^2}{(1-b^2)^2} + 4(m^2c^4+p^2c^2)[U(R)-U(r)]^2 - \{q^2c^2-[U(R)-U(r)]^2\}^2}$$

Как и в первом случае, здесь можно оставить только один главный член; в итоге получаем, что при любом q

$$\Lambda^2 c^2 = \frac{2[U(R)-U(r)]}{1-r^2/R^2} E .$$

Теперь критический угол $\theta_k'' = \Lambda/p$, т.е.

$$\theta_k'' = \sqrt{\frac{2[U(R)-U(r)]}{(1-r^2/R^2)E}} . \qquad /13'/$$

Если $U(r) = \frac{Z e^2 r^2}{d R^2}$, то при любом начальном r приходим к соотношению /9/.

С точки зрения возможных приложений важна также величина телесного угла Ω, внутри которого частица захватывается в режим каналирования.

Поскольку углы θ_k' и θ_k'' оказались независимыми друг от друга, телесный угол

$$\Omega = 4\theta_k'\theta_k'' = \frac{8}{\sqrt{1-r^2/R^2}}\,\frac{U(R)-U(r)}{E}\ . \qquad /14/$$

Зная конкретный вид $U(r)$, легко найти среднее значение $<\Omega>$. В рамках нашей первоначальной модели

$$<\Omega> = \frac{16Ze^2}{5dE}\ . \qquad /14'/$$

4. Выше уже отмечалось, что нарушение условия /10/ приводит к сильному усложнению характера движения частицы. Существует, однако, одно исключение, когда движение оказывается все же довольно простым. Имеется в виду тот случай, когда поперечное движение происходит по кругу. Поперечная скорость $\vec{u}$ имеет тогда только тангенциальную компоненту и постоянна по величине, продольная скорость v и лоренц-фактор также постоянны. В этих условиях из уравнения /4/ следует равенство

$$m\gamma u\omega = \frac{2Ze^2r}{dR^2}\ ,$$

в котором угловая скорость $\omega = u/r$. В результате имеем

$$u = \frac{er}{R}\sqrt{\frac{2Z}{m\gamma d}} = \frac{erc}{R}\sqrt{\frac{2Z}{Ed}}\ , \qquad /15/$$

а угловая скорость ω выражается первой из формул /8/, которая, в отличие от /7/, оказывается не приближенной, а точной. Траектория частицы является спиралью

$$x = r\,\mathrm{Cos}\,z/L\ , \qquad y = r\,\mathrm{Sin}\,z/L\ , \qquad /16/$$

причем L, как прежде, дается второй формулой /8/. Таким образом, движение очень сходно с тем, которое имеет место при выполнении условия /10/.

5. Принятую нами модель "размазанного" заряда следовало бы дополнить анализом роли флуктуаций, разрушающих описанное выше каузальное движение и при-

водящих к вылету частицы из "трубки". Обратимся к соответствующим качественным оценкам. Частица может пролететь очень близко от какого-либо из ядер и испытать кулоновское рассеяние на угол $\theta > \theta_k$. Акты такого "катастрофического" рассеяния должны быть включены в модель "размазанного заряда" в качестве дополнительного статистического фактора, приводящего к вылету частицы из "трубки".

При параметре удара r кулоновское рассеяние релятивистской частицы происходит на угол $\theta \sim \frac{Ze^2}{rE}$. Условие $\theta \gtrsim \theta_k$ приводит к $r \lesssim Ze^2/E\theta_k = \sqrt{\frac{Ze^2 d}{2E}}$, вероятность такого события $w \sim r^2/R^2 = \frac{Ze^2 d}{2R^2 E}$. Следовательно, соответствующий средний пробег $\ell = d/w$, т.е.

$$\ell = \frac{2ER^2}{Ze^2}. \qquad /17/$$

Выход за пределы "трубки" может произойти не только из-за акта "катастрофического" рассеяния, но также и в результате накопления большого числа случайных рассеяний на малые углы, связанных с флуктуациями плотности заряда в трубке. Грубая оценка верхней границы длины, на которой это явление становится существенным, снова приводит к /17/. Отношение

$$\ell/L = \frac{2R}{e}\sqrt{\frac{2E}{Zd}}. \qquad /18/$$

Для релятивистских частиц оно очень велико по сравнению с единицей, т.е. на протяжении большого числа периодов /растущего вместе с E / движение частицы можно считать каузальным.

