

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ23.4  
П-223

У/2-77  
P2 - 10490

2436/2-77

А.Ф.Пашков, Н.Б.Скачков, И.Л.Соловцов

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ  
АДРОННЫХ СЕЧЕНИЙ В ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ФАКТОРИЗУЮЩИХСЯ КВАРКОВ

**1977**

P2 - 10490

А.Ф.Пашков,\* Н.Б.Скачков, И.Л.Соловцов

**АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ  
АДРОННЫХ СЕЧЕНИЙ В ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ФАКТОРИЗУЮЩИХСЯ КВАРКОВ**

\* Саратовский государственный университет.

Пашков А.Ф., Скачков Н.Б., Соловцов И.Л.

P2 - 10490

Асимптотическое поведение адронных сечений  
в динамической модели факторизующихся кварков

Модель факторизующихся кварков дополнена динамическим предположением о виде эффективного самосогласованного потенциала, который задается в релятивистском конфигурационном представлении, выводимом с помощью гармонического анализа на группе Лоренца. Получены простые формулы для сечений эксклюзивных процессов в асимптотической области, содержащие явную зависимость нестепенного вида от числа валентных кварков. Проведено сравнение полученных формул с экспериментальными данными по  $pp$ -рассеянию.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Pashkov A.F., Skachkov N.B., Solovtsov I.L. P2 - 10490

*Asymptotic Behaviour of Hadron Cross Sections  
in the Quark Model with Factorizability Assumption*

*A simple dynamical mechanism of the quark scattering on an effective potential is assumed in the framework of the quark model with factorizability assumption. The simple formulae describing the elastic hadron cross-section asymptotic behaviour with dependence on the elementary constituents are obtained. The comparison of the model with the experimental data on the  $pp$ -elastic scattering is made.*

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

## I. Введение

Эксперименты по изучению высокоэнергетических упругих двух-частичных процессов при больших переданных импульсах

$$s \rightarrow \infty, |t| \rightarrow \infty, t/s - \text{фикс.} \quad (1)$$

указывают на степенное поведение дифференциальных сечений и электромагнитных формфакторов адронов

$$\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) \sim \frac{1}{s^n} f\left(\frac{t}{s}\right), \quad (2)$$

$$F_h(t) \sim \frac{1}{t^m}. \quad (3)$$

Объяснение этому явлению на основе принципа автомодельности и соображений о составной природе частиц было дано в [1]. При этом в полученных формулах, известных как правила кваркового (или размерного) счета, показатели степеней  $n$  и  $m$  в (2) и (3) определялись числом элементарных составляющих  $n_a$  и  $n_b$ , т.е. числом валентных, или составляющих (*constituent*) кварков, входящих в состав участвующих в реакции частиц  $a$  и  $b$ :

$$\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) \sim \frac{1}{s^{2(n_a+n_b-1)}} f\left(\frac{t}{s}\right), \quad (4)$$

$$F_h \sim \frac{1}{t^{n_h-1}}. \quad (5)$$

Из (4) для дифференциального сечения  $pp$ -рассеяния следует

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) \sim \frac{1}{s^{10}} f\left(\frac{t}{s}\right), \quad (6)$$

что неплохо согласуется с опытом (обсуждение сравнения предсказаний кваркового счета с экспериментальными данными содержится в работах /2/).

Правила кваркового счета (4) и (5) были получены на основании теории размерностей. Представляется, конечно, весьма интересным вопрос: на основе каких модельных предположений о механизме взаимодействия кварков можно объяснить экспериментально наблюдаемое поведение сечений и формфакторов в области (I)? Эта задача изучалась рядом авторов. Так, в /3/ было использовано выражение для сечений столкновений адронов  $a$  и  $b$  через электромагнитные формфакторы частиц

$$\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) \sim [\bar{G}_a(t) G_b(t)]^2 \quad (7)$$

В предположении о дипольном характере поведения формфакторов протона из формулы (7) для  $pp$ -рассеяния следует, что  $\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp)$  должно убывать в асимптотической области (I), как  $s^{-8}$ .

В работе /4/ дифференциальное сечение определяется, кроме формфакторов, еще и амплитудой рассеяния кварков  $F(s, t)$ :

$$\frac{d\sigma}{dt}(ab \rightarrow ab) \sim \frac{1}{s^{1/2}} [\bar{G}_a(t) G_b(t)]^2 |F(s, t)|^2 \quad (8)$$

При  $F(s, t) \approx \text{const}$  в области (I) выражение (8) приводит к убыванию  $pp$ -сечения, как  $s^{-10}$ . Предположение о доминирующей роли обмена составляющими кварками, сделанное в /5/, приводит с учетом протонного "кора" к следующему соотношению:

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) \sim [C_p(s)C_p(t)C_p(\eta)]^2 f\left(\frac{t}{s}\right), \quad (9)$$

из которого следует убывание  $\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp)$ , как  $s^{-1.2}$ .

