

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



31-742

P2 - 10166

Д-466

5187/2-76

М. Динейхан, Х. Намсрай

К ПОСТРОЕНИЮ ГРАДИЕНТНО-ИНВАРИАНТНОЙ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ
В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

1976

P2 - 10166

М. Динейхан,* Х. Намсрай*

**К ПОСТРОЕНИЮ ГРАДИЕНТНО-ИНВАРИАНТНОЙ
КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ
В СТОХАСТИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Направлено в ТМФ

* Институт математики АН МНР

**Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА**

I. Введение

Проблемы устранения расходимостей в матрице рассеяния в локальной квантовой теории являются основными при формулировке модифицированных замкнутых теорий микрочастиц. Квантовая теория поля в случае нелокального и существенно нелинейного взаимодействия представляет собой один из вариантов этих теорий.

В настоящее время успешно решен вопрос о построении нелокальной теории слабых и электромагнитных взаимодействий ^{/1/}. В основе построения теории лежала следующая физическая идея: нелокальность входит в теорию только через нейтральные поля нейтрино, фотона и др; поля заряженных частиц остаются локальными.

Таким образом, введение нелокальности приводит к тому, что в ряду теории возмущений для S -матрицы, удовлетворяющей условиям причинности, унитарности, градиентной инвариантности, конечности и ковариантности ^{/2/}, изменяется только пропагатор нейтральных полей. Например, для фотона:

$$g_{\mu\nu}/(-\kappa^2 - i\epsilon) \Rightarrow g_{\mu\nu} V(-\kappa^2 \ell^2)/(-\kappa^2 - i\epsilon),$$

где $V(z)$ - некоторая целая функция конечного порядка роста $1/2 \leq \rho < \infty$, а ℓ характеризует размер области, в которой взаимодействия становятся нелокальными.

Однако указанный выше способ введения нелокальности в теорию не устраняет из ряда теории возмущений всех ультрафиолетовых расходимостей. Оказывается, что расходится конечное число типов неприводимых диаграмм Фейнмана, состоящих из замкнутых циклов поляризации вакуума, образованных пропагаторами заряженных частиц. Некоторые параметры, входящие в определение этих диаграмм, могут быть сведены к наблюдаемым величинам /3/. Обычно для устранения расходимостей в диаграммах приходится прибегать к частично видоизмененной циклической регуляризации Паули-Вилларса /см., например /4/. Этот метод регуляризации сингулярных функций рассматривается лишь как формальная процедура, не имеющая определенного физического смысла.

В настоящее время считается общепринятым, что корень, лежащий в основе математических методов устранения ультрафиолетовых расходимостей, явным или неявным образом связан со свойствами пространства и времени на малых расстояниях или с самой природой взаимодействия при высоких энергиях, присущей всем типам взаимодействия. Поэтому нам кажется, что метод устранения ультрафиолетовых расходимостей должен быть единым для всех типов диаграмм и иметь наглядный физический смысл.

Недавно Д.И.Блохинцевым /5/ было исследовано стохастическое пространство, обладающее той особенностью, что поле, усредненное в этом пространстве, оказывается нелокальным полем, рассмотренным выше. Эквивалентность этих двух подходов приводит к следующей гипотезе: природа возникающего формфактора, приводящего к изменению электромагнитного /6/ и "слабого" /7/ потенциалов на малых расстояниях, а также поляризации вакуума, и присущие ему свойства определяются стохастическим характером самого пространства-времени.

Настоящая работа посвящена построению градиентно-инвариантной квантовой электродинамики в рамках стохастического пространства Блохинцева.

