

СЗЗЗ.56

Ш-268

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



1711/2-77

10/5-77

P2 - 10436

Г. Шарху

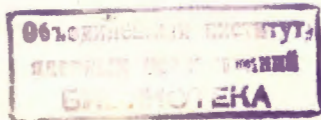
ВКЛАД УПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
В ИНКЛЮЗИВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1977

P2 - 10436

Г. Шарху

ВКЛАД УПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
В ИНКЛЮЗИВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



Шарху Г.

P2 - 10436

Вклад упругих взаимодействий в инклюзивные распределения

Выведены формулы для оценки вклада упругих взаимодействий в инклюзивные распределения.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Sharkhu G.

P2 - 10436

Contribution of Elastic Interactions
to Inclusive Distributions

The formulae are derived for evaluation of the contribution of elastic interactions to inclusive distributions.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

© 1977 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

В настоящее время по исследованиям инклюзивных процессов опубликовано большое количество экспериментальных работ. Среди этих работ имеются такие, когда в инклюзивные распределения включен канал упругого рассеяния. Поэтому для прямого сравнения экспериментальных результатов, представленных в разных работах, важно уметь оценивать вклад упругих взаимодействий.

В данном сообщении разработан метод, позволяющий расчетным путем оценить вклад упругих взаимодействий в различные распределения инклюзивных процессов.

Рассмотрим вклад упругого взаимодействия $a + b \rightarrow a + b$ в инклюзивные распределения $a + b \rightarrow a + X$.

Запишем выражение для полного инклюзивного сечения определенного сорта частиц в виде

$$\langle n \rangle_{tot} \sigma_{tot} = \langle n \rangle_{incl} \sigma_{incl} + \sigma_{el}, \quad /1/$$

где $\langle n \rangle$ — средняя множественность частиц данного сорта, σ — соответствующие сечения взаимодействия.

Перепишем равенство /1/ в интегральной форме:

$$\int f_{tot}(\vec{p}) \frac{d^3p}{E} = \int f_{incl}(\vec{p}) \frac{d^3p}{E} + \int f_{el}(\vec{p}) \frac{d^3p}{E}, \quad /2/$$

$$\text{где } f_{tot}(\vec{p}) = E \frac{d^3\sigma_{tot}}{d^3p}, \quad f_{incl}(\vec{p}) = E \frac{d^3\sigma_{incl}}{d^3p} \quad \text{и} \quad f_{el}(\vec{p}) = E \frac{d^3\sigma_{el}}{d^3p}.$$

Из выражения /2/ видно, что

$$E \frac{d^3 \sigma_{tot}^{inc}}{d^3 p} = E \frac{d^3 \sigma_{inel}^{inc}}{d^3 p} + E \frac{d^3 \sigma_{el}}{d^3 p} \quad /3/$$

Инвариантное дифференциальное сечение (структурная функция) для неупругих взаимодействий выражается через пары переменных (p_a, p_a^2) , (x, p_a^2) , (y, p_a^2) , (t, M_x^2) и (p, s) следующим образом:

$$f_{inel}(\bar{p}) = E \frac{d^3 \sigma_{inel}^{inc}}{d^3 p} = \frac{E}{\pi} \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{d p_a d p_a^2} = \frac{1}{\pi} \frac{E}{p_a} \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{d x d p_a^2} = \frac{1}{\pi} \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{d y d p_a^2} =$$

$$= \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{\pi} \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{d t d M_x^2} = E \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{p^2 d p d \Omega} \quad /4/$$

$$\text{где } \lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2) = \sqrt{(s - m_a^2 - m_b^2)^2 - 4 m_a^2 m_b^2}.$$

При очень высоких энергиях $(\frac{m_b^2}{s} \rightarrow 0)$ эта функция может быть выражена через пары переменных (t, x) и (t, u) :

$$f_{inel}(\bar{p}) = \frac{1}{\pi} \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{d t d x} = \frac{s}{\pi} \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{d t d u} \quad /5/$$