В моделях с асимптотической свободой для показателя степени упругого  $pp$ -рассеяния получено выражение <sup>16/</sup>

$$n_{эфф.} = 10 + a \ln [e_n(s/2) / e_n(s_0)]. \quad (10)$$

Более быстрый логарифмический рост  $n_{эфф.}$  с энергией дает модели эйконального типа <sup>17/</sup>

$$n_{эфф.} = n_1 + n_2 \ln s.$$

Суммирование класса фейнмановских графов, проведенное в <sup>18/</sup>, привело к формулам, совпадающим с правилами кваркового счета (5) в партонной области  $g_0^2 \ln t / \ll 1$  ( $g_0$  - неперенормированный голый заряд) и отличным от (4,5) в области больших  $-t$ .

Вопрос о необходимых условиях, при которых возникает степенное асимптотическое поведение амплитуды, исследовался и в рамках релятивистских трехмерных квазипотенциальных уравнений <sup>19/</sup>. Это позволило найти явные выражения для функции  $f(t/s)$  в (5) в случае частиц со спином <sup>10/</sup>.

Таким образом, в настоящее время существует большое количество моделей, использующих различные предположения о механизме взаимодействия адронов и составляющих их кварков и приводящих к отличающимся друг от друга видам зависимости сечений и факторов при больших  $-t$ . Причем как одни только теоретические соображения, так и имеющиеся данные не позволяют отдать предпочтение какой-нибудь одной из этих моделей.

В настоящей работе мы на основе модели факторизующихся кварков, использующей общие вероятностные соображения, и с помощью гармонического анализа на группе Лоренца получим простые формулы для асимптотического поведения сечений упругих процессов. Эти формулы содержат зависимость от числа кварков, входящих в состав адронов, но в отличие от правила кваркового счета (4) зависимость от  $n$  не является степенной.

## 2. Модель факторизующихся кварков

Модель факторизующихся кварков в [11] оказалась исключительно плодотворной для предсказания соотношений между сечениями различных процессов, целый ряд которых был успешно подтвержден данными эксперимента (см., например, обсуждение этой модели в [12]).

В этой модели процесс высокоэнергетического упругого рассеяния адронов на большие углы рассматривается следующим образом. Столкнувшиеся адроны создают некоторое самосогласованное поле  $V_{эфф}$ , на котором валентные кварки, входящие в состав адронов, рассеиваются квазинезависимым образом. При этом принимается, что амплитуда рассеяния двух адронов на угол  $\theta$  (в системе центра масс) пропорциональна произведению амплитуд рассеяния отдельных валентных кварков  $g_i(\epsilon)$  на самосогласованном потенциале  $V_{эфф}$ .

$$\sigma(\overline{ab} \rightarrow ab) = \prod_i g_i^a(\epsilon) \prod_i g_i^b(\epsilon). \quad (12)$$

Такое предположение можно понять, если перейти к языку теории вероятностей и считать, что квадрат амплитуды рассеяния адрона или кварка на угол  $\theta$  пропорционален вероятности этого процесса. Тогда