2. Стохастическое пространство

Вместо особого стохастического пространства $\Gamma_4(\hat{x})$, исследованного в работе /5/, рассмотрим теперь другую реализацию стохастического пространства $R_4(\hat{x})$. Именно, положим

$$\hat{x}_\mu = x_\mu + i a \beta_\mu, \quad \beta_\mu = \delta_\mu + \hat{\delta}_\mu \delta_5, \quad /1/$$

где δ_μ, δ_5 - матрицы Дирака, a - амплитуда флуктуации координаты с некоторым распределением $W(\frac{a}{L})$,

$$\int da a W(a/L) = 1, \quad /2/$$

$\hat{\delta}_\mu$ - некоторый проектирующий оператор, действия которого определяются следующим образом ($\hbar = c = 1$):

$$\hat{\delta}_\mu x_\mu = m^{-1}, \quad \hat{\delta}_\mu k_\mu = m. \quad /3/$$

Элемент длины dS в окрестности каждой точки стохастического пространства задается в виде формы первого порядка по $d\hat{x}^\mu$ /см. подробнее /5/:

$$dS = \eta_\mu d\hat{x}^\mu.$$

В нашем случае, для конечных величин $\Delta \hat{S}$ и $\hat{\xi}^\mu(x)$

$$\Delta \hat{S} = \eta_\mu \Delta \hat{x}^\mu = \eta_\mu \hat{\xi}^\mu(x), \quad /4/$$

где $\hat{\xi}^\mu(x) = i a \beta_\mu$ и η_μ - единичный вектор, формулы /1/ - /4/ определяют пространство $\Gamma_4^m(\hat{x}) \subset R_4(\hat{x})$.

Заметим, что в отличие от пространства $\Gamma_4(\hat{x})$, пространство $\Gamma_4^m(\hat{x})$ непосредственно учитывает свойство стохастичности при наличии частиц с массой m . С другой стороны, на языке точечных событий, оно выражает то обстоятельство, что элементарные частицы не могут быть локализованы точнее, чем

$$\Delta x \approx \hbar / m c.$$

Найдем теперь среднее поле $\psi(x) = \langle \psi(\hat{x}) \rangle_r$, где $\psi(\hat{x})$ может быть представлено в виде интеграла Фурье в пространстве $\Gamma_4^m(\hat{x})$:

$$\psi(\hat{x}) = \int d^4 \kappa e^{i \kappa \hat{x}} \tilde{\psi}(\kappa). \quad /5/$$

Заметим на основании /1/ и /3/, что собственные значения оператора $\exp(i \kappa \hat{x})$ будут

$$f_\pm(\kappa, x) = \exp\{i(\kappa x \pm a \sqrt{m^2 - \kappa^2})\}, \quad /6/$$

а их среднее значение, согласно /5/, равно

$$\langle f_\pm(\kappa, x) \rangle_r = e^{i \kappa x} \int da a W(a/L) \exp(i a \sqrt{m^2 - \kappa^2}) \pi /$$

/если $W(a/L) = W(-a/L)$. В силу этого среднее поле равно

$$\psi(x) = \langle \psi(\hat{x}) \rangle_r = \int d^4k \tilde{\psi}(k) \tilde{\mathcal{K}}(L\sqrt{m^2 - k^2}) \exp(ikx),$$

где, согласно /7/,

$$\tilde{\mathcal{K}}(L\sqrt{m^2 - k^2}) = \int da W(a/L) \exp(ia\sqrt{m^2 - k^2}). \quad /8/$$

Отсюда легко видеть, что при $k^2 = m^2$

$$\tilde{\mathcal{K}}(0) = 1, \quad \langle \exp(ik\hat{x}) \rangle_r = \exp(ikx),$$

$$\langle \psi(\hat{x}) \rangle_r = \{ \psi(x) \}_{\text{своб.}}$$

Таким образом, стохастичность пространства проявляется только в процессе взаимодействия между квантованными полями, а свободное поле не чувствует стохастичности пространства.

