СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10114

Д.Ю.Бардин, О.М.Федоренко, Н.М.Шумейко

ТОЧНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ ПОПРАВКИ НИЗШЕГО ПОРЯДКА К ПРОЦЕССАМ РАССЕЯНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЧАСТИЦ СО СПИНАМИ 0 И 1/2

1976

P2 - 10114

Д.Ю.Бардин, О.М.Федоренко[1], Н.М.Шумейко[2]

ТОЧНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ РАДИАЦИОННОЙ ПОПРАВКИ НИЗШЕГО ПОРЯДКА К ПРОЦЕССАМ РАССЕЯНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЧАСТИЦ СО СПИНАМИ 0 И 1/2

---

[1] Московский государственный университет
[2] Белорусский государственный университет, Минск

Введение

В работе /I/ мы вычислили часть вкладов в электромагнитную поправку (э.п.) низшего порядка к упругому μe -рассеянию в условиях эксперимента, в котором не делается различия между упругим процессом и процессом тормозного излучения фотона (эксперимент второго типа).

В этой работе мы приводим остальные формулы, которые вместе с результатами работы /I/ дают полную э.п. низшего порядка к процессу электромагнитного рассеяния двух точечных заряженных частиц со спином I/2 для экспериментов второго типа. Так же, как и в работе /I/, все выражения получены без использования каких-либо приближений и в ковариантной форме. Найденные здесь и в /I/ формулы были использованы нами для вычисления э.п. низшего порядка к процессу глубоконеупругого ℓN-рассеяния в партонной модели /2/.

Имея в виду дальнейшие приложения, мы приводим также аналогичные результаты для упругого электромагнитного рассеяния двух точечных заряженных частиц со спинами 0 и I/2.

Здесь используются те же обозначения и терминология, что и в работе /I/. Безрадиационное сечение в порядке α^2 , а также V- и R -вклады в сечение порядка α^3 представлены в виде однократных дифференциальных спектров по величине $y=(K_1-K_2)^2$, где K_1 и K_2 — начальный и конечный 4-импульсы частицы со спином I/2.

В первой части работы дана общая формула для сечения процессов с точностью до членов $\sim\alpha^3$. Во второй части выписаны

V - вклады в сечение, выраженные через введенные инварианты.

В третьей части приведены результаты для тех частей R -вклада, которые не были даны в/I/.

I. Общее выражение для сечения

Дифференциальное сечение $d\sigma/dY$ электромагнитных процессов

$$\tfrac{1}{2}(P_1)+\tfrac{1}{2}(K_1)\longrightarrow\tfrac{1}{2}(P_2)+\tfrac{1}{2}(K_2) \qquad (I)$$

$$0(P_1)+\tfrac{1}{2}(K_1)\longrightarrow 0(P_2)+\tfrac{1}{2}(K_2) \qquad (2)$$

(P_1, K_1, P_2, K_2 - начальные и конечные 4-импульсы частиц реакции, причем $P_1^2=P_2^2=-M^2$, $K_1^2=K_2^2=-m^2$) с точностью до членов α^3 представим в виде

$$\frac{d\sigma}{dY}=\frac{d\sigma_0}{dY}+\frac{d\sigma_V^F}{dY}+\frac{d\sigma_0}{dY}\cdot\frac{\alpha}{\pi}\cdot\left(\delta^L+\delta^\lambda+\delta^S+\delta_1^H\right)+\frac{d\sigma_2^H}{dY}+\frac{d\sigma_R^F}{dY} \qquad (3)$$

Здесь $d\sigma_0/dY$ - дифференциальное сечение низшего порядка α^2. Для процессов (I) и (2) имеем соответственно:

$$\frac{d\sigma_0^I}{dY}=\frac{4\pi\cdot\alpha^2}{\lambda_s\cdot Y^2}\cdot T_0^I\ ,\quad T_0^I=\frac{1}{2}\left[S^2+X_0^2-2\cdot Y\cdot(m^2+M^2)\right] \qquad (4)$$

$$\frac{d\sigma_0^{\bar{II}}}{dY}=\frac{2\pi\cdot\alpha^2}{\lambda_s\cdot Y^2}\cdot T_0^{\bar{II}}\ ,\quad T_0^{\bar{II}}=2\cdot\left[S\cdot X_0-Y\cdot M^2\right],\ X_0=S-Y. \qquad (5)$$