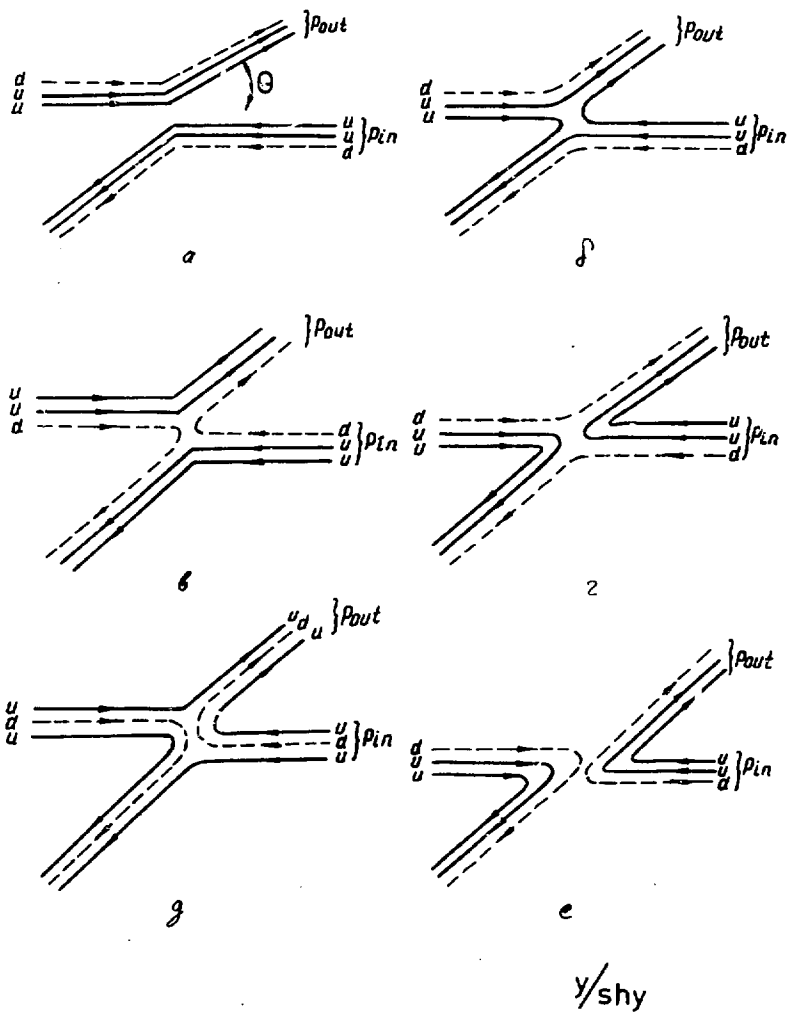


Рис. I



квадрат амплитуды рассеяния данного адрона на угол  $\theta$  будет пропорционален вероятности того, что подходящие комбинации кварков будут испущены в подходящих направлениях. Но, поскольку имеется в виду, что отдельные кварки рассеиваются на потенциале  $V_{\text{эфф}}$  независимым образом, то мы можем применить известное из теории вероятностей положение о том, что вероятность наступления нескольких статистически независимых событий равна произведению вероятностей отдельных событий. Отсюда следует, что упомянутая выше вероятность испускания целой комбинации кварков на угол  $\theta$  равна произведению индивидуальных вероятностей рассеяния кварка на угол  $\theta$ , и мы приходим к формуле (12).

Формула (12) применима лишь тогда, когда в адроне  $a$  отсутствуют кварки, тождественные некоторым кваркам из адрона  $b$ , например, в случае  $K^+p$ -рассеяния. В противном случае, как, например, для  $p/p$ - и  $p^+p$ -рассеяния необходимо учитывать и обменное взаимодействие. Так, для  $p/p$ -рассеяния, кроме диаграммы, учитывающей рассеяние всех шести кварков на угол  $\theta$  (см. рис. 1а), имеется еще диаграмма (см. рис. 1б,в) с учетом обмена одним кварком между двумя протонами (т.е. рассеяния двух кварков на угол  $\pi - \theta$ ), которая может возникать в 5 комбинациях: четыре с обменом  $p$ -кварком и одна с обменом  $n$ -кварком. То же справедливо и для процесса обмена двумя кварками (см. рис. 1г,д). Случай, когда все шесть кварков могут рассеяться на угол  $\pi - \theta$ , отвечает диаграмме 1е на рис. 1. Отвлекаясь от проблематичного вопроса о статистике кварков (см. обсуждение в [12]), представим, следуя работе [11], амплитуду  $p/p$ -рассеяния в виде

$$\sigma_{pp \rightarrow pp} = g_p^4(\theta) g_n^2(\theta) \left[ 1 + 4 \Sigma_p^2(\theta) + \Sigma_n^2(\theta) + 4 \Sigma_p^4(\theta) + \Sigma_n^4(\theta) + \Sigma^6(\theta) \right]. \quad (13)$$

где  $\Sigma_q(\theta) = \frac{g_q(\pi-\theta)}{g_q(\theta)}$  и не учитывается возможное проявление сплюснутых кварков. Аналогичные формулы,

$$\sigma_{ab \rightarrow ab} = \sum_i \prod_i g_i^q(\theta) \prod_j g_j^e(\theta), \quad (14)$$

где знак  $\sum$  означает суммирование по всем возможным процессам перераспределения тождественных кварков или, что то же, по допустимым процессам с заменой  $\theta \rightarrow \pi - \theta$ , могут быть получены и для других процессов  $|\Pi - I2|$ .

Интересно отметить, что полученные на основе таких интуитивных соображений формулы (12, 14) позволяют весьма просто описывать большую совокупность процессов, причем, что важно, как раз в области рассеяния на большие углы, где аддитивная модель кварковых амплитуд сталкивается с затруднениями. Для рассеяния вперед, как показано в /12/, модель факторизующихся кварков при естественных предположениях, согласующихся с экспериментальными данными, приводит в целом ряде процессов к тем же соотношениям между полными сечениями, что и модель аддитивных кварков.

При этом, поскольку интересовались лишь отношениями сечений, то вид мультипликативных амплитуд рассеяния  $g(\theta)$  никак не конкретизировался и они считались равными для всех кварков. Величину же отношений сечений определяли учетом всех возможных перераспределений тождественных кварков в сталкивающихся адронах.

Суть нашего подхода состоит в том, что мы применим модель факторизующихся кварков для вычисления сечений реакций, а не для объяснения отношений сечений. Для этого, естественно, нам необходимо получить явное выражение для мультипликативной амплитуды  $g(\epsilon)$  рассеяния кварка на эффективном потенциале, которое мы, как это принято в кварк-партоновой модели /13/, вычислим в борновском приближении.