Подобным же образом может быть построено T -произведение с упорядочением по среднему времени:

$$\langle 0 | \{ \langle T(\psi(\hat{x}) \psi(\hat{y})) \rangle_r \} | 0 \rangle = S_r(x-y), \quad /9/$$

где

$$S_r(x-y) = \int d^4q V(L\sqrt{m^2 - q^2}) S(\hat{q}) \exp(iq(x-y))$$

является нелокальной причинной функцией /1/, если $V(x) = [\tilde{\mathcal{K}}(x)]^2$ целая функция. Например:

$$W_1\left(\frac{a}{L}\right) = \frac{1}{L} - \frac{|a|}{L^2}, \quad V_1 = \sin^4\left(\frac{L}{2}\sqrt{m^2 - q^2}\right) / \left(\frac{L}{2}\sqrt{m^2 - q^2}\right)^4,$$

при $|a| \leq L$;

$$W_2\left(\frac{a}{L}\right) = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{a^2}{L^2}\right), \quad V_2 = \frac{9}{L^4(m^2 - q^2)^2} \left[\frac{\sin L\sqrt{m^2 - q^2}}{L\sqrt{m^2 - q^2}} - \cos L\sqrt{m^2 - q^2} \right]^2,$$

при $|a| \leq L$;

$$W_3\left(\frac{a}{L}\right) = \frac{1}{L\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\frac{a^2}{L^2}\right\}, \quad V_3 = \exp\left\{-\frac{L^2}{2}(m^2 - q^2)\right\}.$$

Здесь $S(\hat{q})$ — фурье-образ локальной причинной функции.

Любопытно, что в результате усреднения в стохастическом пространстве с распределением $W\left(\frac{a}{L}\right) = \frac{M}{\pi} \mathcal{K}_0(Ma)$, ($M = \frac{1}{L}$)

мы получим обычный формфактор Паули-Вилларса. Это говорит о том, что физический смысл регуляризационной процедуры Паули-Вилларса может быть связан с гипотезой о стохастическом характере пространства-времени.

3. Обобщение тождества Уорда-Такахаси

Итак, гипотеза о стохастичности пространства приводит к изменению пропагатора как заряженных, так и нейтральных частиц. Как известно, любая модификация локальной причинной функции заряженной частицы ведет к нарушению ряда алгебраических соотношений, выполнение которых гарантирует сохранение заряда, т.е. удовлетворение условию градиентной инвариантности. Исследованию этой проблемы были посвящены многие работы, среди них важное место занимают работы Н.Н. Кролла /6/ и П. Брейтенлохнера /9/. Наше рассмотрение основано на работе Кролла, в которой было показано: чтобы такая модифицированная теория удовлетворяла условию градиентной инвариантности, необходимо изменить вид однофотонной вершины, согласно тождеству Уорда, а также дополнительно ввести бесконечное число многофотонных вершин /см. более подробно в /8/ /.

Цель данного параграфа — обобщить результаты Кролла для формфактора из класса целых функций. Мы должны получить некоторые соотношения, необходимые для доказательства градиентной инвариантности S -матрицы в стохастической теории.

3.1. d -операция для целых функций.

Действуя с обеих сторон d -операцией на тождество

$$\hat{q} V(-q^2 L^2) = V(-q^2 L^2) \cdot \hat{q}$$

и используя ее определение, данное в работе /18/, получим:

$$d_{\mu}(\kappa) V(-q^2 L^2) = \{ V(-(q+\kappa)^2 L^2) - V(-q^2 L^2) \} \frac{\hat{\kappa} \delta_{\mu}}{\kappa^2}. \quad /10/$$

3.2. d -операция для обратных целых функций.

Возьмем следующее тождество:

$$V^{-1}(-q^2 L^2) V(-q^2 L^2) = 1.$$

Действуя на него d -операцией, получим

$$d_{\mu}(\kappa)V^{-1}(-q^2L^2) = -V^{-1}(-(q+\kappa)L^2)\{d_{\mu}(\kappa)V(-q^2L^2)\}V^{-1}(-q^2L^2) /11/$$

3.3. Вычисление $d_{\mu}(\kappa)S_r(\hat{q})$.