Сечение $d\sigma_V^{IR}/dY$ - конечная (не зависящая от λ) часть V - вклада, оставшаяся после выделения из него сечения $d\sigma_V^{IR}/dY$ (формула (52) работы/I/). Эта часть содержит вклады диаграмм поляризации вакуума, вершинных диаграмм и диаграмм двухфотонного обмена и может быть записана в виде

$$\frac{d\sigma_V^F}{dY}=\frac{d\sigma_0}{dY}\cdot\frac{\alpha}{\pi}\cdot\left(\delta_{vac}+\delta_{vert}\right)+\frac{d\sigma_a}{dY}+\frac{d\sigma_{2\gamma}}{dY}\ , \qquad (6)$$

где $d\sigma_a/dY$ отвечает вкладу аномального магнитного момента в вершинной диаграмме для частиц со спином I/2.

Третье слагаемое в (3) отвечает: конечной части $d\sigma_V^{IR}/dY-\delta^L$; результату сокращения λ в V и R вкладах - δ_λ ; частям R - вклада, описывающим излучение мягких и жестких фотонов, - δ^S и δ_1^H, соответственно. Величины δ вследствие факторизации упругого сечения не зависят от спина сталкивающихся частиц и являются общими для двух рассматриваемых случаев. Они даются формулами (57), (60), (38) и (46) работы/I/, соответственно.

Наконец, $d\sigma_2^H/dY$ и $d\sigma_R^F/dY$ - остальные части R -вклада (формулы (45) и (I0) работы/I/).

Выражения для конечной части V - вклада в сечения процессов (I) и (2) неоднократно приводились в литературе[3,4]. Мы выпишем их ниже для полноты.

Поляризация вакуума частицей со спином I/2[3]:

$$\delta_{vac}^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}(Y+2m^2)\cdot L_m-\frac{10}{9}+\frac{8m^2}{3\cdot Y}\cdot(1-2m^2L_m). \tag{7}$$

Поляризация вакуума частицей со спином 0 /4/:

$$\delta_{vac}^{0}=\frac{(Y+4\cdot M^2)^2}{6\cdot Y}\cdot L_M-\frac{4}{9}-\frac{4\cdot M^2}{3\cdot Y}. \tag{8}$$

Вершинная функция частицы со спином I/2 /4/:

$$\delta_{vert}^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{3}{2}\cdot Y+4m^2\right)\cdot L_m-2\ . \tag{9}$$

Вершинная функция частицы со спином 0 /4/:

$$\delta_{vert}^{0}=2\cdot(Y+2\cdot M^2)\cdot L_M-2\ . \tag{10}$$

Вклад аномальных магнитных моментов частиц со спином I/2:

$$\frac{d\sigma_a^{I}}{dY}=\frac{4\cdot\alpha^3}{\lambda_s\cdot Y}\cdot\left[(Y-2M^2)m^2L_m\pm f^2(Y-2m^2)\cdot M^2\cdot L_M\right],\quad \frac{d\sigma_a^{II}}{dY}=-\frac{2\cdot\alpha^3}{\lambda_s\cdot Y}(Y+4M^2)m^2L_m. \tag{11}$$

Вклад двухфотонного обмена:

$$\frac{d\sigma_{2\gamma}^{I}}{dY}=\frac{d\sigma_0^{I}}{dY}\cdot f\cdot(\delta_J^{I}+\delta_K), \tag{12}$$

$$\frac{d\sigma_{2\gamma}^{II}}{dY}=\frac{d\sigma_0^{II}}{dY}\cdot f\cdot(\delta_J^{II}+\delta_K), \tag{13}$$

где f – знаковый множитель, введенный в работе /I/.

Величины δ_J^{II} и δ_K вычислены в работе /4/. В принятых нами обозначениях они имеют вид:

$$\delta_K=2\cdot\left[\Phi\left(1+\frac{S}{M^2}\right)-\Phi\left(1-\frac{S}{M^2}\right)-\Phi\left(\frac{m^2(S+M^2)}{S^2}\right)+\Phi\left(\frac{m^2(M^2-S)}{S^2}\right)-\pi^2\right] \tag{14}$$

$$\delta_J^{II}=-S\left(1+\frac{Y(S+M^2)}{T_0^{II}}\right)\cdot K_S-X_0\left(1-\frac{Y(X_0-M^2)}{T_0^{II}}\right)K_{X^0}+$$
$$\frac{4\cdot Y(S+X_0)}{T_0^{II}}\left[(Y+2M^2)G_0^{(M)}+(Y+2m^2)G_0^{(m)}+2m^2g_1^{(m)}\right], \tag{15}$$