### 3. Релятивистское $\zeta$ -пространство

В нерелятивистской теории амплитуда рассеяния частицы на потенциале  $V(\zeta)$  в борновском приближении записывается в виде

$$A_{\text{нерел.}}(\vec{p}, \vec{k}) = \int e^{-i\vec{p}\cdot\vec{\zeta}} V(\zeta) e^{i\vec{k}\cdot\vec{\zeta}} d\vec{\zeta}, \quad (15)$$

где  $\vec{p}$  и  $\vec{k}$  - импульсы частицы до и после рассеяния. В /14/ был развит метод трехмерного описания релятивистского взаимодействия частиц на основе квазипотенциального подхода в теории поля /15/. При этом весьма полезным оказалось введение релятивистского конфигурационного представления, отличие которого от обычного состоит в том, что оно вводится с помощью гармонического анализа на группе Лоренца вместо преобразования Фурье. Роль плоских волн играют функции

$$\xi(\vec{p}, \vec{\zeta}) = \left( \frac{p_0 - \vec{p} \cdot \vec{n}}{M} \right)^{-i - i\epsilon M} , \quad (16)$$

реализующие неприводимые унитарные представления группы Лоренца /16/.

В /14/ на примере квазипотенциального подхода Кадышевского было показано, что, благодаря переходу к релятивистскому координатному представлению, релятивистские выражения и уравнения принимают привычную трехмерную форму и выглядят как релятивистское обобщение своих нерелятивистских квантово-механических аналогов. Так, релятивистские двух- и трехчастичные квазипотенциальные уравнения принимают форму нерелятивистских уравнений Шредингера и Фаддеева с заменой дифференциальных операторов на их разностные аналоги /17/. Вычисленные же путем преобразования с функциями (16) образы  $V(\vec{r})$  и  $T(\vec{p}, \vec{k})$  четырехмерных фейнмановских амплитуд однобозонного обмена

$$T(\vec{p}, \vec{k}) = \int \xi^*(\vec{p}, \vec{z}) V(\vec{z}) \xi(\vec{k}, \vec{z}) d\vec{z} \quad (17)$$

( $\vec{p}$  и  $\vec{k}$  - импульсы частиц до и после рассеяния в с.ц.и.,  $\vec{p}_2 = -\vec{p}_1 = \vec{p}$ ,  $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1 = \vec{k}$  и  $M = M_q$  - эффективная масса кварка) имеет в релятивистском координатном пространстве трехмерную форму, аналогичную форме нерелятивистских потенциалов однобозонного обмена /18/. С математической точки зрения (17) представляет собой разложение амплитуды  $T(\vec{p}, \vec{k})$  на группе Лоренца, как группе движений гиперболюбода массовой поверхности частицы  $p_0^2 - \vec{p}^2 = M^2$ . В нерелятивистском пределе  $\xi(\vec{p}, \vec{z}) \rightarrow \exp(i\vec{p}\vec{z})$  и (17) переходит в (15). Поэтому в /14/ было предложено рассматривать разложение (15) как релятивистское обобщение преобразования Фурье, а групповой параметр  $z$  в (16, 17) - как релятивистское обобщение координаты.

Представим теперь мультипликативную амплитуду  $g(z)$  рассеяния кварка в виде (17), т.е. как образ некоторого эффективного потенциала  $V_{\text{eff}}(z)$ , описываемого в релятивистском конфигурационном

представлении. Наша дальнейшая цель состоит в задаче вида такого потенциала и вычисления по нему амплитуды  $g(\epsilon)$ .

В случае локального сферически-симметричного потенциала  $V(\vec{r}, \vec{r}_1) = \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) V(r)$  теорема сложения плоских волн  $\xi(\vec{p}, \vec{r})$  ( $M_q$  - эффективная масса кварка) имеет вид

$$\int d\omega \xi(\vec{p}, \vec{r}) \xi(\vec{k}, \vec{r}) \rightarrow \frac{\sin \epsilon M_q y_q}{\epsilon M_q \sinh y_q}$$

где  $y_q$  - быстрота, отвечающая передаче импульса кварка  $t_q = (r, k)^2$ :  $y_q = \text{arccosh} \frac{\epsilon M_q^2 - t_q}{2 M_q^2}$ , - позволяет записать амплитуду (15) рассеяния кварка на эффективном потенциале  $V_{eff}(z)$  в виде

$$g_j(\vec{p}, \vec{r}) = 4\pi \int_0^\infty \frac{\sin \epsilon M_q y_q}{\epsilon M_q \sinh y_q} V_{eff}(z) z^2 dz. \quad (18)$$

Легко видеть, что в нерелятивистском пределе  $M_q y_q \rightarrow \psi$  (16) переходит в обычное преобразование Бесселя.

Выберем эффективный потенциал, задаваемый в новом релятивистском конфигурационном представлении, в виде

$$V_{eff}(z) = \frac{\delta(z)}{4\pi z^2}. \quad (19)$$

Как показано в [19], релятивистская координата  $z$ , введенная с помощью разложения (17), (16), обладает тем свойством, что область взаимодействия, характерная для потенциала (17), имеет размер порядка комптоновской длины волны, связанной с эффективной массой кварка  $M_q$ . Такое предположение о размерах области взаимодействия кварков аналогично успешно используемому в кварковой модели для подсчета вероятностей распада мезонов

$$W = \frac{g^2}{2\pi} |\psi(c)|^2, \quad |\psi(c)|^2 \approx \frac{3}{4\pi} R^{-3}$$

предположении о том, что эффективный потенциал взаимодействия кварков имеет радиус  $R$  порядка комptonовской длины волны мезона  $R \approx 1/\mu$  (здесь  $\mu$  - масса мезона); поскольку эффективные массы кварков в мезоне полагаются  $M_q \approx \mu/2$ , а в барионе с массой  $m_B$   $M_q \approx m_B/3$  <sup>1/</sup>.

