ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10717

А.В.Радюшкин

ГЛУБОКОУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ В ТЕОРИИ ПОЛЯ И АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СВОБОДА

1977

Р2 - 10717

А.В.Радюшкин

ГЛУБОКОУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ СОСТАВНЫХ ЧАСТИЦ В ТЕОРИИ ПОЛЯ И АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СВОБОДА

Направлено в "Physics Letters"

Радюшкин А.В.

Р2 - 10717

Глубокоупругое рассеяние составных частиц в теории поля и асимптотическая свобода

В явном виде вычислено поведение при больших Q^2 электромагнитного формфактора пиона в неабелевой калибровочной теории с помощью предложенного теоретико-полевого подхода к глубокоупругим процессам с участием составных частиц. Этот подход эквивалентен новому типу партонной модели, в которой используются партонные волновые функции.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Radyushkin A.V.

P2 - 10717

Deep Elastic Processes of Composite Particles in Field Theory and Asymptotic Freedom

The large Q^2 behaviour of the pion electromagnetic form factor is explicitly calculated in the non-Abelian gauge theory to demonstrate a field-theoretical approach to the deep elastic processes of composite particles. The approach is equivalent to a new type of parton model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

В настоящее время обычно принимается, что адроны представляют собой сложные объекты, состоящие из кварков, взаимодействующих посредством промежуточного глюонного поля. Приблизительный скейлинг в глубоконеупругом рассеянии свидетельствует о том, что инвариантный заряд кварк-глюонного взаимодействия мал в области больших переданных импульсов. Следовательно, надежда на то, что квантово-полевые расчеты, основанные на использовании теории возмущений, можно применять в области больших передач импульса, имеет некоторое оправдание. Эффективная техника, основанная на использовании операторных разложений и методов ренормгруппы /РГ/, была применена к исследованию процессов глубоконеупругого рассеяния [1]. Исходя из недавних исследований поведения электромагнитного формфактора пиона при больших Q^2 с помощью операторных разложений [2] и анализа асимптотик диаграмм Фейнмана в α-представлении [3], мы исследуем глубокоупругие процессы с участием составных частиц с помощью техники, аналогичной использованной в [1].

Рассмотрим электромагнитный формфактор пиона, трактуя пион как связанное состояние кварков, имеющих спин 1/2. Формфактор такой системы может быть записан через волновую функцию Бете - Солпитера χ, как показано на *рис. 1а*. Благодаря свойству $\chi = K \times \chi$, где K - бете-солпитеровское ядро, можно записать F_π как показано на *рис. 1б*. Каждая диаграмма может быть

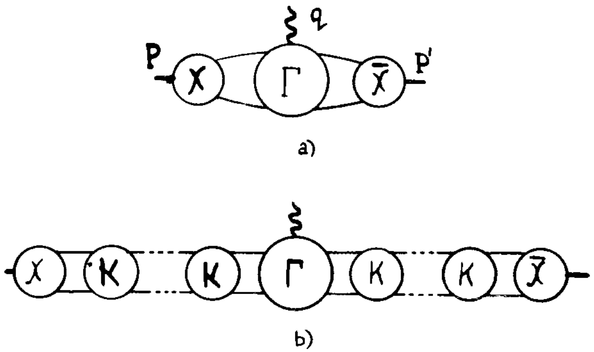

Рис. 1. Электромагнитный формфактор составного пиона.

формально записана в α -представлении /см., напр.,[4,5] /:

$$R^{\mu}(P,P')=g^{2}\left(\frac{g^{2}}{16\pi^{2}}\right)^{N_{loop}}\int_{0}^{\infty}\frac{\Pi\, d\alpha_{\sigma}}{\mathfrak{D}^{2}(\alpha)}\, G^{\mu}(\alpha,P,P')\times$$

$$\times\exp\{iq^{2}\frac{A(\alpha)}{\mathfrak{D}(\alpha)}+iI(\alpha,m_{\pi}^{2})\}, \qquad /1/$$

