ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10376

Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко, А.М.Червяков

ИСКЛЮЧЕНИЕ СОСТОЯНИЙ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ НОРМОЙ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ В ПОСТОЯННОМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

1977

P2 - 10376

Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко, А.М.Червяков

ИСКЛЮЧЕНИЕ СОСТОЯНИЙ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ НОРМОЙ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ В ПОСТОЯННОМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Направлено в ТМФ

Барбашов Б.М. и др. P2 - 10376

Исключение состояний с отрицательной нормой в квантовой теории релятивистской струны в постоянном однородном электромагнитном поле

Физическое пространство векторов состояний с положительной нормой для релятивистской струны в постоянном однородном электромагнитном поле строится в системе центра масс. В результате не возникает никаких ограничений на размерность пространства-времени, теория релятивистски-инвариантна и не имеет тахионных состояний.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Barbashov B.M., Nesterenko V.V., Chervjakov A.M. P2 - 10376

The Absence of the "Ghosts" in the Theory of the Relativistic String in a Constant Homogeneous Electromagnetic Field

The physical space of the state vectors with positive norm in the theory of the relativistic string in a constant homogeneous electromagnetic field is constructed in the center-of-momentum frame. As a result there are no restrictions on the space-time dimension, the quantum theory is relativistic invariant and it has no tachyon states.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Релятивистская струна в постоянном однородном электромагнитном поле является одной из точно решаемых моделей взаимодействующей дуальной струны. Эта система была рассмотрена в нековариантном формализме [1] и ковариантным методом [2]. В работе [2] не было доказано отсутствие физических состояний с отрицательной нормой. В настоящей заметке эта проблема решается методом, предложенным Рорлихом для построения физического пространства состояний в теории свободной дуальной струны [3].

В первой части работы обсуждаются ограничения, накладываемые светоподобной калибровкой $\tau \sim nx$, $n^2 = 0$ на движения свободной струны и кратко излагаются преимущества подхода Рорлиха по сравнению с принятыми методами квантования этой системы. Во второй части строится физическое пространство векторов состояний для струны в постоянном однородном электромагнитном поле методом, аналогичным подходу Рорлиха.

I

Авторы ряда работ [4,5] отмечали, что светоподобная калибровка $\tau \sim nx$, $n^2=0$, сужает допустимый класс движений свободной релятивистской струны. Было установлено, что в этой калибровке нельзя описать такие движения струны, которые удовлетворяют условию

$$n(\dot{x} \pm x') = 0, \quad n^2 = 0. \qquad /1/$$

К этому классу относится и один из простейших примеров [6], когда в начальный момент струна имеет форму прямолинейного отрезка и покоится. В последующие моменты времени она начинает осциллировать, меняя периодически во времени свою длину от исходного значения до нуля.

Ограничения на движения струны, накладываемые светоподобной калибровкой, вероятно, и являются причиной нефизических результатов /необычная размерность пространства-времени $D=26$ и тахионные состояния/, которые получаются в квантовой теории в этой калибровке. Фактически в таком подходе квантуются не все движения струны, а только их часть, поэтому неудивительно, что теория приходит к противоречию с релятивистской инвариантностью.

Условие /1/, очевидно, не будет выполняться ни при каких движениях струны, если $n^2 \neq 0$, так как вектора $\dot{x} \pm x'$ - изотропные. Поэтому, казалось бы, можно по-прежнему фиксировать калибровку условием $\tau \sim nx$, только выбирая постоянный вектор n неизотропным, и тем самым не будет наложено никаких ограничений на движения струны. Однако практически не удается построить квантовую теорию релятивистской струны в нековариантном формализме с $n^2 \neq 0$, так как в этом случае зависимые компоненты вектора x_μ выражаются через независимые сложными алгебраическими выражениями, содержащими квадратные корни, и неясно, как рассматривать такие нелинейные комбинации динамических переменных в квантовой теории [4].

Другие методы квантования релятивистской струны, в которых компоненты вектора x_μ не делятся на зависимые и независимые - это ковариантный формализм [7], квантование в калибровке $t=\tau$ с помощью скобок Дирака [8], - так или иначе используют условие светоподобной калибровки: в первом подходе при исключении состояний с отрицательной нормой, во втором - при построении динамических переменных, имеющих нулевые скобки Пуассона с условиями Виразоро /так называемые переменные ДДФ/.