где:

$$K_S=-L_S\cdot\ln\frac{\left|Y[\sqrt{\lambda_S}\cdot(m^2-M^2)+S(m^2+M^2)+4m^2M^2]\right|}{2\cdot m\cdot M\cdot\lambda_S}-$$
$$\frac{2}{\sqrt{\lambda_S}}\cdot\left[\Phi\left(\frac{S+2M^2-\sqrt{\lambda_S}}{S+2M^2+\sqrt{\lambda_S}}\right)-\Phi\left(\frac{S+2m^2+\sqrt{\lambda_S}}{S+2m^2-\sqrt{\lambda_S}}\right)+\pi^2\right] \tag{16}$$

$$K_{X^0}=K_S(S\to -X_0)+\frac{2}{\sqrt{\lambda_{X^0}}}\cdot\pi^2$$

$$G_0^{(m)}=\frac{1}{4}L_m\cdot\ln\frac{m^2}{Y}+\frac{1}{4\sqrt{\lambda_m}}\cdot\left[\Phi\left(\frac{\sqrt{\lambda_m}-Y}{2m^2}\right)-\Phi\left(-\frac{\sqrt{\lambda_m}+Y}{2m^2}\right)-\pi^2\right] \tag{17}$$

$$G_0^{(M)}=G_0^{(m)}[m\to M]$$

$$g_1^{(m)}=\frac{1}{Y+4m^2}\left(\frac{1}{2}\ln\frac{Y}{m^2}+Y\cdot G_0^{(m)}\right)$$

$$g_1^{(M)}=g_1^{(m)}[m\to M].$$

Φ –функция Спенса ; остальные обозначения введены в /I/. Функция δ_J^{I} была вычислена нами с использованием приемов работы/4/. Результат имеет вид:

$$\delta_J^{I} = \frac{Y}{T_0^{I}}\Big\{-\frac{S}{2Y}\left(T_0^{I}+S^2\right)\cdot K_S-\frac{X_0}{2\cdot Y}\left(T_0^{I}+X_0^2\right)\cdot K_{X^\bullet}-$$
$$-\frac{1}{4d_{X^\bullet}}\cdot\left[Y\left(X_0-2m^2\right)\left(X_0-2M^2\right)+X_0\cdot\lambda_{X^\bullet}\right]\cdot L_{X^\bullet}-\frac{1}{4d_S}\cdot\left[Y\cdot\left(S+2m^2\right)\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\left(S+2M^2\right)-S\cdot\lambda_S\right]\cdot L_S+\left(S+X_0\right)\cdot\Big[2\cdot Y\cdot\left(G_0^{(M)}+G_0^{(m)}\right)+4\cdot M^2\Big(G_0^{(M)}+$$
$$+g_1^{(M)}\Big)+4m^2\cdot\left(G_0^{(m)}+g_1^{(m)}\right)+\frac{1}{2}\ln\frac{mM}{Y}+$$
$$+\frac{\left(M^2-m^2\right)}{2d_{X^\bullet}\cdot d_S}\cdot\left(M^2+m^2-Y\right)\cdot\ln\frac{M}{m}\Big]\Big\}. \qquad (18)$$

Здесь

$$d_{X^\bullet}=m^2+M^2-X_0\ , \qquad d_S=m^2+M^2+S\ ,$$

а остальные обозначения те же, что и в (15)-(17).

3. Вклад тормозного излучения

Приведем теперь не вычисленные в/I/ части R -вклада. Вклад $d\sigma_2^{H}/dY$ выписываем, используя формулу (45) работы /I/. Имеем

$$\left(\frac{d\sigma_2^{H}}{dY}\right)^{I}=-\frac{4\cdot\alpha^3}{\lambda_S\cdot Y^2}\cdot\int\limits_0^{v_m}\left(S-Y-\frac{1}{2}\cdot v\right)\cdot J(Y,v)\,dv, \qquad (19)$$

$$\left(\frac{d\sigma_2^{H}}{dY}\right)^{II}=-\frac{4\alpha^3\cdot S}{\lambda_S\cdot Y^2}\int\limits_0^{v_m}J(Y,v)\,dv. \qquad (20)$$

Оставшаяся (самая громоздкая) часть R – вклада, отвечающая сечению $d\sigma_R^{F}/dY$ (формула (10) работы /I/), была найдена с помощью программы аналитических вычислений SCHOONSCHIP /5/. Вычисления проводились по следующей схеме.