где функции $\mathfrak{D}$, G , A и I определяются топологической структурой диаграммы, причем χ, $\bar{\chi}$ - вершины необходимо рассматривать как подграфы, а не как точки. Один из важнейших результатов анализа фейнмановских диаграмм в α -представлении состоит в том, что поведение при больших Q^2 в теории с безразмерной константой связи определяется интегрированием в области малых α -параметров, принадлежащих подграфам, сжатие которых в точку лишает диаграмму зависимости от большой переменной Q^2. Для электромагнитного формфактора пиона интегрирование по малым λ_V $(\lambda_V=\sum_{\sigma\in V}\alpha_\sigma)$ дает ведущий вклад $F_V^{lead}(Q^2)\sim Q^{-\Sigma t+2}$, где t_i - твист /≡ размерность минус спин/ поля, описывающего i -тую внешнюю линию подграфа V, а $Q=\sqrt{-q^2}$. Принимая во внимание, что в теории с векторными глюонами t = 1 для полей кварков, но t = 0 для векторных полей A^μ /как для глюонов, так и для фотона/, можно сделать вывод о том, что ведущий вклад могут давать только подграфы, имеющие 4 внешних кварковых линии и произвольное число глюонных линий /*рис. 2*/. Используя представление Меллина

$$F_{\pi}(Q^{2})=\frac{1}{2\pi i}\int_{-i\infty}^{i\infty}\Phi(J)\,(Q^{2})^{J}\,dJ\,, \qquad /2/$$

можно сказать, что интегрирование в области $0\le\lambda_V\le 1/\mu^2$ дает полюс $(J+1)^{-1}\,(1/\mu^2)^{J+1}\,\bar{f}\times E\times f$, где $\bar{f}$, E - вклад подграфа V, а $\bar{f}$, f - вклады левой и правой слабосвязанных частей, получающихся в результате сжатия V в

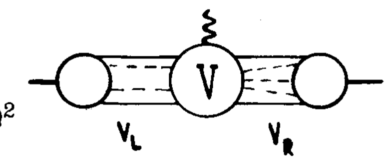

Рис. 2. Подграф, дающий лидирующий при больших Q^2 *вклад.*

точку. Функции f , $\bar{f}$ не зависят от J, поскольку сжатие V в точку ликвидирует зависимости от J. Суммирование по всем возможным подграфам выглядит как ряд теории возмущений, причем $E(Q^2/\mu^2, g(\mu^2))$ описывает взаимодействие на малых расстояниях, а f и $\bar{f}$ соответствуют надлежащим образом нормированным кварк-пионным вершинам:

$$F_{\pi}(Q^{2})=\frac{1}{Q^{2}}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}f_{m}^{I}(\mu^{2},g,P')\,E_{mn}^{IK}(Q^{2}/\mu^{2},y)\, f_{n}^{K}(\mu^{2},g,P), \qquad /3/$$

где I , K обозначают спинорные индексы. Ведущий вклад может быть получен только тогда, когда f ,

$\bar{f}$ проектируются на аксиальную структуру[2,3,6]. Функция $f_m^A \equiv a_m$ определяется матричными элементами операторов твиста 2 $\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu \vec{D}_\mu \dots \vec{D}_\mu \psi$:

$$2^n i^{n-1} \langle 0|\vec{\psi}(0)\gamma_5 \{\gamma_{\mu_1} \vec{D}_{\mu_2} \dots \vec{D}_{\mu_{n+1}}\}\psi(0)|P\rangle =$$

$$= \{P_{\mu_1} \dots P_{\mu_{n+1}}\} a_n(\mu^2, g(\mu^2)) \frac{1+(-1)^n}{2}, \qquad /4/$$

где D - ковариантная производная, действующая на поля кварков. $\{\ \}$ означает, что соответствующая функция симметрична по $\mu_1, \dots \mu_{n+1}$ и все ее свертки с $g^{\dots\mu_i\dots\mu_j\dots}$ равны нулю, а μ^2 служит ренормировочным параметром. Применяя $\mu\ d/d\mu$ к обеим сторонам выражения /4/, получаем уравнение ренормгруппы

$$\sum_{n=n'}^{\infty}\sum_{m=m'}^{\infty} \{[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g}]\delta_{m'm}\delta_{nn'} + \qquad /5/$$

$$+\bar{z}_{m'm}\delta_{nn'} + \delta_{m'm} z_{nn'}\} E_{mn} = 0,$$

где

$$[\mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g}] a_n(\mu^2, g) = \sum_{m'=0}^{m} z_{nm'} a_{m'}. \qquad /6/$$

Согласно /6/, имеет место смешивание между операторами с разным спином /но с одинаковым твистом/.

