СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10098

Г.-Й.Отто, В.Н.Первушин, Д.Эберт

О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ ТРАЕКТОРИЙ РЕДЖЕ В ДУАЛЬНЫХ МОДЕЛЯХ

1976

P2 - 10098

Г.-Й.Отто, В.Н.Первушин, Д.Эберт

О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ ТРАЕКТОРИЙ РЕДЖЕ В ДУАЛЬНЫХ МОДЕЛЯХ

I. Введение

Для того чтобы получить дуальную амплитуду с комплексными траекториями Редже или с резонансами конечной ширины, необходимо принять во внимание петлевые диаграммы. Было найдено, что планарные петлевые графы расходятся /I/. Построение программы перенормировок должно быть согласовано с принципом дуальности, факторизацией и поведением Редже. Вопросы перенормировки впервые рассматривались в работах /I,2/. В частности, было получено, что в модели Венециано из-за калибровочных условий Виразоро нет перенормировки интерсепта траектории /2/, перенормируется лишь константа связи. Известно, что дуальная теория на уровне однопетлевых диаграмм /3/ самосогласована лишь для критических размерностей (Д=26 для модели Венециано и Д=10 для модели Невью-Шварца-Рамонда), в противном случае непланарная диаграмма нарушает унитарность. Но при критических размерностях возникает дополнительная расходимость планарных диаграмм, которую можно связать с переходом в вакуум скалярных частиц-дилатонов. В работах /4/ для модели Венециано было найдено, что эта дополнительная расходимость приводит к перенормировке наклона траектории.

В настоящей работе мы изучаем аналогичную проблему перенормировок в модели Невью-Шварца-Рамонда. Эта проблема в данной модели представляет особый интерес, поскольку здесь существуют семейства траекторий в каналах двух или трех мезонов, и возникает вопрос самосогласованности схемы перенормировки для различных траекторий и их константы связи. В разделе 2 мы воспроизведем результаты для обобщенной модели Венециано путем изучения асимптотического поведения петлевой амплитуды. В разделе 3 с помощью такой же техники рассматривается поведением редже однопетлевой мезонной амплитуды в модели Невью-Шварца-Рамонда и подробно обсуждается поправка к ρ -траектории.

2. Схема перенормировки в обобщенной модели Венециано

Начнем с преобразованной по Якоби планарной однопетлевой диаграммы для четырех внешних частиц при критической размерности $D = 26$ [5/x]:

$$A_4(s,t) = g^4 \alpha' b \int_0^1 dq\, q^{-3} f^{-24}(q^2) \int \prod_{i=2}^{4} d\theta_i \prod_{1 \le i < j \le 4} \bar{\psi}(\theta_{ji})^{-2\alpha' p_i p_j}$$

$$\theta = \theta_1 \le \theta_2 \le \theta_3 \le \theta_4 \le \pi$$

$$\equiv g^4 \alpha' b \int_0^1 dq\; q^{-3}\, G_4(q^2; \alpha' p_i p_j) \qquad (\mathrm{I})$$

$$(\theta_{ji} \equiv \theta_j - \theta_i)\ .$$

В дальнейшем нам будет важно знать разложение парциальной функции $f^{-24}(q^2)$ и эллиптической функции $\bar{\psi}(\theta)$ вблизи точки $q = 0$

$$f^{-24}(q^2) = 1 + 24 q^2 + O(q^4)$$

$$\bar{\psi}(\theta_{ji})^{-2\alpha' p_i p_j} = (\sin \theta_{ji})^{-2\alpha' p_i p_j} \left(1 - 4q^2 \sin^2 \theta_{ji} (2\alpha' p_i p_j)\right) + O(q^4)\ . \qquad (2)$$

Выражение (I) расходится из-за сингулярности q^{-3} под знаком интеграла ($G_4(0, \alpha' p_i p_j) \neq 0$). Как было впервые предложено Годдардом [6], можно связать с планарной петлей диаграмму, описывающую излучение дуального "померона" в вакуум.

x) Мы используем обозначения $s = (p_2 + p_3)^2$; $t = (p_1 + p_2)^2$ и т.д. для реакции $a(p_1) + a(p_2) \to a(p_3) + a(p_4)$. Нам удобно выделить в (I) размерный весовой фактор $b \propto \alpha'^{\,3-\frac{D}{2}}$.