В случаях упругого рассеяния для этих переменных в Ц-системе существуют следующие соотношения:

$$t = -2 p_a^2 (1 - x);$$

$$x = \frac{E_a (e^{2y} - 1)}{p_a (e^{2y} + 1)};$$

$$M_x^2 = m_b^2; \quad /6/$$

$$u = -s + 2 [p_a^2 (1 - x) + m_a^2 + m_b^2];$$

$$\theta = \arccos x.$$

Аналогичные соотношения в Л-системе имеют вид:

$$E_a^n = \frac{m_a^2 + E_a^n m_b + p_a^n p_a^n}{E_a^n + m_b};$$

$$t = - \frac{(2 p_a^{n2} - 2 p_a^n p_a^n) m_b}{E_a^n + m_b} = -2 (E_a^n - E_a^n) m_b;$$

$$p_a^n = \frac{(m_a^2 + E_a^n m_b)(e^{2y^n} - 1)}{E_a^n + p_a^n + m_b + e^{2y^n}(E_a^n + m_b - p_a^n)}; \quad /7/$$

$$u = -s + 2 \left[\frac{(p_a^{n2} - p_a^n p_a^n) m_b}{E_a^n + m_b} + m_a^2 + m_b^2 \right] =$$

$$= -s + 2 [(E_a^n - E_a^n) m_b + m_a^2 + m_b^2];$$

$$\theta^n = \arccos \frac{p_a^n}{p_a^n} = \arccos \frac{p_a^n (E_a^n + m_b)}{\sqrt{(m_a^2 + E_a^n m_b + p_a^n p_a^n - m_b^2 (E_a^n + m_b))^2}},$$

где E_a^n , p_a^n , y^n и θ^n — соответственно энергия, продольный импульс, быстрота и угол рассеяния частицы a в Л-системе после взаимодействия.

Кроме того, E_a^n может быть выражена через x -переменную, взятую в Ц-системе:

$$E_a^n = \frac{s - m_a^2 - m_b^2}{2 m_b} - \frac{\lambda(s, m_a^2, m_b^2)}{4 m_b s} (1 - x) \quad /8/$$

Из формул /6/, /7/ и /8/ видно, что если известна хоть одна переменная в какой-то из этих систем, то все остальные можно получить в обеих системах без особого труда.

То же самое можно сказать относительно одномерных распределений. Например, с помощью формул

$$\frac{d\rho_a^n}{d\cos\theta^n} = \frac{\rho_a^{n^2} (E_a^n + m_\xi)}{\rho_a^n (E_a^n + m_\xi) - \rho_a^n E_a^n \cos\theta^n},$$

$$\frac{d\rho_a^n}{d\cos\theta^n} = \frac{\rho_a^n E_a^n \rho_a^n}{\rho_a^n (E_a^n + m_\xi) - \rho_a^n E_a^n \cos\theta^n}$$

и

$$\frac{dt}{d\cos\theta^n} = \frac{2\rho_a^n \rho_a^{n^2} m_\xi}{\rho_a^n (E_a^n + m_\xi) - \rho_a^n E_a^n \cos\theta^n}$$

мы получим следующее

равенство:

$$\frac{d\delta_{e\ell}}{d\cos\theta^n} = \frac{2\rho_a^n \rho_a^{n^2} m_\xi}{\rho_a^n (E_a^n + m_\xi) - \rho_a^n E_a^n \cos\theta^n} \frac{d\delta_{e\ell}}{dt} \quad /9/$$

Аналогичное выражение в Ц-системе выглядит проще:

$$\frac{d\delta_{e\ell}}{d\cos\theta} = 2\rho_a^2 \frac{d\delta_{e\ell}}{dt} \quad /10/$$

Представим теперь часть структурной функции, определяющую вклад упругого рассеяния, применяя такие же пары переменных, как в выражении /4/. Сначала выразим ее через инвариантные переменные $\frac{2}{m_x}$ и t :

$$f_{e\ell}(\bar{p}) = f_{e\ell}(m_x^2, t) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_\xi^2)}{\pi} \frac{d\delta_{e\ell}}{dt} \delta(m_x^2 - m_\xi^2) \quad /11/$$