Проиллюстрируем методику вычислений на примере диаграммы низшего порядка /*рис. 3а*/. α-представление для ведущего вклада такой диаграммы в неабелевой калибровочной теории имеет следующий вид:

$$g^2 C_2(R) \sum_{V_L, V_R} (g^2/16\pi^2)^{N_L+N_R} \int \frac{\Pi d\alpha_\sigma^{(L)}}{D^2(V_L)} e^{iI(\alpha^{(L)}, m_\pi^2)} \frac{1}{4} Sp\{\gamma_5\gamma_\nu G_L\} \times$$

$$\times \int \frac{\Pi d\alpha_\sigma^{(R)}}{D^2(V_R)} e^{iI(\alpha^{(R)}, m_\pi^2)} \frac{1}{4} Sp\{\gamma_5\gamma_\lambda G_R\} \int d\alpha\, d\beta\ Sp\{\gamma_5\gamma^\nu\gamma^\alpha$$

$$\gamma_5\gamma^\lambda\gamma_\alpha \hat{P}\gamma\} \frac{L(\alpha^{(L)})D(V_R)}{D} e^{i\{\alpha\frac{LD(V_R)}{D} + \beta\frac{LR}{D}\}q^2 + 0(\lambda^2)}, \qquad /7/$$

где $\alpha_\sigma^{(L)} \in V_L$, $\alpha_\sigma^{(R)} \in V_R$. Мы также учли, что для ведущего вклада функция $G_L(G_R)$ зависит только от $P(P')$ и что $D = D(V_L)D(V_R) + 0(\lambda_V)$, где $\lambda = \alpha + \beta$. Смысл двудеревьев L, L′, R, R′ ясен из *рис. 3б*. Интегрирование в окрестности $\alpha \sim 0$, $\beta \sim 0$ дает

$$\sum_{V_L, V_R} (\frac{g^2}{16\pi^2})^{N_L+N_R} \frac{2P^\mu}{q^2} \int \frac{\Pi d\alpha_\sigma^{(L)}}{D^2(V_L)} \frac{e^{iI(\alpha^{(L)}, m_\pi^2)}}{1-L_-/D(V_L)} C_2(R) g^2$$

$$G^A(V_L) \int \frac{\Pi d\alpha^{(R)}}{D^2(V_R)} \frac{\exp i\{I(\alpha^{(R)}, m_\pi^2)\}}{1-R_-/D(V_R)} G^A(V_R). \qquad /8/$$

Мы воспользовались тем, что для диаграмм типа 3б $R_+ = D(V_R)$, где $R_\pm = R' \pm R$, и, следовательно, $R/D(V_R) = (1+R_-/D(V_R))/2$. Разлагая в ряд $1/(1-R_-/D) = \Sigma(R_-/D)^n$, получаем выражение типа /3/. Множитель $(R_-/D)^n$ означает как раз, что соответствующий оператор содержит n производных. Вследствие симметрии между R и R′ вклады, соответствующие нечетным n, равны нулю. Введем партонную волновую функцию

$$\tilde{\phi}(x, \mu^2) = \mathrm{Reg}_{\mu^2} \sum_{diagr} (g^2/16\pi^2)^{N_d} \int \frac{\Pi d\alpha_\sigma}{D^2(\alpha)} G^A(\alpha, P)$$

$$\exp iI(\alpha, m_\pi^2)\,\delta(x - R_-/D). \qquad /9/$$

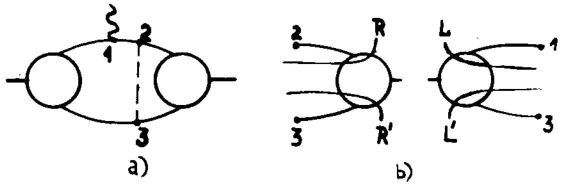

Рис. 3. Структура диаграммы низшего порядка.

Поскольку $|R_-/D| \le 1$, функция обращается в нуль при $|x| \ge 1$. Иначе, $\tilde\phi(x,\mu^2)$ есть такая функция, n-й момент которой равен $a_n(\mu^2)$:

$$\int_{-1}^{1} dx\, x^n \tilde\phi(x,\mu^2) = a_n(\mu^2)\frac{1+(-1)^n}{2}. \qquad /10/$$

Следовательно, $\tilde\phi(x) = \tilde\phi(-x)$.