6. Если отрицательная частица оказалась вблизи ядра и летит вдоль оси кристалла под углом $\theta < \theta_k$, она движется в режиме каналирования и не может выйти за пределы "трубки". Посмотрим, когда /и с какой вероятностью/ реализуется такая ситуация применительно к электронам. Если кристалл облучается соответствующим

образом направленным и хорошо сколлимированным пучком электронов, то после первого же акта тормозного излучения электрон оказывается внутри "трубки". Однако направление его движения может измениться на угол $\phi \sim \frac{mc^2}{E}$. Поэтому при относительно малых энергиях, когда $\theta_k < \phi$, захват в режим каналирования не обязателен, он происходит с вероятностью

$$w' = (\theta_k/\phi)^2 = \frac{2Ze^2E}{d(mc^2)}, \qquad /19/$$

растущей с энергией. Начиная с энергии

$$E_k \gtrsim \frac{d(mc^2)}{2Ze^2}, \qquad /20/$$

которая для свинца составляет примерно 400 *МэВ*, каналирование осуществляется практически после каждого акта тормозного излучения /если частицы первичного пучка образуют с осью кристалла углы, меньшие θ_k /.

Сказанное, включая формулы /19/ и /20/, относится в полной мере и к электронам от e^+e^--пар, образованных первичными γ-квантами. Такие электроны при $E > E_k$ движутся внутри "трубки", не выходя за ее пределы. Иначе ведут себя позитроны. Пройдя вдоль "трубки" расстояние порядка L, позитрон выталкивается наружу, причем наклон его траектории к оси "трубки" изменяется на угол порядка θ_k. Встретив на своем пути другую "трубку", он некоторое время движется внутри нее, затем вылетает в каком-то новом направлении и т.д. Иными словами, проекция движения на плоскость, перпендикулярную оси "трубки", качественно может быть описана как двухмерное многократное рассеяние на кругах радиуса R, расположенных на расстояниях d друг от друга /электрическое поле вне "трубок" мало, и в этом рассуждении оно полагается равным нулю/.

В проекции на указанную плоскость среднее расстояние между двумя последовательными "рассеяниями" составляет величину порядка d^2/R, а путь внутри каждой "трубки" равен примерно R. Поэтому отношение времени, проводимого позитроном вне "трубок", к времени внутри них можно оценить как $\left(\frac{d^2}{R}\right) / R = d^2/R^2 >> 1$.

Следовательно, в отличие от электрона позитрон почти всегда находится вне "трубок".

7. Различие в характере движения приводит к различию угловых распределений электронов и позитронов, входящих в состав e^+e^--пар: первое оказывается более узким. Для иллюстрации этого вывода предположим, что в проекции на плоскость, перпендикулярную оси "трубки", вершины e^+e^--пар распределены равиомерно внутри круга радиуса R, а начальное направление частиц практически параллельно оси "трубки" /т.е. γ-кванты хорошо коллимированы и выполнено усиленное неравенство /20//; будем также считать, что вне "трубок" электрическое поле отсутствует /грубый учет экранирования/. Тогда для электронов уравнение /4/ приводит при начальном условии $r = r_0$ к движению, в котором r изменяется в интервале $(-r_0, r_0)$, а угол θ изменяется от $\theta = 0$ до $\theta = \frac{r_0}{R}\sqrt{\frac{2Ze2}{dE}}$. Плотность вероятности $P_-(\theta)$ легко вычисляется с учетом того, что она обратно пропорциональна производной $d\theta/dt$ при рассматриваемом значении θ. Полученное распределение нужно затем усреднить по случайным значениям $\vec{r}_0$. Результат имеет вид

$$P_-(\theta) = \frac{4}{\pi\theta_k^2}\sqrt{\theta_k^2-\theta^2}, \qquad 0 \le \theta \le \theta_k . \qquad /21/$$

Позитроны подавляющую часть времени находятся вне "трубок". Поэтому вид распределения $P_+(\theta)$ определяется не характером их движения внутри исходной "трубки", а теми углами, под которыми они из нее вылетают /и которые остаются практически постоянными, пока позитрон находится вне "трубок"/. В рассматриваемых нами условиях угол θ зависит только от величины r_0, и для его вычисления можно воспользоваться законом сохранения энергии, аналогично тому, как это было сделано при выводе формулы /13/. Учитывая затем равномерное распределение $\vec{r}_0$ по сечению "трубки", можно получить

$$P_+(\theta) = 2\theta/\theta_k^2 , \qquad 0 \le \theta \le \theta_k . \qquad /22/$$

Сопоставление /21/ и /22/ показывает, что в рассматриваемых условиях угловое распределение электронов действительно у́же распределения позитронов.

Следует также иметь в виду, что различие угловых распределений электронов и позитронов, по-видимому, усиливается при переходе от модели однородной "трубки" к более реалистической модели, в которой малые значения начальных координат r_0 встречаются относительно чаще больших. В этом же направлении могут влиять и потери энергии на излучение, приводящие к затуханию поперечного движения электронов /потери на излучение приводят также к энергетическим различиям электронов и позитронов, относящихся к одной и той же e^+e^--паре, но этот вопрос выходит за рамки настоящей статьи/.

Заметим в заключение, что экспериментальное исследование угловых распределений электронов и позитронов желательно проводить на кристаллах, толщина которых не превосходит ℓ. Для свинца из /17/ следует, что $\ell = 4{,}1 \cdot 10^{-7}\gamma$ *см*.