Ненулевой импульс померона p

$$p + \sum_{i=1}^{4} p_i = 0 \qquad (3)$$

может быть использован для регуляризации q - интеграла в уравнении (I) следующим образом :

$$q^{-3} \Rightarrow q^{-\alpha_p(p^2) - 1}, \qquad (4)$$

где

$$\alpha_p(t) = 2 + \frac{\alpha'}{2} t \qquad (5)$$

есть траектория померона (обычная траектория модели дается в виде $\alpha(t) = 1 + \alpha' t$). Легко видеть из (I), что после замены (4) q - -интеграл остается конечным в пределе $p \to 0$, если вычесть первые два члена разложения Тейлора функции $G_4(q^2, \alpha' p_i p_j)$ по q^2 . Добавляя и вычитая два этих члена, получим

$$A_4 = \lim_{p \to 0} g^4 \alpha' b \int_0^1 dq\; q^{-\alpha_p(p^2) - 1} \left\{ G_4(q^2, \alpha' p_i p_j) - \left[1 + q^2 \frac{\partial}{\partial \bar{q}^2}\right] G_4(\bar{q}^2, \alpha' p_i p_j)\Big|_{\bar{q}^2 = 0} \right\}$$

$$+ g^4 \alpha' b \lim_{p \to 0} \left[-\frac{1}{\alpha_p(p^2)} + \frac{1}{2 - \alpha_p(p^2)} \frac{\partial}{\partial \bar{q}^2} \right] G_4(\bar{q}^2; \alpha' p_i p_j)\Big|_{\bar{q}^2 = 0} \qquad (6)$$

$$\equiv A_4^{(\text{конечн.})} + C_4\ .$$

Конечный интеграл определяет перенормируемую однопетлевую унитарную поправку к древесной амплитуде $g^2 \alpha' B(-\alpha(s), -\alpha(t))$, в то время как контрчлены ведут к перенормировке параметров модели g и α' . Вычитания уничтожают тахионный и дилатонный вклады в спектре померона формального вакуумного канала [2,4]. Обозначим для краткости $G_4 = f^{-24}(q^2) F_4$. Расходящая часть C_4 в (6) есть сумма двух контрчленов, $C_4 = C_4^{(1)} + C_4^{(2)}$, типа

$$C_4^{(1)} = \lim_{p \to 0} g^2 b \left(\frac{1}{-\alpha_p(p^2)} + \frac{24}{2 - \alpha_p(p^2)} \right) \alpha' g^2 F_4(0; \alpha' p_i p_j) \qquad (7)$$

$$C_4^{(2)} = g^4 \alpha' b \lim_{p \to 0} \frac{1}{2 - \alpha_p(p^2)} \frac{\partial}{\partial q^2} F_4(q^2; \alpha' p_i p_j)\Big|_{q^2 = 0} =$$

$$= -4 g^4 \alpha' b \lim_{p \to 0} \frac{1}{2 - \alpha_p(p^2)} \int \prod_{i=2}^{4} d\theta_i \prod_{i<j} (\sin \theta_{ji})^{-2\alpha' p_i p_j} \times \qquad (8)$$

$$\times \sum_{i<j} 2\alpha' p_i p_j \sin^2 \theta_{ji}\ .$$

Как показали Невью и Шерк[2], функция $\alpha' g^2 F_4(g, \alpha' p_i p_j)$ в пределе $p \to 0$ имеет вид древесной амплитуды $\alpha' g^2 B_4 = B_4^{tr}(g, \alpha' p_i p_j)$

$$\lim_{p \to 0} \alpha' g^2 F_4 = 2\pi \alpha' g^2 B_4 = \pi g \frac{\partial}{\partial g} B_4^{tr}(g, \alpha' p_i p_j) . \tag{9}$$

Для суммы древесной амплитуды B_4^{tr} и первого контрчлена $C_4^{(1)}$ имеем выражение

$$B_4^{tr} + C_4^{(1)} = \Big[1 + \lim_{p \to 0} \pi g^2 b \Big(-\frac{1}{\alpha_p(0)} + \frac{24}{2 - \alpha_p(p^2)} \Big) g \frac{\partial}{\partial g} \Big] B_4^{tr}(g, \alpha' p_i p_j)$$

$$= B_4^{tr}(g(1 + \lambda g^2) ; \alpha'(p_i p_j)) + O(g^6) \tag{10}$$

с расходящимся коэффициентом λ

$$\lambda = \lim_{p \to 0} \pi b \Big(\frac{1}{-\alpha_p(0)} + \frac{24}{2 - \alpha_p(p^2)} \Big) . \tag{11}$$