Исходя из формулы /11/, в Ц-системе получим выражения:

$$f_{e\ell}(p, \Omega) = \frac{E_a}{2\pi\rho_a^2} \frac{d\delta_{e\ell}}{d\cos\theta} \delta(p - p_a); \quad /12/$$

$$f_{e\ell}(y, p_x^2) = \frac{1}{2\pi E_a} \frac{(e^{2y} + 1)^2}{4e^{2y}} \frac{d\delta_{e\ell}}{dy} \delta(m_x \operatorname{ch} y - E_a); \quad /13/$$

$$f_{e\ell}(p_a, p_x^2) = \frac{E_a}{2\pi\rho_a} \frac{d\delta_{e\ell}}{d\rho_a} \delta(\sqrt{p_a^2 + p_x^2} - p_a); \quad /14/$$

$$f_{e\ell}(x, p_x^2) = \frac{E_a}{2\pi\rho_a^2} \frac{d\delta_{e\ell}}{dx} \delta(\sqrt{p_x^2 + \rho_a^2 x^2} - p_a). \quad /15/$$

Аналогичным способом определим $f_{e\ell}(\bar{p})$ в Л-системе:

$$f_{e\ell}(p_a^n, \Omega^n) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_\xi^2)}{4\pi m_\xi} \frac{E_a^n}{\rho_a^n} \frac{d\delta_{e\ell}}{d\rho_a^n} \times \\ \times \delta[\rho_a^n \rho_a^{n^2} \cos\theta^n - E_a^n (E_a^n + m_\xi) + E_a^n m_\xi + m_\xi^2]; \quad /16/$$

$$f_{e\ell}(y^n, p_x^2) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_\xi^2)}{2\pi} \frac{m_a^2 + E_a^n m_\xi}{2m_\xi \rho_a^2 m_x^2} \frac{d\delta_{e\ell}}{dy^n} \times \\ \times \delta[\rho_a^n m_x \operatorname{sh} y^n - m_x \operatorname{ch} y^n (E^n + m_\xi) + E_a^n m_\xi + m_\xi^2]; \quad /17/$$

$$f_{e\ell}(p_a^n, p_x^2) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_\xi^2)}{4\pi m_\xi} \frac{E_a^n + m_\xi}{\rho_a^n} \frac{d\delta_{e\ell}}{d\rho_a^n} \times \\ \times \delta[\rho_a^n \rho_a^{n^2} - \sqrt{m_a^2 + m_x^2 + \rho_a^{n^2}} (E_a^n + m_\xi) + E_a^n m_\xi + m_\xi^2]; \quad /18/$$

$$f_{e\ell}(x^n, p_x^2) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_\xi^2)}{4\pi m_\xi} \frac{E_a^n + m_\xi}{\rho_a^{n^2}} \frac{d\delta_{e\ell}}{dx^n} \times \\ \times \delta[\rho_a^{n^2} x^n - \sqrt{m_a^2 + p_x^2 + \rho_a^{n^2} x^{n^2}} (E_a^n + m_\xi) + \\ + E_a^n m_\xi + m_\xi^2]. \quad /19/$$

В случае упругого рассеяния условие $\frac{m_a^2}{S} \rightarrow 0$ равносильно условиям $x \rightarrow x_{max} \rightarrow 1 (x^n \rightarrow 1)$ и $x \rightarrow x_{min} \rightarrow -1 (x^n \rightarrow \frac{m_a^2 - m_b^2}{m_a^2 + 2E_a^a m_b + m_b^2})$. Поэтому для выражения /5/ вклад упругого взаимодействия будет иметь место только в окрестностях x_{max} и x_{min} . В случае $x \rightarrow x_{max}$ переменные будут стремиться к следующим константам: $t \rightarrow 0$;

$$u \rightarrow -S + m_a^2 + m_b^2; \theta \rightarrow \theta^n \rightarrow 0; p_{||} \rightarrow p_a; p_{||}^n \rightarrow p_a^n \rightarrow p_a^n;$$

$$y \rightarrow \frac{1}{2} \ln \frac{m_a^2}{(E_a - p_a)^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{(E_a + p_a)^2}{m_a^2}; y^n \rightarrow \frac{1}{2} \ln \frac{m_a^2}{(E_a^n - p_a^n)^2}; E_a^a \rightarrow E_a^n; a$$

$$x \left[\frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{2S} + m_a^2 + m_b^2 \right]; \theta \rightarrow \theta^n \rightarrow 180^\circ (\theta^n \rightarrow \leq 90^\circ);$$