Поэтому естественно пытаться строить квантовую теорию релятивистской струны, налагая дополнительные

условия на вектора состояний с использованием калибровки, не ограничивающей движений струны.

В этой связи представляет интерес квантовая теория струны, предложенная Рорлихом [3], которая релятивистски-инвариантна в пространстве-времени любой размерности и не имеет тахионных состояний. В подходе Рорлиха основными являются следующие два момента: 1/ выбор калибровочного условия, фиксирующего параметр τ, и 2/ использование именно этого условия для исключения состояний с отрицательной нормой, при этом физические вектора состояний строятся в системе центра масс струны. Эта система является единственной выделенной для релятивистской составной системы, которой является струна. Во всех предыдущих попытках квантования струны этот факт совершенно не учитывался.

Решение уравнений движения

$$\ddot{x}_\mu(\sigma,\tau) - x''_\mu(\sigma,\tau) = 0 \qquad /2/$$

с граничными условиями для свободной струны

$$x'_\mu(0,\tau) = x'_\mu(\ell,\tau) = 0$$

имеет вид [7]

$$x_\mu(\sigma,\tau) = Q_\mu + \frac{P_\mu \tau}{\gamma\ell} + \frac{i}{\sqrt{\pi\gamma}} \sum_{m\neq 0} \frac{\alpha_{m\mu}}{m} e^{-i\frac{m\pi}{\ell}\tau} \cos\left(\frac{m\pi}{\ell}\sigma\right), \qquad /3/$$

где $\alpha_{-m\mu} = \alpha^{+}_{m\mu}$, P_μ - полный импульс системы.

Параметр эволюции τ фиксировался в стандартном подходе условием калибровки [7]

$$nx = nQ + nP\frac{\tau}{\gamma\ell},$$

где n - постоянный изотропный вектор $n^2=0$. Это условие эквивалентно следующим двум:

$$n\dot{x} = nP\frac{1}{\gamma\ell}, \quad nx' = 0. \qquad /4/$$

Рорлих предложил использовать вместо вектора n_μ полный импульс струны P_μ:

$$Px = PQ + P^2 \frac{\tau}{\gamma \ell} . \qquad /5/$$

Тогда из /3/ и /5/ следует условие

$$a_{n\mu} P_\mu = 0, \quad n > 0, \qquad /6/$$

означающее, что в системе центра масс струны, где $\vec{P} = 0$, временные фурье-компоненты струны a_{no} отсутствуют; $a_{no} = 0$, $n > 0$.

Поэтому в квантовой теории удобно строить пространство векторов состояний в системе центра масс. Уравнения /6/ теперь рассматриваются как условия на вектора состояний $|\Phi>_{CM}$

$$a_{n\mu} P_\mu |\Phi>_{CM} = 0, \quad n > 0, \qquad /7/$$

причем достаточно потребовать выполнения этого условия только для $n > 0$. Если предположить, что $P_o |\Phi>_{CM} \neq 0$, то получаем

$$a_{no} |\Phi>_{CM} = 0, \; n > 0,$$

то есть и в квантовом случае временные компоненты операторов $a_{n\mu}$, приводящие к отрицательным нормам, фактически равны нулю *. Физические вектора состояний в системе центра масс строятся путем действия на вакуум только пространственных компонент операторов $a_{m\mu}$.

$$|\Phi>_{CM} = \prod_{m=1}^{\infty} (\vec{a}_m^{\,+})^{\lambda_m} |0>, \quad \sqrt{m}\, a_m^+ = a_m^+ .$$

Далее эти вектора должны быть подчинены еще условиям Виразоро.

* Следует отметить, что условие /7/ использовалось, например, для исключения состояний с отрицательной нормой в кварковой модели адронов с потенциалом релятивистского осциллятора /9/.

Физическое пространство векторов состояний в произвольной системе отсчета можно получить, действуя операторами лоренцевского буста /10/ на $|\Phi>_{CM}$, при этом очевидно сохранится положительность нормы векторов.

II

Для струны, движущейся в электромагнитном поле $F_{\mu\nu}$, обобщением светоподобной калибровки /4/ являются следующие условия /1/:

$$\begin{aligned} n_\nu x'_\nu + n_\nu f_{\nu\mu} \dot{x}_\mu &= 0, \\ n_\nu \dot{x}_\nu + n_\nu f_{\nu\mu} x'_\mu &= n_\nu \Pi_\nu \frac{1}{\ell \gamma}, \end{aligned} \qquad /8/$$

где Π_ν - полный канонический импульс струны, $f_{\mu\nu} = \frac{g}{\gamma} F_{\mu\nu}$. Если $n^2 = 0$, то и в случае постоянного однородного электромагнитного поля можно выразить зависимые компоненты вектора $x_\mu(\sigma, \tau)$ через независимые /1/.