С помощью первого контрчлена (7) перенормируется константа связи

$$g^{нов} = g\big(1 + \lambda g^2 + O(g^4)\big) . \tag{12}$$

Мы будем рассматривать здесь главным образом второй контрчлен (8) который, как показано различными авторами[4], ведет к перенормировке наклона Редже траектории α'. Для рассматриваемой здесь амплитуды выполняется соотношение, аналогичное (10):

$$B_4^{tr} + C_4^{(2)} = \Big[1 + g^2 \bar\lambda \alpha' \frac{\partial}{\partial \alpha'}\Big] B_4^{tr}(g ; \alpha' p_i p_j) =$$

$$= B_4^{tr}\big(g, [\alpha'(1 + \bar\lambda g^2) + O(g^4)] p_i p_j\big), \tag{13}$$

где $\bar\lambda \propto \frac{b}{2 - \alpha_p(0)}$, в соответствии с уравнением (8).

Мы здесь предлагаем более простой способ вычисления перенормировки наклона траектории $\alpha(t)$ с помощью анализа асимптотического поведения $(|s| \to \infty)$ суммы древесной и однопетлевой амплитуды. Вначале изучим асимптотическое поведение только второго контрчлена $C_4^{(2)}(\theta_{21} = \varphi ; \theta_{32} = \theta , \theta_{43} = \psi)$ x)

x) Здесь опущены зависимости от p, не влияющие на регуляризацию выражения (18).

$$C_4^{(2)} = -4\alpha' b g^4 \lim_{p \to 0} \frac{1}{2 - \alpha_p(p^2)} \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{\pi - \theta} d\varphi \int_0^{\pi - \theta - \varphi} d\psi \, [\sin(\theta + \varphi + \psi)]^{-\alpha(p^2)} \times$$

$$\times [\sin\varphi \sin\psi \sin\theta]^{-1} \Big[\frac{\sin\theta \sin(\theta + \varphi + \psi)}{\sin(\theta + \varphi) \sin(\theta + \psi)}\Big]^{-\alpha(s)} \Big[\frac{\sin\varphi \sin\psi}{\sin(\theta + \varphi) \sin(\theta + \psi)}\Big]^{-\alpha(t)} \times$$

$$\times \Big\{ (\alpha(t) + 1) [\sin^2\varphi + \sin^2\psi] - (\alpha(t) + \alpha(s)) [\sin^2(\theta + \varphi) + \sin^2(\theta + \psi)]$$

$$+ (\alpha(s) + 1) [\sin^2\theta + \sin^2(\theta + \varphi + \psi)] \Big\} . \tag{14}$$

Ведущий вклад для $|s| \to \infty$ дает область $(\varphi, \psi) \simeq (0, 0)$ [7]. Разлагая подынтегральное выражение вокруг этой точки и выполняя интегрирование, получим

$$C_4^{(2)} \underset{|s| \to \infty}{\sim} -4\alpha' b g^4 \lim_{p \to 0} \frac{1}{2 - \alpha_p(p^2)} \int_0^{\pi} d\theta \, [\sin\theta]^{2\alpha' t}$$

$$\times \Big[\iint_0 d\varphi d\psi \, (\varphi\psi)^{-\alpha(t) - 1} \exp\Big(-|\alpha(s)| \frac{\varphi\psi}{\sin^2\theta}\Big)\Big] \Big[-2\alpha' t \sin^2\theta\Big] \tag{15}$$

$$\sim \alpha' g^2 |\alpha' s|^{\alpha(t)} \ln |\alpha' s| \, \Gamma(-\alpha(t)) g^2 b \tilde\Sigma(t),$$

где

$$\tilde\Sigma(t) = \Big[\lim_{p \to 0} \frac{1}{2 - \alpha_p(p^2)}\Big] 8\pi \alpha' t . \tag{16}$$

Здесь учитывается только ведущий вклад обмена двойным полюсом Редже. Аналогичное вычисление можно выполнить для полной однопетлевой амплитуды, где $\sin\theta$ заменяется функцией $\Psi(\theta)$.