Функцию $\tilde\phi$ можно нормировать, заметив, что величина матричного элемента аксиального тока известна из процесса $\pi \to \mu\nu$:

$$\langle 0|\bar\psi(0)\gamma_5\gamma_\mu\psi(0)|P\rangle = i\sqrt{2}\, f_\pi P_\mu , \qquad /11/$$

причем $f_\pi \approx 100$ *МэВ*. Поскольку аксиальный ток имеет нулевую аномальную размерность, выражение /11/ справедливо при любых μ^2. Поэтому мы положим $\tilde\phi(x,\mu^2) = \frac{\sqrt{2}}{2} f\, a(x,\mu^2)$. Окончательный результат тогда имеет вид:

$$F_\pi^{lead}(Q^2) = F_\pi^A(Q^2) = 16\pi\alpha_s(Q^2)\frac{f_\pi^2}{Q^2}\frac{C_2(R)}{N_c}|\gamma(Q^2)|^2, \qquad /12/$$

где

$$\gamma = \int_0^1 a(\xi,Q^2)\,d\xi/(1-\xi^2) \qquad \left|\int_0^1 a(\xi,Q^2)\,d\xi\right| = 1.$$

Представление /3/ эквивалентно следующей партонной модели для глубокоупругого рассеяния. Расщепление пиона на два кварка с импульсами $x P_1$, $x P_2$ описывается волновой функцией $\phi(x_1,x_2,\mu^2)\delta(1-x_1-x_2)$, а слияние кварков с импульсами $y_1 P'$, $y_2 P'$ - пион-волновой функцией $\phi^*(y_1,y_2,\mu^2)\delta(1-y_1-y_2)$. Амплитуда перехода $x_1 P, x_2 P \to y_1 P', y_2 P'$ строится по обычным правилам:

$$F_\pi(Q^2) = \int_0^1 dx\,dy\,\phi^*(y,1-y,\mu^2)\,E(x,y,P,P',\mu^2)\,\phi(x,1-x,\mu^2). \qquad /13/$$

Для диаграммы 3а

$$(P_\mu + P'_\mu)E = \frac{1}{xyq^2}\,\frac{1}{xq^2}\,Sp\{\gamma^\mu\frac{\gamma_5\hat P}{4}\gamma^\alpha\frac{\gamma_5\hat P'}{4}\gamma_\alpha(P'-xP)\}$$

волновые функции симметричны $\phi(x_1,x_2) = \phi(x_2,x_1)$ и $\tilde\phi(\xi) = \phi(\frac{1+\xi}{2},\frac{1-\xi}{2})$. Эта физическая интерпретация функции $\tilde\phi(\xi,\mu^2)$ свидетельствует о том, что $|\tilde\phi(\xi,\mu^2)|$ максимальна при $\xi = 0$ и обращается в нуль при $\xi = 1$. Приняв для простоты $|a(\xi,\mu^2)| = \frac{1}{2}(1-\xi^2)$ /3/2 определяется нормировочным условием/ и исходя из того, что анализ нарушения скейлинга в глубокоупругом рассеянии в предположении, что имеет место асимптотическая свобода, т.е. что $\alpha_s(Q^2) \approx \frac{4\pi}{9\ln(Q^2/\Lambda^2)}$ дает $\Lambda \approx 0{,}5$ *ГэВ*, получаем, что $\alpha_s(Q^2 = 2) \approx 0{,}7$, и, с учетом того, что $C_2(R) = 4/3$, $N_c = 3$, находим $F_\pi(Q^2=2) \approx 0{,}18$. Формула $F_\pi(Q^2) = (1+Q^2/0{,}47)^{-1}$ /экстраполяция ρ-мезонного полюса, хорошо описывающая экспериментальные данные/ дает $F_\pi(Q^2=2) = 0{,}19$. Фактор $\frac{m_\pi^2}{Q^2}$, определяющий величину поправок на массу пиона, мал при $Q^2 \ge 2$. Именно, $m_\pi^2/Q^2 < 1\%$. Таким образом, поправками типа ξ-скейлинга /8/ можно пренебречь. Остается вклад операторов $\bar\psi\gamma_5\overleftrightarrow{D}\ldots\overleftrightarrow{D}\psi$, имеющих твист 3. Он может быть вычислен точно так же, как и аксиальный вклад.

Необходимо также учесть следующий член в разложении функции $E(1, \bar{g}(Q^2))$, имеющий порядок $\frac{\alpha(Q^2)}{\pi} \approx 20\%$.

Мы видим, таким образом, что квантовая хромодинамика при $\alpha_s(2) = 0{,}7$ находится в неплохом согласии с данными эксперимента, по крайней мере, в области $1 \leq Q^2 \leq 3$ *ГэВ*^{2}.