Из тождества $d_{\mu}(\kappa)[S_r(\hat{q})S_r^{-1}(\hat{q})] = 0$,
следует, что

$$d_{\mu}(\kappa)S_r(\hat{q}) = -S_r(\hat{q}+\hat{\kappa})[d_{\mu}(\kappa)S_r^{-1}(\hat{q})]S_r(\hat{q}). \quad /12/$$

Именно отсюда определяется измененная однофотонная вершина $U_{\mu}(q, \kappa)$ /в работе Кролла эта величина обозначается через $V_{\mu}(q, \kappa)$ /

$$U_{\mu}(q, \kappa) = -d_{\mu}(\kappa)S_r^{-1}(\hat{q}). \quad /13/$$

3.4. Доказательство справедливости обобщенного
тождества Уорда-Такахаши

$$(P_{\mu} - \hat{q}_{\mu})\Gamma_{\mu}(P, q) = S(\hat{P}) - S(\hat{q}), \quad S(\hat{P}) \equiv S_r(\hat{P}), \quad /14/$$

где $\Gamma_{\mu}(P, q) = S(\hat{P})U_{\mu}(\kappa, q)S(\hat{q})$, $\kappa = P - q$.

С учетом

$$U_{\mu}(\kappa, q) = \delta_{\mu}V^{-1}(-q^2L^2) + (m - \hat{q} - \hat{\kappa})V^{-1}(-P^2L^2)[d_{\mu}(\kappa)V(-q^2L^2)]V^{-1}(-q^2L^2) \quad /14^a/$$

и формулы /10/

после некоторых элементарных выкладок получим тождество /14/.

3.5. любая теория с модифицированным пропагатором или с
вершинной функцией содержит минимальное число многофотонных
вершин $e^n U_n$, удовлетворяющих условию

$$U_n(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n) = -d(\kappa_n)U_{n-1}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_{n-1}). \quad /15/$$

при $u_0 = S^{-1}$.

Если S^{-1} и U_n являются полиномиальными функциями
своих аргументов, то минимальное число необходимых многофотонных
вершин равно $n_0 - 1$, где n_0 - такое число, для которого
соотношение /15/ обращается в нуль.

В противном случае, если S^{-1} и U_n - неполиномиальные функции,
то число n_0 обратится в бесконечность.

3.6. Заряженный замкнутый цикл

Прежде всего заметим, что заряженный замкнутый цикл в локальной
теории равен

$$\Gamma_n^{\mu}(\kappa_1, \dots, \kappa_n) = \frac{1}{n} \int d^4q S_p \left\{ \Gamma_n^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n) S(\hat{q}) \right\},$$

где

$$S(\hat{q} + \sum_{i=1}^n \hat{\kappa}_i) \Gamma_n^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n) S(\hat{q}) = (-1)^n d(\kappa_1) \dots d(\kappa_n) S(\hat{q}).$$

Обобщение этого равенства в случае модифицированной теории не
представляет трудности, а заряженный цикл определяется
выражением

$$\Pi_n^{\mu}(\kappa_1, \dots, \kappa_n) = \frac{1}{n} \int d^4q S_p \left\{ \Gamma_n^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n) S_r(\hat{q}) \right\}, \quad /16/$$

где

$$\Gamma_n^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n) = V(-q + \sum_{i=1}^n \kappa_i)^2 L^2 \Gamma_n^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n),$$

$$S(\hat{q} + \sum_{i=1}^n \hat{\kappa}_i) \Gamma_n^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_n) S(\hat{q}) = \mathcal{P}_n \sum_{j=1}^n \frac{S(\hat{q} + \sum_{i=1}^j \hat{\kappa}_i) U_j(q; \kappa_j, \dots, \kappa_n)}{j! (n-j)!}$$

$$S(\hat{q}) \Gamma_{n-j}^{\mu}(q; \kappa_1, \dots, \kappa_j) S(\hat{q}) = (-1)^n d(\kappa_1) \dots d(\kappa_n) S(\hat{q}),$$

при $\Gamma_0 = S^{-1}(\hat{q})$.