1. Находилось полностью дифференциальное сечение (шпур) процессов тормозного излучения в реакциях (1) и (2).

2. Полученный шпур выражался через пять независимых инвариантов S, Y, X, t, z, введенных в/I/, и представлялся как полином по степеням t, z и z_1 $(z_1=z+t-Y)$.

3. Из полученного выражения вычиталось сечение $d\sigma_R^{IR}/dY$ (формула (13) работы/I/).

4. С помощью таблицы интегралов I вычислялись двойные интегралы $\int dt\int\frac{dz\cdot t^n\cdot z^m}{\pi\cdot\sqrt{R_z}}$ посредством подстановок $t^n\cdot z^m\to$ результат интегрирования.

5. После интегрирования приводились подобные члены. Вычисления по описанной программе занимают 6 минут на ЭВМ СДС-6400.

Приведем результат машинного вычисления величин $d\sigma_R^{F}/dY$ в виде:

$$\frac{d\sigma_R^{F}}{dY}=\left(\frac{d\sigma_R^{F}}{dY}\right)_0+f\cdot\left(\frac{d\sigma_R^{F}}{dY}\right)_1+f^2\cdot\left(\frac{d\sigma_R^{F}}{dY}\right)_2. \qquad (21)$$

Здесь

$$\left(\frac{d\sigma_R^{F}}{dY}\right)_0^{I}=\frac{2\alpha^3}{\lambda_S}\cdot\int\limits_{X_{min}}^{X_0}dX\Big\langle\Big\{\frac{1}{2}\left(L_A+L_t\right)-\left(1+\frac{2\cdot m^2\cdot S_X}{Y^2}\right)\cdot L_m-$$
$$-\frac{v}{Y^2}+\frac{1}{Y}-\frac{2}{Y^2\cdot\lambda_S}\cdot\left(T_1+m^2\cdot B_0\right)-\Big[\frac{1}{Y^2\lambda_S}\left(T_2-2m^4F_0\right)+$$

$$\frac{1}{2}+T_3-\frac{2m^2}{Y}-\frac{4\cdot m^4}{Y^2}\Big]\mathcal{L}_s\Big\}+\Big\{S\longleftrightarrow -X\Big\}\Big\rangle . \tag{22}$$

$$\left(\frac{d\sigma_R}{dY}\right)^{F\,\text{II}}_{0}=\frac{2\cdot\alpha^3}{\lambda_S}\cdot\int\limits_{X_{min}}^{X_0}dX\Big\langle\Big\{\frac{1}{Y}\left(S_x+2m^2\right)\mathcal{L}_m+\frac{1}{Y}-\frac{2v}{Y^2}-$$

$$-\frac{2}{Y^2\lambda_S}\cdot T_1-\left(\frac{1}{Y^2\lambda_S}\cdot T_2+T_3\right)\cdot\mathcal{L}_s\Big\}+\Big\{S\longleftrightarrow -X\Big\}\Big\rangle , \tag{23}$$

где $T_1=\left(\frac{4m^2S\cdot X}{M^2\cdot Y^2}-1\right)\cdot\frac{F_0\cdot v}{2}+\frac{m^2\cdot S^2\cdot v}{Y^2}\left(\frac{\lambda_Y}{M^2}+\frac{3d_0}{\lambda_S}\right)-$

$$S\cdot(S+X)\cdot(S+2\cdot m^2)+M^2\cdot B_0 ,$$

$$T_2=\frac{2\cdot m^2\cdot S^2}{Y}\cdot\left(E-\frac{3B\cdot F_0}{Y\cdot\lambda_S}\right)-v\cdot B_0\cdot\left(\frac{4m^2S\cdot X}{Y^2}-M^2\right)-2m^2F_0\cdot(S+M^2) ,$$

$$T_3=\frac{X-2M^2}{Y}+\frac{S^2+X^2-4m^2M^2+2m^2S_x}{Y^2}+\frac{8m^2\cdot S\cdot X}{Y^3} ,$$

$$B=v\cdot B_0-Y\cdot\lambda_S ,\quad B_0=2m^2S_x+S\cdot Y , \tag{24}$$

$$E=X\cdot S_x-(S+X+2M^2)\cdot Y ,$$

$$F_0=S\cdot S_x+2\cdot M^2\cdot Y ,\quad S_x=S-X ,$$

$$d_0=4\cdot\left[Y\cdot(M^2Y-SX)+m^2\cdot\lambda_Y\right] ,\quad \lambda_Y=S_x^2+4\cdot M^2\cdot Y ,$$

$$\mathcal{L}_A=\frac{1}{\sqrt{A}}\ln\frac{X+Y+\sqrt{A}}{X+Y-\sqrt{A}} ,\quad A=(X+Y)^2-4m^2\cdot(v+M^2) ,$$