$$p_a \rightarrow -p_a; p_{||}^n \rightarrow \frac{p_a^a (m_a^2 - m_b^2)}{m_a^2 + 2E_a^a m_b + m_b^2}; y = \frac{1}{2} \ln \frac{m_a^2}{(E_a + p_a)^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{(E_a - p_a)^2}{m_a^2};$$

$$y^n = \frac{1}{2} \ln \frac{m_a^2}{\left\{ \sqrt{m_a^2 + \left[\frac{p_a^a (m_a^2 - m_b^2)}{m_a^2 + 2E_a^a m_b + m_b^2} \right]^2} - \frac{p_a^a (m_a^2 - m_b^2)}{m_a^2 + 2E_a^a m_b + m_b^2} \right\}^2}$$

Из формул /12/ - /19/ видим, что для вычисления численного значения $f_{el}(\bar{p})$ необходимо знать какое-нибудь одномерное распределение или формулу, описывающую его. Напомним, что при малых переданных импульсах дифференциальное сечение упругого рассеяния хорошо описывается формулой $\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega} = A e^{Bt + Ct^2}$ (или $\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega} = A e^{Bt}$). Используя эту формулу и соотношения /6/ - /7/, можно преобразовать формулы /12/ - /19/ к виду

$$f_{el}(P, \Omega) = \frac{E_a}{\pi} A e^{-2B P_a^2 (1 - \cos \theta) + 4C P_a^4 (1 - \cos \theta)^2} \times \delta(P - P_a); \quad /20/$$

$$f_{el}(y, p_{\perp}^2) = \frac{p_a}{\pi} A e^{-2B P_a^2 \left(1 - \frac{E_a}{p_a} \frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1}\right) + 4C P_a^4 \left(1 - \frac{E_a}{p_a} \frac{e^{2y} - 1}{e^{2y} + 1}\right)^2} \times \delta(m_{\perp} \operatorname{ch} y - E_a); \quad /21/$$

$$f_{el}(p_{||}, p_{\perp}^2) = \frac{E_a}{\pi} A e^{2B (P_a p_{||} - P_a^2) + 4C (P_a p_{||} - P_a^2)^2} \times \delta(\sqrt{p_{||}^2 + p_{\perp}^2} - P_a); \quad /22/$$

$$f_{el}(x, p_{\perp}^2) = \frac{E_a}{\pi} A e^{-2B P_a^2 (1-x) + 4C P_a^4 (1-x)^2} \times \delta(\sqrt{p_{\perp}^2 + P_a^2 x^2} - P_a); \quad /23/$$

$$f_{el}(p_a^n, \Omega^n) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{2\pi} A e^{2B m_b (E_a^n - E_a^a) + 4C m_b^2 (E_a^n - E_a^a)^2} \times \delta [P_a^n p_a^n \cos \theta^n - E_a^n (E_a^n + m_b) + E_a^n m_b + m_a^2]; \quad /24/$$

$$f_{el}(y^n, p_{\perp}^2) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{2\pi} A e^{2B \frac{p_a^n m_b}{E_a^n + m_b} \left[\frac{(m_a^2 + E_a^n m_b)(e^{2y^n} - 1)}{E_a^n + p_a^n + m_b + e^{2y^n}(E_a^n + m_b - p_a^n)} - p_a^n \right] + 4C \frac{p_a^n^2 m_b^2}{(E_a^n + m_b)^2} \left[\frac{(m_a^2 + E_a^n m_b)(e^{2y^n} - 1)}{E_a^n + p_a^n + m_b + e^{2y^n}(E_a^n + m_b - p_a^n)} - p_a^n \right]^2} \times \delta [P_a^n m_{\perp} \operatorname{sh} y^n - m_{\perp} \operatorname{ch} y^n (E_a^n + m_b) + E_a^n m_b + m_a^2]; \quad /25/$$

$$f_{el}(p_a^n, p_{\perp}^2) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{2\pi} A e^{-2B m_b \left(\frac{p_a^n^2 - p_a^n p_{\perp}^2}{E_a^n + m_b} \right) + 4C m_b^2 \left(\frac{p_a^n^2 - p_a^n p_{\perp}^2}{E_a^n + m_b} \right)^2} \times \delta [P_a^n p_a^n - \sqrt{m_a^2 + p_{\perp}^2 + p_a^n^2} (E_a^n + m_b) + E_a^n m_b + m_a^2]; \quad /26/$$