Символ \mathcal{P}_n означает полную симметризацию, состоящую
в суммировании по всем $n! / j!(n-j)!$ разбиениям совокупности
точек $\kappa_1, \dots, \kappa_n$ на две совокупности j и $n-j$ точек,
и здесь мы не выписывали тензорных индексов.

4. Ряд теории возмущений

Построение S -матрицы по теории возмущений возможно
лишь в рамках определенного математического аппарата. Мы будем
пользоваться регуляризационной процедурой Алебастрова-Димитрова /10/
при вычислении матричных элементов в теории возмущений.
Введение этой регуляризации обеспечивает переход к интегрирова-
нию по евклидову пространству в амплитудах физических процессов.

Исследуем теперь матричные элементы стохастической S -матрицы, соответствующие следующим примитивным неприводимым диаграммам Фейнмана:

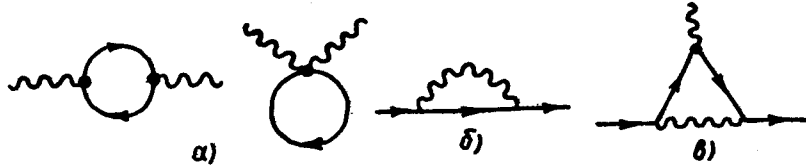


Рис. I

4.1. Диаграмма поляризации вакуума

В градиентно-инвариантной стохастической теории поляризации вакуума во втором порядке теории возмущений определяется диаграммами, представленными на рис. Ia.

В импульсном представлении матричный элемент, соответствующий этим диаграммам, определяется выражением /16/

$$\Pi_{\mu\nu}^{\Gamma}(k_1, k_2) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{i e^2}{(2\pi)^4} \int d^4 q V^{\delta}(q^2 L^2) S \rho \left\{ \Gamma_{\mu\nu}^{\delta}(q; k_1, k_2) S^{\delta}(\hat{q}) \right\} \quad /17/$$

$$(k_1 + k_2 = 0),$$

где

$$S(\hat{q}_2) \Gamma_{\mu\nu}^{\delta}(q; k_1, k_2) S(\hat{q}) = (-1)^2 d_{\mu}(k_1) d_{\nu}(k_2) S(\hat{q}),$$

$$(q_2 = q + k_1 + k_2 = q).$$

Используя определение d -операции для целых функций и раскрывая равенство /17/, получим

$$\Pi_{\mu\nu}^{\Gamma}(k) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{i e^2}{(2\pi)^4} \int d^4 q S \rho \left\{ \chi_{\mu} \frac{V^{\delta}(-q^2 L^2)}{m - \hat{q}_1} \chi_{\nu} \frac{1}{m - \hat{q}} + \chi_{\mu} \frac{1}{m - \hat{q}_1} \left[d_{\nu}(k) V^{\delta}(-q^2 L^2) + \frac{1}{2} d_{\nu}(k) d_{\mu}(-k) V^{\delta}(-q^2 L^2) \right] \right\} = \Pi_{\mu\nu}^{(1)}(k) + \Pi_{\mu\nu}^{(2)}(k) + \Pi_{\mu\nu}^{(3)}(k),$$

где $q_1 = q + k$,

$$\Pi_{\mu\nu}^{(1)}(k) = 4\rho(1-\xi) \int_0^1 dx (1-x)^{-\xi} \int d^4 q \mathcal{L}^{\xi-2} \left[2g_{\mu\nu} q + 2k_{\mu} q_{\nu} + g_{\mu\nu} (m^2 - q^2 - (kq)) \right]$$

$$\Pi_{\mu\nu}^{(2)}(k) = \frac{4\rho}{k^2} \int d^4 q \left[g_{\mu\nu} k_{\nu} - g_{\nu\mu} k_{\mu} + g_{\mu\nu} (k^2 + (kq)) \right] \left\{ (m^2 - q^2 - i\varepsilon)^{\xi-1} + \xi \int_0^1 dx (1-x)^{-1-\xi} \mathcal{L}^{\xi-1} \right\}$$