Настоящая работа инициирована статьями Э.Н.Цыганова /9/; она не могла бы появиться без разносторонней помощи В.Г. Барышевского, Я.И.Грановского, В.Л.Любошица и Э.А.Перельштейна. Автор глубоко благодарен указанным лицам.

Приложение

Приведем несколько замечаний, характеризующих используемую модель непрерывно распределенного заряда.

Из формулы /8/ основного текста следует, что отношение пространственного периода колебаний к постоянной решетки растет с энергией частицы($L/d \sim \sqrt{E}$) и уже при $E \sim 1$ *БэВ* оно равно нескольким сотням. С этой точки зрения непрерывная модель вполне оправдана. При "рядовом" акте кулоновского рассеяния частица пролетает мимо ядра на расстоянии порядка R и рассеивается на угол $\theta \sim \frac{Ze^2}{RE}$. В рамках модели этот угол должен быть мал по сравнению с θ_k. Отношение $\theta/\theta_k \sim \sqrt{\frac{Ze^2}{RE}\frac{d}{R}}$ падает с энергией и становится меньше единицы при $E \gtrsim 0{,}1$ *МэВ*, т.е. при интересующих нас высоких энергиях условие $\theta/\theta_k \ll 1$ также выполняется. Двигаясь в соответствии с /6/, частица обладает поперечной скоростью порядка ωR и поперечным импульсом порядка $m\gamma\omega R \sim m\gamma c\sqrt{\frac{2Ze^2}{Ed}}$; последний должен быть большим по сравнению с поперечным импульсом $\frac{Ze^2}{Rc}$, приобретаемым частицей в акте "рядового" кулоновского рассеяния. Как легко видеть, это приводит к требованию, совпадающему с условием $\theta/\theta_k \ll 1$.

Не нарушает ли пролетающая частица структуру "трубки", выбивая ядра из их равновесных положений? Такое выбивание, безусловно, происходит при "катастрофических" рассеяниях и изредка может происходить при "рядовых" рассеяниях, поскольку передаваемый ядру импульс $\frac{Ze^2}{Rc}$ при больших Z не очень мал по сравнению с импульсом $\hbar/R$, характерным для движения ядер в узлах кристалла /их отношение равно $\frac{Ze^2}{\hbar c} \sim Z/100$ /. Однако выбиваемые ядра движутся настолько медленно, что создаваемое ими электрическое поле практически остается статическим, и характер движения частицы не изменяется. Действительно, при импульсе $\frac{Ze^2}{Rc}$ и массе M ядро имеет скорость Ze^2/MRc. Частица пролетает мимо ядра за время $\tau \sim R/c$, в течение которого ядро успевает сместиться на расстояние Ze^2/Mc^2, очень малое по сравнению с R /их отношение равно $\frac{Ze^2}{Rmc^2} \approx 10^{-7}$/.

Теперь остается выяснить, насколько оправдана замена квантовомеханического описания движения классическим. Такая замена возможна при выполнении условия $\lambda/R \ll 1$, где $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p\theta_k}$ - длина волны, определяемая величиной поперечного импульса частицы. Пользуясь формулой /9/, получаем $\lambda/R = \frac{2\pi\hbar c}{e^2}\sqrt{\frac{d}{R}}\sqrt{\frac{e^2}{2ZRE}}$. Видно, что классический подход становится приемлемым при достаточно высоких энергиях. В частности, для свинца при $E \approx 1$ *БэВ* отношение $\lambda/R \approx 5 \cdot 10^{-2}$.

Литература

1. *Гришаев И.А. и др. УФЖ, 1971, 16, с.1548.*
2. *Мороховский В.Л. и др. П.ЖЭТФ, 1972, 16, с.162.*
3. *Carrigan R.A. Phys. Rev.Lett., 1975, 35, p.206.*
4. *Fich O. e.a. Phys. Lett., 1975, 57B, p.90.*
5. *Fich O. e.a. Phys. Rev.Lett., 1976, 36, p.1245.*
6. *Кумахов М.А. ДАН СССР, 1976, 230, с.1077; ЖЭТФ, 1977, 72, с.1489.*
7. *Allen D. e.a. Lett.Nuovo. Cim., 1976, 15, p.529.*
8. *Барышевский В.Г., Дубовская И.Я. ДАН СССР, 1976, 231, с.1335.*
9. *Tsyganov E.N. Fermilab TM-682, TM-684, 1976 .*
10. *Kanofsky A. Lett.Nuovo Cim., 1976, 17, p.191.*
11. *Gemmel D.S. Rev.Mod.Phys., 1974, 46, p.129.*
12. *Bell F. e.a. Phys. Lett., 1972, 38A, p.373.*
13. *Линхард Й. УФН, 1969, 99, с.249.*

Рукопись поступила в издательский отдел 10 июня 1977 года.