$$f_{el}(x^n, p_{\perp}^2) = \frac{\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)}{2\pi} A e^{-2B m_b \left(\frac{p_a^n^2 - p_a^n^2 x^n}{E_a^n + m_b} \right) + 4C m_b^2 \left(\frac{p_a^n^2 - p_a^n^2 x^n}{E_a^n + m_b} \right)^2} \times \delta [P_a^n^2 x^n - \sqrt{m_a^2 + p_{\perp}^2 + p_a^n^2 x^2} (E_a^n + m_b) + E_a^n m_b + m_a^2]; \quad /27/$$

При изучении инклюзивных реакций часто приводятся интегрированные распределения. Такие распределения для упругих взаимодействий получаются, если любое из выражений /12/ - /27/ проинтегрировать по соответствующей переменной. Приведем лишь один пример. Для неупругих взаимодействий довольно распространенным является распределение

$$\int f_{inel}(x, p_1^2) dp_1^2 = \frac{1}{\pi p_a} \int E \frac{d^2 \sigma_{inel}^{inc}}{dx dp_1^2} dp_1^2 \quad \text{в Ц-системе.}$$

Рассмотрим, как оно изменится, если мы включим в такое распределение упругий канал. Очевидно, что наибольший вклад упругий процесс дает в области малых x (или больших x). Чтобы оценить величину упругого рассеяния, найдем его в области больших x . После интегрирования равенства /23/ по p_1^2 получим:

$$f_{el}(s, x) = \frac{2E_a p_a}{\pi} A e^{-2B p_a^2 (1-x) + 4C p_a^4 (1-x)^2} \quad /28/$$

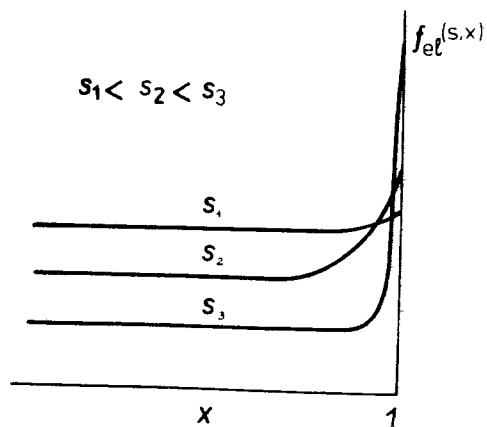


Рис.1

На рис. 1 иллюстрируется вывод, следующий из формулы /28/. Видно, что вклад упругих взаимодействий при очень высоких энергиях незначителен за исключением окрестности $x = 1$.

Если рассмотреть $f_{el}(p)$ в плоскости любой пары переменных, определенных выше, то вклад от упругого рассеяния будет сосредоточен на линии, представляющей границу физической области, на которой $f_{inel}(p)$ обращается в нуль. Это иллюстрируется примером, приведенным на рис. 2, где в качестве переменных выбраны p_1^2 и p_2^2 . Кривые указывают границу физической области.

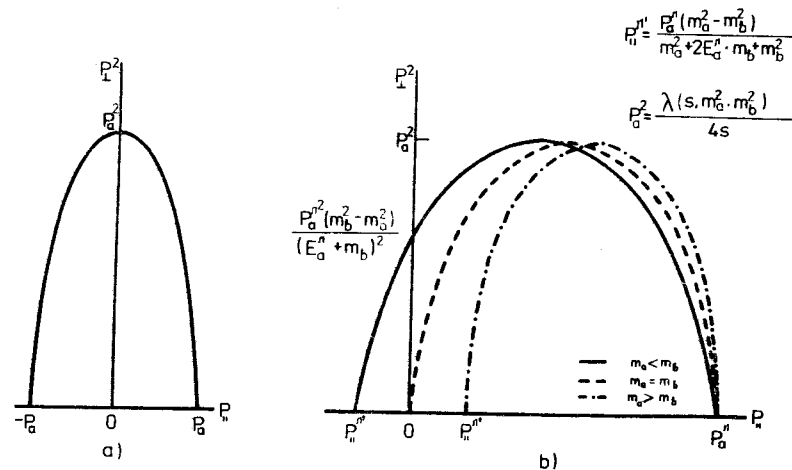


Рис.2. а) Ц-система, б) Л-система.