и

$$\Pi_{\mu\nu}^{(3)}(k) = \frac{\rho}{k^4} (2k_{\mu} k_{\nu} - k^2 g_{\mu\nu}) \int d^4 q \left[(m^2 - q^2 - i\varepsilon)^{\xi} - (m^2 - q^2 - i\varepsilon)^{\xi-1} \right].$$

Здесь мы воспользовались представлением для формфактора

$$V^{\delta}(-q^2 L^2) = \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)}{\sin \pi \zeta} e^{\delta \zeta^2} [(m^2 - q^2) L^2]^{\zeta} \quad /18/$$

и обозначением:

$$\rho = \frac{i e^2}{(2\pi)^4} \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)}{\sin \pi \zeta} L^{2\zeta}, \quad \mathcal{L} = m^2 - q^2 - 2(kq)x - k^2 x.$$

($0 < \beta < 1$)

После интегрирования по $d^4 q$ полученные выражения примут вид:

$$\Pi_{\mu\nu}^{\Gamma}(k) = \frac{e^2}{2\pi^2} (k_{\mu} k_{\nu} - g_{\mu\nu} k^2) \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{v(\zeta)}{\sin \pi \zeta} (m^2 L^2)^{\zeta} \int_0^1 dx x(1-x)^{1-\xi} \frac{\Gamma(1-\xi)}{\Gamma(1-\xi)} \mathcal{L}_0^{\xi},$$

$$\mathcal{L}_0 = 1 - \frac{k^2}{m^2} x(1-x).$$

Мы считаем, что $m^2 L^2 \ll 1$ и находим

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = \frac{e^2}{2\pi^2} (k_{\mu} k_{\nu} - g_{\mu\nu} k^2) \int_0^1 dx x(1-x) \cdot \left[\log \frac{1 - \frac{k^2}{m^2} x(1-x)}{x(1-x)} + \frac{5}{6} + v'(0) + \log m^2 L^2 + O(m^2 L^2) \right].$$

Отсюда видно, что после перенормировки заряда полученный нами оператор поляризации вакуума совпадает с перенормированным выражением в обычной локальной теории /4/.

4.2. Диаграмма собственной энергии

Рассмотрим диаграмму собственной энергии, представленную на рис. Ib.

В стохастическом пространстве член матрицы рассеяния, соответствующий этой диаграмме, представим в виде

$$-i: \bar{\psi}(x) \Sigma_r(x-y) \psi(y),$$

где

$$\Sigma_r(x-y) = \langle \Sigma_r(\hat{x}-\hat{y}) \rangle_r = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p e^{i p(x-y)} \tilde{\Sigma}_r(p).$$

Здесь

$$\tilde{\Sigma}_r(p) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{-ie^2}{(2\pi)^4} \int d^4 k \frac{V_0^\delta(-k^2 L^2)}{-k^2 - i\epsilon} \gamma_\mu \frac{m + \hat{p} - \hat{k}}{m^2 - p^2 - i\epsilon} \gamma_\mu V_m^\delta(-(p-k)^2 L^2).$$

Воспользуемся далее представлением /18/ для фактора $V(-k^2 L^2)$. Тогда после некоторых вычислений получим

$$\tilde{\Sigma}_r(p) = \frac{e^2}{8\pi^2} \frac{1}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{\nu(\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta} (m^2 L^2)^\zeta \frac{1}{2i} \int_{-\gamma+i\infty}^{-\gamma-i\infty} d\eta \frac{\nu(\eta)}{\sin \pi \eta} (m^2 L^2)^\eta. \quad /19/$$

$$\frac{\Gamma(-\eta-\zeta)}{\Gamma(1-\eta)\Gamma(1-\zeta)} \int_0^1 dx \left(\frac{1-x}{x}\right)^\zeta \left(1-\frac{p^2}{m^2}\right)^{\eta+\zeta} [2m - \hat{p}x].$$