остальные обозначения те же, что и в работе [I];

$$\left(\frac{d\sigma_R}{dY}\right)^{F\,\text{I}}_{1}=\frac{2\alpha^3f}{\lambda_S\cdot Y}\cdot\int\limits_{X_{min}}^{X_0}dX\Big\langle\Big\{(S+X)\Big(\frac{1}{2\cdot A\cdot\hat{A}}\cdot\Big[Y(S-Y)(X+Y)-$$

$$-2\cdot m^2\left(v^2+Y^2+2\cdot YM^2\right)\Big]-\frac{Y}{\lambda_Y}+\frac{Y}{v}\left[\frac{1}{2}+\frac{M^2}{S_x}\left(1+\frac{v\cdot S_x+Y^2}{\lambda_Y}\right)\right]\mathcal{L}_t+$$

$$+\left[\frac{1}{2}-\frac{M^2\cdot Y(Y+4M^2)}{S_x\cdot\lambda_Y}\right]\cdot\mathcal{L}_u\Big)+S\left[T_4+T_5\right]\mathcal{D}_S-\Big[T_5+3m^2+M^2+$$

$$+\frac{m^2}{A}\left(Y(S+X)-\hat{F}_0\right)\Big]\cdot\mathcal{L}_A+S\cdot\left[\frac{Y}{S_x}+\frac{4m^2}{Y}+\frac{2}{S_x}\cdot T_4\right]\cdot\mathcal{L}_s\Big\}- \tag{25}$$

$$-\Big\{S\longleftrightarrow -X\Big\}\Big\rangle ;$$

$$\left(\frac{d\sigma_R}{dY}\right)^{F\,\text{II}}_{1}=\frac{2\alpha^3\cdot f}{\lambda_S\cdot Y}\cdot\int\limits_{X_{min}}^{X_0}dX\Big\langle\Big\{(S+X)\cdot\Big(\left[\frac{1}{2}-\frac{M^2Y\cdot(S_x+4M^2)}{S_x\cdot\lambda_Y}\right]\cdot\mathcal{L}_u+$$

$$+\frac{Y}{v}\left[\frac{1}{2}+\frac{M^2}{S_x}\left(1+\frac{S_x\cdot v}{\lambda_Y}\right)\right]\mathcal{L}_t\Big)+S\cdot T_6\cdot\mathcal{D}_S-(S+M^2+ \tag{26}$$

$$+2m^2)\cdot\mathcal{L}_A+S\left(\frac{4m^2}{Y}-1-\frac{2S}{S_x}+2\cdot T_6\right)\cdot\mathcal{L}_s\Big\}-\Big\{S\leftrightarrow -X\Big\}\Big\rangle ;$$

где $T_4=\frac{S^2+X^2}{Y}-M^2-m^2$, $T_5=\frac{S+X}{2}$, $\mathcal{D}_S=\frac{\mathcal{L}_A-\mathcal{L}_s}{v}$,

$$T_6=S-M^2+\frac{2SX}{Y} ,\quad \hat{F}_0=X\cdot S_x-2M^2Y ; \tag{27}$$

$$\left(\frac{d\sigma_R}{dY}\right)_2^{F\,I} = \frac{2\alpha^3 f^2}{\lambda_S \cdot Y^2} \cdot \int\limits_{X_{min}}^{X_0} dX \Big\{ T_7 + S + X + Y - \Big[\frac{1}{\lambda_Y}\Big(T_8 +$$

$$+ Y\cdot v\Big(\frac{3E\hat{F}_0}{\lambda_Y} - \lambda_X + \hat{B}_0 + \hat{F}'_0\Big)\Big) - X\cdot Y - M^2\cdot(S + X + 3\cdot Y) -$$