Очевидно, что эти условия, так же как и калибровка /4/, приводят к определенным ограничениям на движения струны. В частности, в калибровке /8/ нельзя описать такие движения струны в электромагнитном поле, которые удовлетворяют условиям

$$n(\dot{x} \pm x') \pm nf(\dot{x} \pm x') = 0 .$$

Поэтому обратимся к методу Рорлиха. Вместо вектора n возьмем вектор $K_\mu = P_\rho (1+f)^{-1}_{\rho\mu}$ и калибровку зафиксируем требованиями

$$K_\mu x'_\mu + K_\mu f_{\mu\nu} \dot{x}_\nu = 0 , \; K_\mu \dot{x}_\mu + K_\mu f_{\mu\nu} x'_\nu = \frac{1}{\ell \gamma} K_\mu \Pi_\mu . \qquad /9/$$

Решение уравнений движения /2/ и граничных условий

$$x'_\mu + f_{\mu\nu} \dot{x}_\nu = 0 , \quad \sigma = 0, \ell$$

для струны в постоянном однородном электромагнитном поле имеет вид

$$x_\mu(\sigma,\tau) = \frac{i}{\sqrt{\pi\gamma}} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n\neq 0}}^{+\infty} \frac{1}{2n}\Big[\alpha_{n\mu} e^{-i\frac{n\pi}{\ell}(\sigma+\tau)} +$$

$$+ (1-f)^{-1}_{\mu\rho}(1+f)_{\rho\beta}\alpha_{n\beta} e^{i\frac{n\pi}{\ell}(\sigma-\tau)}\Big] + \qquad /10/$$

$$+ (1-f^2)^{-1}_{\mu\rho} Q_\rho + \frac{1}{\ell\gamma} P_\mu \tau - f_{\mu\rho}\frac{P_\rho}{\ell\gamma}\left(\sigma - \frac{\ell}{2}\right),$$

где $\alpha_{-n\mu} = \alpha^+_{n\mu}$, $\alpha_{n4} = i\alpha_{no}$. Полный канонический импульс струны равен

$$\Pi_\mu = \int_0^\ell d\sigma\, \pi_\mu(\sigma,\tau) = \gamma \int_0^\ell (\dot{x}_\mu + f_{\mu\nu} x'_\nu) d\sigma = (1-f^2)_{\mu\rho} P_\rho \,. \qquad /11/$$

Подставляя /10/ и /11/ в /9/, получаем то же требование

$$\alpha_{n\mu} P_\mu = 0 ,$$

что и в случае свободной струны. Поэтому пространство векторов состояний с положительной нормой в системе центра масс, где $\vec{P} = 0$, строится так же, как и для свободной струны.

Эти вектора должны быть подчинены еще условиям ортогональной калибровки /2/

$$L_n|\Phi> = 0, \quad n \geq 0 , \qquad /12/$$

где $L_n = \Lambda_n + \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}}\alpha_{n\mu}(1-f)_{\mu\nu}P_\nu - \alpha(0)\delta_{n,o}$, $\Lambda_n = \frac{1}{2}\sum_{m\neq o,-n} :\alpha_{n-m}\alpha_m:$,

$\alpha_{o\mu} = \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}}(1-f)_{\mu\rho} P_\rho$. Константа $\alpha(0)$ возникает при переходе к нормальному произведению операторов α_m в Λ_o. С учетом /7/ условия /12/ принимают вид

$$(\Lambda_n - \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}}\alpha_{n\mu} f_{\mu\nu} P_\nu)|\Phi> = 0 , \quad n > 0, \qquad /13/$$

$$\{\Lambda_o + \frac{1}{2\pi\gamma}[P^2 - P_\mu (f^2)_{\mu\nu} P_\nu]\}|\Phi> = \alpha(0)\delta_{n,o}|\Phi> . \qquad /14/$$

Операторы, входящие в уравнения /7/, /13/ и /14/, образуют замкнутую алгебру, то есть их коммутаторы в слабом смысле /11/ равны нулю. Это достигается тем, что условия /7/ берутся только при $n>0$, а условия /13/ и /14/ - при $n\geq 0$. Иными словами, на вектора состояний накладываются только отрицательно-частотные части связей аналогично тому, как это делается с условиями Лоренца в квантовой электродинамике /12/. В результате в алгебре связей не возникает никаких с-числовых членов.