Сделав необходимые вычисления и считая, что масштаб погрешностей L достаточно мал, т.е. $m^2 L^2 \ll 1$, получим с точностью до членов порядка $m^2 L^2$ следующее выражение:

$$\tilde{\Sigma}_r(p) = \frac{e^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx (2m - \hat{p}x) \log \frac{m^2}{m^2 - p^2 x} + \frac{e^2 m}{16\pi^2} \left\{ \left[3 \log \frac{1}{m^2 L^2} - 3\nu'(0) - 1 + \frac{\pi}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{\nu(\zeta)\nu(-\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta} (3-\zeta) \right] + O(m^2 L^2) \right\} + /20/$$

$$+ \frac{e^2(m-\hat{p})}{16\pi^2} \left\{ \left[\log \frac{1}{m^2 L^2} - \nu'(0) + 1 + \frac{\pi}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{\nu(\zeta)\nu(-\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta} (1-\zeta) \right] + O(m^2 L^2) \right\}.$$

Вычисление интеграла типа $\frac{\pi}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{\nu(\zeta)\nu(-\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta} (\dots)$

проводится элементарно для конкретных выборов функции $\nu(\zeta)$. Например, для $\nu(\zeta) = \nu_2(\zeta)$ первый интеграл в выражении /20/ принимает вид:

$$\frac{\pi}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{\nu(\zeta)\nu(-\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta} (3-\zeta) = \frac{4}{5} - \sum_{n=3}^{\infty} \frac{2 \cdot 81}{n(2n-1)(4n^2-9)(n^2-4)(n+3)(n+1)} \approx 0,6.$$

Итак, полученное нами выражение для собственной энергии, по существу, мало отличается от значения, вычисленного в нелокальной теории Ефимова /6/.

4.3. Вершинная диаграмма и поправки к аномальному магнитному моменту лептона

Рассмотрим теперь вершинную диаграмму, представленную на рис. 1в.

В импульсном представлении общая её структура имеет вид

$$\bar{u}_e(p) \left\{ \gamma_\mu F_1(q^2) + \frac{i}{2m_e} \zeta_{\mu\nu} \gamma_\nu F_2(q^2) \right\} u_e(p), \quad /21/$$

где $\zeta_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} (\delta_\mu \delta_\nu - \delta_\nu \delta_\mu)$.

Первое слагаемое в /21/ содержит члены, подлежащие перенормировке заряда лептона, а второй член $F_2(q^2)$ при $q^2=0$ дает вклад в аномальный магнитный момент лептона, величина которого определяется равенством

$$a_e = F_2(0) = \frac{4}{(2i)^2} \left\{ \int d\zeta d\eta \frac{\nu(\zeta)\nu(\eta)}{\sin \pi \zeta \sin \pi \eta} (m_e^2 L^2)^{\zeta+\eta} \cdot \frac{2}{2\pi} \frac{\Gamma(1-\eta-\zeta)\Gamma(1+2\zeta+\eta)}{\Gamma(3-\eta)\Gamma(3+\eta+\zeta)} (1-\eta)(1-\zeta)(1+\eta) \right\}.$$

В предположении малости $m_e^2 L^2 \ll 1$, ($m_e = m_e, m_\mu$) получим выражение

$$a_e = \frac{2}{2\pi} \left\{ 1 + m_e^2 L^2 \left[-\frac{4}{3} \nu'(1) - \frac{2}{3} \frac{\pi}{2i} \int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta \frac{\nu(\zeta)\nu(-\zeta)}{\sin^2 \pi \zeta} \cdot \zeta(1-\zeta)(2-\zeta) \right] \right\} \approx \frac{2}{2\pi} (1 - 2m_e^2 L^2 \nu'(1)). \quad /22/$$

Сравнение этой величины с экспериментальными значениями аномального магнитного момента лептонов дает следующие ограничения на масштаб погрешностей L :

$L \lesssim 1,13 \cdot 10^{-13}$ см	при $V = V_1$	} (e)
$L \lesssim 1,06 \cdot 10^{-13}$ см	при $V = V_2$	
$L \lesssim 1,5 \cdot 10^{-15}$ см	при $V = V_1$	} (μ)
$L \lesssim 1,4 \cdot 10^{-15}$ см	при $V = V_2$	

Полученная S -матрица будет градиентно-инвариантна.