$$- 2\cdot m^2\cdot Y\Big]\frac{1}{\tau} + \frac{v(S_X + 2M^2)}{4}\cdot\Big[\frac{Y}{\lambda_Y}\cdot\Big(\frac{3\cdot E^2}{\lambda_Y} - A + 2\cdot E'\Big) -$$

$$- 2\cdot m^2 + Y\Big]\frac{1}{\tau^2} - \Big[\frac{1}{\lambda_Y}\Big(T_9 + T_{10} + \frac{1}{2}v\cdot Y\cdot\Big(\lambda_X - 3\frac{\hat{F}_0^2}{\lambda_Y}\Big)\Big) +$$

$$+ \frac{Y}{2}(S + X + Y) + 2\cdot M^2\cdot(S + X + 2\cdot Y) + m^2\cdot(S_X + Y)\Big]\cdot L_u\Big\};$$

(28)

$$\left(\frac{d\sigma_R}{dY}\right)_2^{F\,II} = \frac{2\cdot\alpha^3 f^2}{\lambda_S\cdot Y^2}\cdot\int\limits_{X_{min}}^{X_0} dX\Big\{T_7 + 2\cdot X - \Big[\frac{1}{\lambda_Y}\cdot\Big(T_8 - Y\cdot v\cdot E'\Big) -$$

$$- v(Y - 2m^2) - (X + Y)(Y + 2M^2)\Big]\frac{1}{\tau} - \Big[\frac{1}{\lambda_Y}\Big(T_9 + T_{10} +$$

$$+ v\cdot Y\hat{F}'_0\Big) + X\cdot Y + 2\cdot M^2\cdot(Y + 2\cdot X)\Big]\cdot L_u\Big\},$$

(29)

где

$$T_7 = \frac{1}{\lambda_Y}\Big[v\Big(\lambda_X - \frac{3\cdot\hat{F}_0^2}{\lambda_Y}\Big) + 2\cdot(Y + 2X)\hat{F}'_0\Big],$$

$$T_8 = M^2\cdot v\cdot\Big(\frac{3E^2}{\lambda_Y} - A\Big) - (Y + 2M^2)(Y + 2X)\cdot E',$$

$$T_9 = -2M^2\cdot v\Big(\frac{3E\cdot\hat{F}_0}{\lambda_Y} - \lambda_X + \hat{B}_0\Big),$$

$$T_{10} = (Y + 2\cdot X)\cdot\Big[2\cdot M^2 E' + (Y + 2M^2)\cdot\hat{F}'_0\Big].$$

(30)

Однократные интегралы (I9) и (20) вычисляются легко. Однако в конкретных расчетах их удобно объединять с выражениями (22), (25), (28) и (23), (26), (29). Последние интегралы выражаются через функции Спенса, но результат интегрирования настолько громоздкий, что получение из него численного значения занимает больше времени на ЭВМ, чем численное интегрирование исходных выражений. Поэтому мы и привели их в виде однократных интегралов.

Формулы (3)-(30) совместно с формулами (38), (46), (57) и (60) работы /I/ дают в условиях экспериментов второго типа искомые дифференциальные сечения процессов (I) и (2) с точностью до членов $\sim\alpha^3$. Как видно, результат точного расчета чрезвычайно громоздкий. Однако мы даем именно точный результат, имея в виду его различные применения впоследствии.

Таблица I.

Таблица двойных интегралов $J[\ae] = \frac{1}{\pi}\int dt \int \frac{dz}{\sqrt{R_z}}\cdot \ae$

$$J\left[\frac{1}{z^2}\right] = \frac{1}{m^2 v}, \quad J\left[\frac{1}{z_1^2}\right] = J\left[\frac{1}{z^2}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{1}{z^2 t}\right] = \frac{1}{Y^2\lambda_s}\left(F_0 L_s - \frac{B}{m^2 v}\right), \quad J\left[\frac{1}{z_1^2 t}\right] = J\left[\frac{1}{z^2 t}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{1}{z^2t^2}\right] = \frac{1}{Y^2\lambda_s}\left[\left(E - \frac{3BF_0}{Y\lambda_s}\right)\frac{1}{Y}L_s + \frac{A}{m^2 v} + \frac{v}{Y^2}\left(\frac{\lambda_Y}{M^2} + \frac{3d_0}{\lambda_s}\right)\right],$$