Подстановка (19) в (18) приводит к следующему выражению для мультипликативной амплитуды рассеяния  $i$ -го кварка:

$$g_i(t_i) \sim \frac{g_i}{s^{1/2}} = \frac{2M_i^2 \ln \left[ 1 - \frac{t_i}{2M_i^2} + \frac{i}{2M_i^2} \sqrt{t_i(t_i - 4M_i^2)} \right]}{\sqrt{t_i(t_i - 4M_i^2)}} \quad (18)$$

$$t_i = (p_i - k_i)^2, \quad g_i = \text{Rech} \left( 1 - t_i / 2M_i^2 \right),$$

где  $k_i$  и  $p_i$  - четырехимпульсы  $i$ -го кварка до и после рассеяния,  $M_i$  - эффективная масса  $i$ -го кварка.

Амплитуда  $g_i(t_i)$  обладает следующей асимптотикой при больших  $t_i$ :

$$g_i(t_i) \sim 2M_i^2 \ln(t_i / M_i^2) / |t_i|. \quad (19)$$

<sup>1/</sup> Как мы увидим в дальнейшем, полученные из подгонки данных значения эффективных масс кварков, рассматриваемые нами как параметры, согласуются с такой картиной. Более того, если учесть, что квадрат передачи импульса  $t_i$ , приходящийся на один  $i$ -й кварк в адроне, состоящем из  $n$  составляющих, примерно есть  $t_i \approx t/n^2$ , так что зависимость от передачи импульса  $t_i$  всему адрону везде входит (см. далее (18)) в комбинации  $t_i / M_i^2 = t / n^2 M_i^2$ , а средний квадратичный радиус области взаимодействия в адроне определяется как производная по  $t$ , то можно заключить, что по сути дела, оба предположения совпадают.

В амплитуду (18) входит естественный масштаб—квадрат эффективной массы кварка  $M_q^2$ , и, как видно из (18),

$$y_q / s t y_q \simeq 1 \quad \text{при} \quad k_q \ll M_q^2, \quad (20)$$

что реализуется как в случае малых передач, так и в случае больших масс кварков, т.е.  $M_q \rightarrow \infty$ .

Следует отметить, что динамическая модель факторизующихся кварков, основанная на представлении о самосогласованном потенциале, может служить хорошим приближением лишь при достаточно большом числе участвующих в процессе кварков. Если все же формулу (7) распространить на случай рассеяния кварка на кварке, то получим

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(qq \rightarrow qq) &\sim \frac{1}{s^2} \left( \frac{y_q}{s t y_q} \right)^4 \approx \frac{1}{s^2} \left[ \frac{\alpha^2 M_q^2 \ln(k_q/M_q)}{t} \right]^4 \\ &\sim \frac{1}{s^4} \cdot \left[ \frac{C_F k/M_q^2}{t^2} \right]^4, \end{aligned}$$

в то время как из правил кваркового счета вытекает /11/

$$\frac{d\sigma}{dt}(qq \rightarrow qq) \sim \frac{1}{s^2}.$$

Однако в последнее время в /21,22/ было показано, что хорошее описание экспериментальных данных по инклюзивным процессам может быть достигнуто лишь при условии, что для кварк-кваркового рассеяния принята чисто феноменологическая зависимость типа /21,22/

$$\frac{d\sigma}{dt}(qq \rightarrow qq) \sim \frac{A}{s^2 t^2}.$$

Такая параметризация была принята авторами /21,22/ для описания данных в интервале  $s \simeq 10-20 \text{ ГэВ}^2$ , где доля энергии, приходящаяся на кварк,  $\xi_q \simeq 1 \pm 2 \text{ ГэВ}^2$ . В этой области логарифмические члены,

содержащиеся в нашем подходе, вносят заметный вклад, и формула (II) воспроизводит найденную в [21,22] феноменологическую параметризацию кварк-кваркового сечения.

#### 4. Анализ экспериментальных данных

Получим теперь формулы для сечения эксклюзивного процесса  $a\bar{b} \rightarrow a\bar{b}$ . Подставляя (18) в (12), получаем

$$\frac{d\sigma}{dt}(a\bar{b} \rightarrow a\bar{b}') \sim \frac{1}{s^{1/2}} \left[ \sum_i \frac{y_i}{s^{1/2} y_i} ; \sum_j \frac{y_j}{s^{1/2} y_j} \right]^2 f_{a\bar{b}}\left(\frac{t}{s}\right), \quad (24)$$

где функция  $f_{a\bar{b}}(t/s)$ , по аналогии с упругим  $e\bar{p}$ -рассеянием ( $d\sigma/dt = d\sigma/dt_{\text{Мотт}} \cdot f(t/s')$ ), описывает вклад спиновых структур в угловую зависимость дифференциального сечения процесса.