Партонная формулировка нашего подхода может быть легко применена и к другим адронам. Протон в глубоко-упругом рассеянии описывается волновой функцией $\phi(x_1, x_2, x_3, \mu^2)\,\delta(1 - x_1 - x_2 - x_3)$, связанной с операторами типа $\psi_1 \mathcal{C} \gamma_5 \gamma_\mu \psi_2 (\overleftrightarrow{D}_{23})(\overleftrightarrow{D}_{13}) \psi_3$, где $\mathcal{C}$ - матрица зарядового сопряжения. К сожалению, нет никакой априорной информации о нормировке функции $\phi(x_1, x_2, x_3, \mu^2)$. Она может быть взята из данных по протонному формфактору, а затем партонные волновые функции можно использовать для фитирования данных по упругому рассеянию адронов на большие углы:

$$M(s,t)\big|_{AB\to CD} = \int \Pi\, dx_k^{(A)} dx_\ell^{(B)} dx_m^{(C)} dx_n^{(D)} \delta(1 - \Sigma x_k^{(A)}) \delta(1 - \Sigma x_\ell^{(B)})$$

$$\delta(1 - \Sigma x_m^{(C)}) \delta(1 - \Sigma x_n^{(D)}) \phi^*(x_m^{(C)}) \phi^*(x_n^{(D)}) E(x_k^{(A)}, x_\ell^{(B)}, x_m^{(C)},$$

$$x_n^{(D)}, P_A, P_B, P_C, P_D, \mu^2)\, \phi(x_k^{(A)}) \phi(x_\ell^{(B)}). \qquad /14/$$

Низшее приближение для E воспроизводит правила кваркового счета /9/ $d\sigma/dt|_{AB\to CD} \sim s^{-N+2}$, где $N = n_A + n_B + n_C + n_D$. Кроме того, появляется множитель $[\alpha(ut/s)]^{N-2}$, который дает дополнительную зависимость от s. В области $ut/s \sim m_p^2$ необходимо учесть поправки на массу протона. Функция $Q^2 F_\pi(Q^2)$ даже при умеренно больших Q^2 ведет себя как $\alpha_s(Q^2)$. Поэтому исследование электромагнитного формфактора пиона, по-видимому, является лучшим средством экспериментального изучения природы ренормировки заряда кварк-глюонного взаимодействия. Волновые функции

$\phi(x, Q^2)$ также зависят от Q^2 вследствие аномальных размерностей. Но предварительные оценки показывают, что изменение $\gamma(Q^2)$ с Q^2 не может скомпенсировать уменьшения $\alpha_s(Q^2)$ в неабелевой асимптотически свободной калибровочной теории, и отсутствие дополнительной логарифмической зависимости в области $Q^2 \gtrsim m_p^2$ было бы серьезным аргументом против асимптотической свободы $\alpha_s(Q^2) \sim 1/\ln(Q^2/\Lambda^2)$ в пользу предположения /10/ $\alpha_s(Q^2) = \mathrm{const}$ при $Q^2 \geq 2$ *ГэВ*^{2}.

Я глубоко признателен А.В.Ефремову за стимулирующие дискуссии.

Литература

1. *Politzer H.D. Phys. Rep., 1974, 14C, p.129.*
2. *Goldberger M.L., Guth A.H., Soper D.E. Phys. Rev., 1976, D14, p.1117.*
3. *Ефремов А.В., Радюшкин А.В. ТМФ, 1977, 30, с.168.*
4. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. Наука, М., 1976.*
5. *Efremov A.V., Ginzburg I.F. Fortschr. der Physik, 1974, 22, p.575.*
6. *Polyakov A.M. In: Proc. Int. Symp. on Lepton and Photon Interactions, SLAC, 1975.*
7. *Parisi G., Petronzio R. Phys. Lett., 1976, 62B, p.331.*
   De Rujula A., Georgi H., Politzer H.D. Ann.Phys., (NY), 1977, 103, p.315.
   Glück M., Reya E. Univ. Mainz preprint MZ-TH 76/10, 1976.
8. *Georgi H., Politzer H.D. Phys. Rev., 1976, D14, p.1829.*
9. *Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, p.719.*
10. *Brodsky S.J., Farrar G.R. Phys. Rev.Lett., 1973, 31, p.1153.*

Рукопись поступила в издательский отдел 14 июня 1977 года.