$$J\left[\frac{1}{z_1^2t^2}\right] = J\left[\frac{1}{z^2t^2}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{1}{z}\right] = L_A, \quad J\left[\frac{1}{z_1}\right] = -J\left[\frac{1}{z}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{1}{zt}\right] = \frac{1}{Y}L_s, \quad J\left[\frac{1}{z_1 t}\right] = -J\left[\frac{1}{zt}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{1}{zt^2}\right] = \frac{1}{Y^3\lambda_s}\left(\frac{F_0 v}{M^2} - BL_s\right), \quad J\left[\frac{1}{z_1t^2}\right] = -J\left[\frac{1}{zt^2}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{1}{z(t-Y)}\right] = \frac{1}{v}L_m, \quad J\left[\frac{1}{z_1(t-Y)}\right] = -\frac{1}{v}L_m,$$

$$J[1] = \frac{v}{\tau}, \quad \tau = v+M^2,$$

$$J\left[\frac{1}{t}\right] = L_t, \quad J\left[\frac{1}{t^2}\right] = \frac{v}{M^2Y^2},$$

$$J\left[\frac{1}{uz}\right] = \frac{1}{v}L_x, \quad J\left[\frac{1}{uz_1}\right] = -J\left[\frac{1}{uz}\right](s\leftrightarrow -x),$$

$$J\left[\frac{t}{z}\right] = \frac{E\cdot v}{A\cdot\tau} - \frac{B}{A}L_A, \quad J\left[\frac{t}{z_1}\right] = -J\left[\frac{t}{z}\right](s\leftrightarrow -x).$$

Интегрирование выражений, содержащих z в числителе, ведем в два этапа. Выполняем z -интегрирование по формуле .

$$\int\frac{z^2dz}{\pi\sqrt{R_z}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_Y}}\left(C_0 v^2 + C_1 u\cdot v + C_2 u^2\right)$$

$$\int \frac{z\, dz}{\pi\sqrt{R_z}} = \frac{1}{\lambda_Y^{3/2}}\left(v\hat F_0 - E u\right), \quad \int\frac{dz}{\pi\sqrt{R_z}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_Y}},$$

$$C_0 = \frac{3}{2}\cdot\frac{\hat F_0^2}{\lambda_Y^2} - \frac{\lambda_x}{2\cdot\lambda_Y}, \quad C_1 = -\frac{3E\cdot\hat F_0}{\lambda_Y^2} + \frac{\lambda_x - \hat B_0}{\lambda_Y},$$

$$C_2 = \frac{3E^2 - A\cdot\lambda_Y}{2\cdot\lambda_Y^2}.$$

После интегрирования по t возникают интегралы

$$J\left[\frac{1}{u^2}\right] = \frac{1}{M^2 v}, \quad J\left[\frac{1}{u}\right] = L_u,$$

$$J[u] = \frac{v^2(S_x + 2\cdot M^2)}{2\cdot\tau^2}.$$

В полученных формулах :

$$L_s = \frac{1}{\sqrt{\lambda_s}}\ln\frac{S+\sqrt{\lambda_s}}{S-\sqrt{\lambda_s}}, \quad L_x = -L_s(S\leftrightarrow -x),$$

$$\lambda_s = S^2 - 4m^2M^2, \quad \lambda_x = \lambda_s(S\leftrightarrow -x),$$

$$L_t = \frac{1}{\sqrt{\lambda_Y}}\ln\frac{v(S_x+\sqrt{\lambda_Y})+2\cdot M^2\cdot Y}{v\cdot(S_x-\sqrt{\lambda_Y})+2\cdot M^2\cdot Y},$$

$$L_u = \frac{1}{\sqrt{\lambda_Y}}\ln\frac{S_x+2M^2+\sqrt{\lambda_Y}}{S_x+2M^2-\sqrt{\lambda_Y}},$$

$$L_m = \frac{1}{\sqrt{\lambda_m}}\ln\frac{\sqrt{\lambda_m}+Y}{\sqrt{\lambda_m}-Y}, \quad \lambda_m = Y^2 + 4\cdot m^2\cdot Y.$$

Литература:

1. Д.Ю. Бардин, Н.М. Шумейко. ОИЯИ, P2-10113, Дубна, 1976.
2. Д.Ю. Бардин, Н.М. Шумейко. ОИЯИ, P2-9940, Дубна, 1976.
3. B.E. Lautrup, J. Smith. Phys. Rev. D3, 1122,1971.
4. J.Kahane. Phys. Rev., 135, B975, 1964.
5. H.S. Strubbe. Comp. Phys. Com., 8, 1, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 сентября 1976 года.