В том случае, когда адрон  $a$  состоит из  $n_a$  кварков, а адрон  $b$  - из  $n_b$  кварков, в асимптотической области (I) будем иметь

$$\begin{aligned} p_i &\approx \frac{p_a}{n_a}, & p_j &= \frac{p_b}{n_b}, \\ k_i &\approx \frac{k_a}{n_a}, & k_j &= \frac{k_b}{n_b}, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $p_a, p_b$  и  $k_a, k_b$  - импульсы адрона  $a, b$  до и после рассеяния соответственно.

В частном случае  $\pi\pi$ -,  $\pi p$ - и  $pp$ -рассеяния на  $90^\circ$ , полагая массы всех кварков равными  $M_q$ , что соответствует первому приближению равенства амплитуд  $g_q(\theta)$  для кварков из различных адронов, получаем

$$\frac{d\sigma}{dt}(\pi\pi \rightarrow \pi\pi) \sim \frac{1}{s^{1/2}} \left[ \frac{e_n s^{1/8} M_q^2}{s} \right]^8, \quad (26)$$



$$\frac{d\sigma}{dt} (np \rightarrow np) \sim \frac{1}{s^2} \left[ \frac{en s / \sqrt{8} M_q^2}{s} \right]^4 \left[ \frac{en s / \sqrt{8} M_q^2}{s} \right]^6, \quad (27)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} (pp \rightarrow pp) \sim \frac{1}{s^2} \left[ \frac{en s / \sqrt{8} M_q^2}{s} \right]^{12}, \quad (28)$$

где  $\sqrt{s}$  - энергия сталкивающихся частиц в с.ц.м. Формулы (27) - (28) могут быть переписаны в ином, более привычном степенном виде. Так, в случае pp-рассеяния на  $90^\circ$  сечение может быть представлено в виде

$$\frac{d\sigma}{dt} (pp \rightarrow pp) \sim \frac{1}{s^2} \left( \frac{s}{\sqrt{8} M_q^2} \right)^{-N_{pp}(s, \theta=90^\circ)}, \quad (29)$$

где  $N_{pp}$  является функцией энергии  $x$ )

$$N_{pp} = 2 + N_{pp} = 14 - 12 \frac{en en s / \sqrt{8} M_q^2}{en s / \sqrt{8} M_q^2}. \quad (30)$$

Мы видим, что в нашей модели суммарный показатель степени  $N_{pp}$  может плавно расти с ростом  $s$  и стремиться к 14 при  $s \rightarrow \infty$ .

Отметим, что к аналогичным дважды логарифмическим зависимостям  $N_{pp}$  приводит и теория с асимптотической свободой, где, однако,  $N_{pp}$  может неограниченно расти, как, например,  $en [en(s/2)/kn_0]^{16}$ . Существующие экспериментальные данные указывают, что в области  $s$  до  $20(\text{ГэВ})^2$  более медленное убывание  $N_{pp} < 10$  переходит на  $N_{pp} \approx 10$  при  $20 < s < 40(\text{ГэВ})^2$ , а при  $s > 40(\text{ГэВ})^2$   $N_{pp} \approx 12$ .

Приведем теперь результаты сравнения нашей модели с данными по pp-рассеянию. Мы будем пользоваться формулой (24) с  $g(\theta)$  в виде (18). При больших  $s$  и  $|t|$  она принимает вид

$$\frac{d\sigma}{dt} (pp \rightarrow pp) \sim \frac{1}{s^2} \left[ \left( \frac{en|t|/\sqrt{8} M_q^2}{|t|} \right)^4 + \right.$$

x) В случае рассеяния на произвольный угол эффективный показатель степени  $N_{pp}$  будет функцией  $s$  и  $t$ .

$$+4 \cdot \left( \frac{e_0/4/9M_0^2}{1+t} \right)^2 \left( \frac{e_0/2/4M_0^2}{1+t} \right)^2 + \left( \frac{e_0/2/4M_0^2}{1+t} \right)^4 \left[ \left( \frac{e_0/4/9M_0^2}{1+t} \right)^2 + \left( \frac{e_0/2/4M_0^2}{1+t} \right)^2 \right] f_{pp}^2(t/s) \quad (31)$$

где  $t$  и  $s = s-t-4M_0^2$  - переменные Мандельштама для упругого  $pp$ -рассеяния.

Мы применим формулу (28) с функцией  $f_{pp}(t/s)$ , учитывая зависимость от спиновых переменных в простейшем виде:

$$f_{pp}(t/s) = (1-Z^2)^m, \quad Z = \cos \theta, \quad \dots \quad (32)$$

где  $m$ , так же как и  $M_0$ , будут играть роль подгоночных параметров. Для возможности сравнения нашего подхода с другими экспериментальные данные обрабатывались параллельно по формуле

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) \sim \frac{1}{s^n (1-Z^2)^m}, \quad (33)$$

где  $n$  и  $m$  - подгоночные параметры.

В результате анализа получено:

I. В области  $2.4 \leq s \leq 4.2$  по формуле (31)  $\chi^2/(21-3) = 2.54$ ,  $M_0 = 0.2613t$ ,  $m = 1.01$ , по формуле (33)  $\chi^2/(21-3) = 1.58$ ,  $n = 10.2$  и  $m = 5.95$ .