Действительно, в рассматриваемой нами стохастической электродинамике выполнено тождество Уорда

$$\frac{\partial}{\partial p_\mu} \tilde{\Sigma}_r(p) = -\tilde{\Gamma}_\mu^r(p, 0), \quad /23/$$

поскольку оно является следствием тождества /12-13/.

Так как нам не надо делать никаких вычитаний бесконечных контрчленов, то в ряду теории возмущений не могут возникнуть никакие опасные члены, которые могли бы нарушать тождество /23/, когда справедливо /12/.

Доказательство градиентной инвариантности в форме $q_\mu \tilde{\Gamma}_\mu^r(p, q) = 0$... в ряду теории возмущений довольно просто и основано на использовании тождества /14/.

Диаграмма поляризации вакуума градиентно-инвариантна, согласно выбранной нами градиентно-инвариантной регуляризационной процедуре Кролла.

Мы построили градиентно-инвариантную квантовую электродинамику в рамках стохастического пространства.

Если в качестве фактора теории выбрать целые функции, полученные в результате усреднения в соответствующем классе стохастического пространства, то доказательство унитарности и макропричинности в этой теории проводится так же, как и в нелокальной квантовой теории /10/.

В целом нам кажется, что предлагаемая схема заслуживает дальнейшего изучения.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г.В.Ефимову, а также участникам семинара ЛТФ ОИЯИ за полезные обсуждения и критические замечания о первоначальном варианте этой статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.В.Ефимов, Ш.З.Сельцер. *Ann. Phys.*, № 4, 67, 124 /1971/;
В.А.Алебастров, Г.В.Ефимов, Ш.З.Сельцер. *Ann. Phys.*
№ 4, 76, 251 /1973/;
Г.В.Ефимов. *ЭЧАЯ*, т.5, вып.1 223, /1974/;
Г.В.Ефимов, Х.Намсрай. *ТМФ*, т.22, вып.2, 186 /1975/.
2. Г.В.Ефимов. *Commun. Math. Phys.* 5, 42 /1967/; ЯФ, 4, 432 /1966/;
Препринт ИТФ 68-52, 54, 55, Киев /1968/;
ЭЧАЯ, т.1, вып.1 256 /1970/.

3. В.А.Алебастров, Г.В.Ефимов, Ш.З.Сельцер. *ИФ*, 18, 210 /1973/.
4. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. *Введение в теорию квантованных полей*, Гостехиздат, 1957;
Д.А.Славнов. *ДАН СССР*, 148, 570 /1962/; *ВФТО*, 42, 1543 /1962/;
47, 224 /1964/.
5. Д.И.Блохинцев. *ТФМ*, т.17, вып.2, 153 /1973 /.
6. Г.В.Ефимов. *ЭЧАЯ*, т.5, вып.1, 223 /1974/.
7. Е.В.Ефимов и др. *Nucl. Phys.* B59, 1 /1973 /.
8. N.M.Kroll, *Nuovo Cimento* 45A, 65 (1966).
9. P. Breitenlohner, to be published.
10. В.А.Алебастров, Г.В.Ефимов. *Commun. Math. Phys.*, 31, 1 /1973/, Препринт ОИЯИ, P2-7572, Дубна, 1973.
Г.В.Ефимов. Препринт ОИЯИ, P2-8340, Дубна, 1974.
11. CERN COURIER N.3, vol.15, march 1975.
I.C.Wesley, A.Rich, *Phys. Rev.*, A4, 134 (1974).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 октября 1976 года.