Формулы /20/ - /27/ значительно упрощаются, когда $C = 0$. Это очень важно, если нужно интегрировать эти выражения по обеим переменным данной пары. Такая необходимость возникает, когда оцениваем вклад упругого рассеяния в экспериментальное двумерное распределе-

ние. В качестве примера рассмотрим распределение $f_{el}(p_n, p_n^2)$ в Ц-системе (рис. 3а). Интервалы Δp_n и Δp_n^2 — произвольные и постоянные. Однако для упругого взаимодействия интервалы жестко связаны: $\Delta p_n^2 = 2 p_n \Delta p_n = p_{1n}^2 - p_{2n+1}^2 = (p_{n+1} + p_{nn})(p_{n+1} - p_{nn})$ (рис. 3б). Отсюда очевидно: если зафиксировать интервал для одной переменной, то интервал для другой переменной будет изменяться.

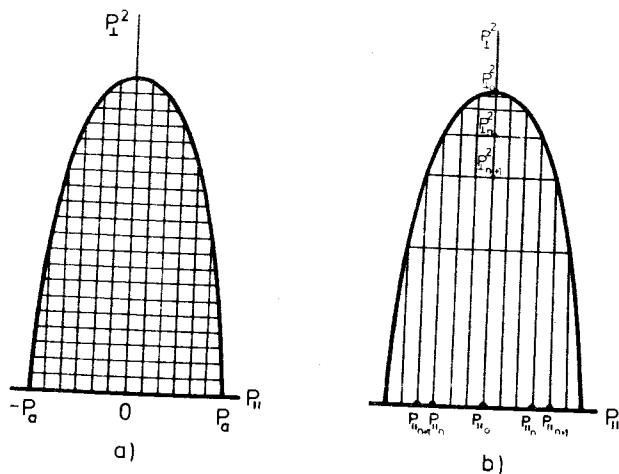


Рис. 3

На рис. 4 показано, как определяются пределы интеграла

$$\int f_{el}(p_n, p_n^2) dp_n^2 dp_n = \frac{E\sigma}{\pi} \int \frac{d\sigma_{el}}{dp_n} dp_n = \frac{E\sigma}{\pi} \int \frac{d\sigma_{el}}{dp_n^2} dp_n^2$$

на площадках с произвольными и постоянными сторонами Δp_n^2 и Δp_n относительно положительных p_n , так как в отрицательной части они находятся аналогичным образом. Отметим, что $p_{1n}^2 + p_{nn}^2 = p_{2n+1}^2 + p_{n+1}^2 = p_n^2$

Штрихованная часть изображает физическую область на данной площадке.

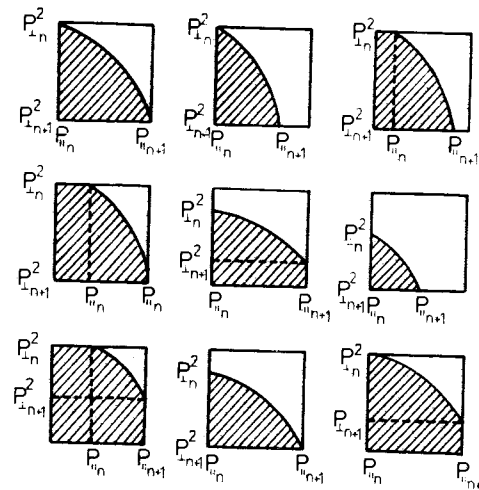


Рис. 4

В заключение автор выражает благодарность Р.М.Лебедеву и Б.Чадраа за обсуждение и интерес к работе, И.А.Траменницкому и Р.Ледницкому за ценные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.М.Балдин, В.И.Гольданский, В.М.Максименко, И.Л.Розенталь, Кинематика ядерных реакций, изд. 2, Атомиздат, М., 1963.
2. M.E.Law et al., LBL-80, Berkeley, 1972.
3. D.V.O.Morrison, CERN /D.Ph.17/ PHYS 73-46.
4. Е.Бюклинг, К.Каянти, Кинематика элементарных частиц, изд."Мир", М., 1975.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 февраля 1977 года.