II. В области  $1.3 \leq s \leq 1.2$ ,  $\cos \theta \leq 0.4$  формула (31) даст  $\chi^2/(71-3) = 2.86$ ,  $M_0 = 0.3113t$ ,  $m = 1.03$ , тогда как формула (33) описывает те же данные с  $\chi^2/(71-3) = 2.96$ ,  $n = 9.62$  и  $m = 6.52$ . В обоих случаях в обработку включались точки, согласующиеся с остальными в пределах 3-х стандартных ошибок.

Нами было также проведено сравнение качества описания данных по  $pp$ -рассеянию на разные углы, достигаемого в рамках различных моделей. Полученные значения  $\chi^2$  на одну степень свободы -

$\chi_{df}^2 = \chi^2 / (k' - n)$ , где  $k'$  - число точек, а  $n$  - число параметров в этих моделях, - приведены в таблице I.

Таблица I

$\theta$	$\bar{r}$ ( $r \pm \sigma$ ) <sup>2</sup>	$\bar{t}$ ( $t \pm \sigma$ ) <sup>2</sup>	$\chi_{df}^2 = \chi^2 / (k' - n)$			
			в.м.ф.к.	1/5 <sup>22</sup>	1/5 <sup>22</sup>	1/5 <sup>22</sup> экв.
38	36+61	3,5+6,1	2,52	4,49	19,2	3,97 ( $n_{\text{эфф}} = 9,33$ )
68	19+52	5+15	1,10	8,93	26,17	4,75 ( $n_{\text{эфф}} = 10,5$ )
75	19+40	6+14	3,11	9,12	48,8	5,96 ( $n_{\text{эфф}} = 10,3$ )
80	24+43	10+20	1,48	2,61	11,5	1,94 ( $n_{\text{эфф}} = 10,4$ )

Сравнение значений  $\chi_{df}^2$ , полученных при обработке данных по упругому  $\gamma$ -рассеянию в динамической модели факторизующихся кварков (Д.М.Ф.К.), с другими моделями свидетельствует о том, что в нашей модели факторизующихся кварков качество описания экспериментальных данных становится лучше.

## 5. Заключение

Перечислим кратко наиболее существенные черты нашей модели. Успех модели факторизующихся кварков при подсчете отношений между сечениями для рассеяния на большие углы, по всей видимости, связан с тем, что в отличие от модели аддитивных кварков, рассматривающей лишь однократные столкновения кварков, она учитывает коллективный эффект-одновременное и независимое участие всех кварков в процессе рассеяния, что и отражено в формулах (12,24).

Мы дополнили модель факторизующихся кварков Кавагучи, Суми и Исоками динамическим предположением о виде мультипликативной амплитуды  $g_q(\epsilon)$  рассеяния кварка на самосогласованном потенциале. Для задания явного выражения для амплитуды  $g_q(\epsilon)$  был использован массельный эффективный (самосогласованный) потенциал, вид которого задавался в релятивистском конфигурационном представлении, содержащем в качестве естественного масштаба комптоновскую длину волны  $1/m_q$ .

Следствием этого является тот факт, что найденная универсальная форма амплитуды  $g_q(\epsilon) = g_q / \sinh y_q \sim (\epsilon r / t) / (n^2 M_q^2) \times (\epsilon / n^2 M_q^2)$  содержит в качестве параметра эффективную массу кварка  $M_q$ , которая определяется путем подгонки экспериментальных данных. Как отмечалось ранее в /12/, хорошее согласие предсказаний модели факторизующихся кварков с определенными из экспериментальных данных соотношений сечений свидетельствует о том, что, во-первых, при рассеянии на большие углы кварки проявляются как слабосвязанные, что отвечает современным представлениям (асимптотическая свобода на малых расстояниях, квазинезависимые кварки /23/); во-вторых, эффективные массы входящих в состав обычных адронов кварков, по-видимому, должны быть невелики. Полученные с функциями  $g_q(\epsilon) = g_q / \sinh y_q$  значения  $M_q \approx 0, 2+0, 3$  ГэВ согласуются с этим представлением модели факторизующихся кварков. В отличие от формулы кваркового счета (4,5) наша формула (24) содержит явный масштаб  $s, t \sim n^2 M_q^2$  ( $n$  - число составляющих), выше которого наступает асимптотический режим. При сравнении же с опытом всегда используются хотя и большие, но конечные значения  $s$  и  $t$ . Приведенные в четвертом разделе

результаты обработки данных говорят о том, что в рассматриваемом интервале  $s'$  и  $t$  дополнительные по сравнению с (4) степени  $s'$ , содержащиеся в (24), (26)-(28), по-видимому, компенсируются высокими степенями выражений  $en s'/n^2 M_q^2$  из их числителей.