При построении физических векторов состояний величина P_μ в разложении /10/ рассматривалась как полный механический импульс струны. Поэтому квадрат массы струны во внешнем электромагнитном поле равен

$$M^2 = -P^2 = -P_\mu (f^2)_{\mu\nu} P_\nu + \gamma\pi \sum_{m\neq 0} \alpha_{-m}\alpha_m .$$

В системе центра масс

$$M^2 = P_o^2 = \frac{2\pi\gamma}{1-(\frac{g}{\gamma}E)^2} \sum_{n=1}^{\infty} n:\vec{a}^+_n \vec{a}_n: + m_o^2 , \qquad /15/$$

где $m_o^2 = -\frac{2\pi\gamma\alpha(0)}{1-(\frac{g}{\gamma}E)^2}$.

Знак m_o^2 можно определить путем следующих рассуждений. Оператор P_o^2 в системе центра масс струны имеет очевидно положительный спектр, а собственные значения N оператора $\sum_{n=1}^{\infty} n:\vec{a}^+_n\vec{a}_n:$ могут быть равны любому целому положительному числу $N=0,1,2,\ldots$. Если $(\frac{g}{\gamma}E)^2 < 1$, то, действуя левой и правой частью равенства /15/ на $|\Phi>_{CM}$, получим условие $m_o^2 > 0$, или $\alpha(0) < 0$, то есть струна не имеет тахионных состояний. Если же $(\frac{g}{\gamma}E)^2 > 1$, то это приводит к требованию

$$m_o^2 > \frac{2\pi\gamma N}{|1-(\frac{g}{\gamma}E)^2|},$$

которому нельзя удовлетворить никаким конечным значением m_o^2, так как N может быть сколь угодно велико. Следовательно, решение /10/ описывает релятивистскую струну только в таких внешних полях, для которых $(\frac{g}{\gamma}E)^2 < 1$. Более того, можно показать, что при $(\frac{g}{\gamma}E)^2 > 1$ роль координат σ и τ на мировой поверхности струны меняется местами: параметром временной эволюции является σ, а τ описывает пространственное расположение струны. Это проявляется в том, что вектор $\dot{x}_\mu$ оказывается пространственно-подобным, $\dot{x}^2 > 0$, а x'_μ - времени-подобным, $x'^2 < 0$.

Таким образом, метод Рорлиха позволяет построить квантовую теорию релятивистской струны, взаимодействующей с постоянным однородным электромагнитным полем, которая релятивистски-инвариантна и не имеет тахионных состояний.

Литература

1. Barbashov B.M., Koshkarov A.L., Nesterenko V.V. JINR, E2-9975, Dubna, 1976.
2. Barbashov B.M., Nesterenko V.V., Chervjakov A.M., JINR, E2-10148, Dubna, 1976.
3. Rohrlich F. Nucl.Phys., B112, 177 (1976).
   Rohrlich F. Relativistic Quantum Mechanics of Extended Systems: Covariant Loops and Strings. Syracuse University Preprint, December 1975.
4. Patrascioiu A. Nucl.Phys., (1974), B81, 525.

5. Bardeen W.A., Bars I., Hanson A.J., Peccei R.D. Phys.Rev., 1976; D13, 2364;
   Барбашов Б.М., Кошкаров А.Л., Федоренко О.М. ОИЯИ, Р2-10169, Дубна, 1976.
6. Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. В кн.: Труды IV Международного совещания по нелокальным теориям поля /Алушта, 1976/, стр. 243, ОИЯИ, Д2-9788, Дубна, 1976.
7. Rebbi C. Phycics Reports, 1974; 12C, No.1.;
   Scherk J. Rev. of Modern Phys., 1975, 47, No.1, 123.
8. Goddard P., Hanson A.J., Ponzano G. Nucl.Phys., 1975, B89, 76.
9. Feynman R.P., Kislinger M., Ravndal F. Phys.Rev., 1971, D3, 2706.
10. Швингер Ю. Частицы. Источники. Поля, т. 1, "Мир", М., 1973.
11. Дирак П.А.М. Лекции по квантовой механике. "Мир", М., 1968.
12. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. "Наука", М., 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 января 1977 года.