Отметим, что поскольку в предложенном в /II/ (см. также /I2/) варианте модели факторизующихся кварков вид амплитуды  $g_q(\theta)$  рассеяния кварка на эффективном потенциале никак не конкретизировался, то и в нашей динамической модели факторизующихся кварков при выборе амплитуды  $g_q(\theta)$  в виде (18) все полученные в /II, I2/ соотношения между дифференциальными сечениями различных процессов остаются в силе. Кроме того, в нашей модели находит свое обоснование малость величины  $|r(\theta)| = |g_q(\pi)/g_q(\theta)|$ , для которой в /II, I2/ из сравнения с экспериментом чисто эмпирически была получена оценка  $|r(\theta)|^2 \approx 0,1$ . В силу того, что  $\theta = \theta'$  отвечает  $\varphi = 0$ , а  $\theta = \pi$  соответствует  $t = 4M^2 - s'$ , в нашей модели  $r(\theta)$  определяется выражением

$$r(\theta) = \frac{y_q(t = 4M^2 - s')}{s' h y_q(t = 4M^2 - s')} \approx \frac{en s_q / M_q^2}{s_q / 2M_q^2},$$

которое в согласии с экспериментальными данными по  $R \equiv \frac{d\sigma(\pi)}{d\theta(\theta)}$  /II, I2/ убывает с ростом энергии.

Поскольку формулы (24), (26)-(28) включают явную зависимость от числа составляющих в адроне, то их можно рассматривать как новые правила кваркового счета с, вообще говоря, нестепенной зависимостью от переменных  $s'$  и  $t$ . Мы надеемся, что наша кварковая модель будет полезной для феноменологического описания экспериментальных данных.

Авторы благодарят Д.И.Блохинцева, В.Г.Кадиевского, А.В.Ефремова, М.Д.Матеева, Р.М.Мир-Касимова, С.П.Кулешова, М.А.Смондырева и А.Т.Филиппова за интерес к работе и стимулирующие обсуждения.

#### Литература

1. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze. *Lett. Nuovo Cim.*, 7, 719, 1973; S.Brodsky. *G.Farrar. Phys.Rev. Lett.*, 31, 1153, 1973.
2. А.Н.Квиницидзе, А.Н.Сисакян, Л.А.Слепченко, А.Н.Тавхелидзе. ЭЧАЯ, т.8, вып.3, 1977;  
D.Sivers, S.J.Brodsky, R.Blankenbecler. *Phys.Rep.*, 23C, 1976.
3. T.T.Wu, C.N.Yang. *Phys.Rev.*, 137, 708, 1965.
4. D.Horn, M.Moshe. *Nucl.Phys.*, B48, 557, 1972; B57, 139, 1973.
5. J.F.Gunion, S.J.Brodsky, R.Blankenbecler. *Phys.Rev.*, D9, 287, 1973.
6. J.F.Gunion. *Proceedings of the XVII International Conference on High Energy Physics, London, 1974.*
7. I.C.Halliday et al. *Phys.Lett.*, 47B, 509, 1973.
8. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. *Preprints JINR*, E2-9717, P2-9821, Dubna, 1976.
9. С.В.Голоскоков, С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, М.А.Смондырев. ОИЯИ P2-8211, P2-8337, Дубна, 1974.
10. V.A.Matveev, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze. *Preprint JINR*, E2-8048, Dubna, 1974;  
В.А.Матвеев. Труды IV Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. Варна, 1974, ОИЯИ, ДП-8405, Дубна, 1974.

11. H. Kawaguchi, Y. Sumi, H. Yokomi. *Progr. Theor. Phys.*, 39, 1178, 1967; 33, 1183, 1967.
12. А.П.Кобушкин, В.П.Шелест. ЭЧАЯ, т.3, вып. 3, 571, 1972; Б.Фелд. Модели элементарных частиц, "Мир", М., 1972.
13. Р.Фейнман. Взаимодействие фотонов с адронами. "Мир", М., 1975.
14. V.G.Kadyshchewsky, R.M.Mir-kasimov, N.B.Skachkov. *Nuovo Cim.*, 55A, 233, 1968; ЭЧАЯ, т.2, вып. 3., 635, 1972.
15. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, *Nuovo Cim.*, 29, 380, 1963.
16. И.С.Шапиро. ДАН СССР, 106, 647, 1956; ЭТФ, 43, 1727, 1962; А.С.Долгинов. ЭТФ, 31, 746, 1956.
17. В.Г.Кадышевский, Р.М.Мир-Касимов, Н.Б.Скачков. ЯФ, 9, 212, 1969.
18. Н.Б.Скачков. ТМФ, 22, 213, 1975.
19. Н.Б.Скачков. ТМФ, 25, 313, 1975; Лекция на УШ Всесоюзной школе по физике элементарных частиц, Ереван, 1975, т. I. Изд. Ер ФИ.
20. В.А.Матвеев, Б.В.Струминский, А.Н.Тавхелидзе. ОИЯИ Р-2524, Дубна, 1965.
21. R. D. Field, R. P. Feynman, Preprint CALT-68-565, 1976.
22. R. Baier, J. Cleymans, K. Kinoshita, B. Petersson. Preprint В1-ТТ76/25, 1976.
23. П.Н.Боголюбов. ЭЧАЯ, т.3, вып. I, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 марта 1977 года.