Первое слагаемое в (6) дает асимптотическое поведение

$$A_4^{(konet)} \underset{|s| \to \infty}{\sim} \alpha' g^2 |\alpha' s|^{\alpha(t)} \ln |\alpha' s| \, \Gamma(-\alpha(t)) g^2 b \times$$

$$\times \big(\Sigma(t) - \tilde\Sigma(t)\big) \tag{17}$$

$$\Sigma(t) \equiv \hat{\Sigma}(t) + \tilde{\Sigma}(t) = \lim_{p\to 0} \int_0^1 dq\, q^{-\alpha_p(p^2)-1} f^{-24}(q^2) \times$$

$$\times \int_0^{\pi} d\theta \left[\bar{\Psi}(\theta)\right]^{2\alpha(t)-\alpha(p^2)-1} \left[-\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \ln \bar{\Psi}(\theta)\right]^{\alpha(t)} . \qquad (18)$$

Окончательно поведение суммы древесной и петлевой амплитуд имеет вид

$$\Gamma(-\alpha(t))|\alpha' s|^{\alpha(t)} \left\{ \alpha' g^{(\text{ноб})2} + \alpha' b g^4 \left(\tilde{\Sigma}(t) + \hat{\Sigma}(t)\right) \ln|\alpha' s| \right\} + O(g^6)$$

$$\approx \alpha' g^{(\text{ноб})2} \Gamma(-\alpha(t)) |\alpha' s|^{\alpha(t) + g^2 b \tilde{\Sigma}(t) + g^2 b \hat{\Sigma}(t)} . \qquad (19)$$

Так как $\tilde{\Sigma}(t)$ пропорционально t, второй контрчлен $C_4^{(2)}$, ведущий в асимптотике к $\tilde{\Sigma}(t)$, действительно перенормирует α' согласно уравнению (13). Имеем

$$\alpha^{\text{ноб}}(t) = \alpha(t) + g^2 b\, \tilde{\Sigma}(t) + g^2 b\, \hat{\Sigma}(t) + O(g^4)$$

$$= 1 + \alpha'^{(\text{ноб})} t + g^2 b\, \hat{\Sigma}(t) + O(g^4) \qquad (20)$$

с

$$\alpha'^{(\text{ноб})} = \alpha' \left(1 + \lim_{p\to 0} \frac{8\pi b g^2}{2 - \alpha_p(p^2)} \right) . \qquad (21)$$

Выполняя θ -интегрирование в уравнении (18), легко доказать, что конечная унитарная поправка $g^2 b \hat{\Sigma}(t)$ равна нулю при $t = 0$. Поэтому новая траектория (20) еще описывает безмассовый стабильный векторный мезон, т.е. $\alpha^{\text{ноб}}(0) = 1$. Это напоминает отсутствие перенормировки массы векторных частиц в обычных калибровочных теориях.

3. Перенормировка в двух-пионном канале в модели Н.Ш.Р. (ρ -траектория)

Выпишем четырехпионную древесную амплитуду и ее однопетлевую унитарную поправку (фермионная и мезонная петли). Используя операторную формулировку в картине „F_1", имеем для древесной амплитуды выражение/8/

$$B_4^{tr} = \alpha' g_{NS}^2 \int_0^1 dx\, (1-x)^{-\alpha(s)} x^{-\alpha(t)} S_4^{tr} , \qquad (22)$$

где ρ - траектория модели опять дана в виде $\alpha(t) = 1 + \alpha' t$ и b -мода или спиновая часть S_4^{tr} имеет форму

$$S_4^{tr} = \alpha^2(t) \frac{1}{x} + \alpha^2(s) \frac{1}{1-x} - (\alpha(t) + \alpha(t) - 1)^2 \equiv$$

$$\equiv \sum_{r=1}^{3} K_r(\alpha(s), \alpha(t)) \cdot T_r(x) \; ; \; \left(T_1 = \frac{1}{x} , T_2 = \frac{1}{1-x} , T_3 = 1 \right) . \qquad (23)$$

После интегрирования по x и комбинирования всех трех слагаемых в (23), получаем известное выражение Лавеласа-Шапиро

$$B_4^{tr} = \alpha' g_{NS}^2 \frac{\Gamma(1-\alpha(t))\, \Gamma(1-\alpha(s))}{\Gamma(1-\alpha(t) - \alpha(t))} , \qquad (24)$$

которое воспроизводится также в „F_2" -картине/9/. Фермионная петля при критической размерности D = 10 имеет вид/10/

$$A_4^{(F)} = (2 g_R)^4 \alpha' b \int_0^1 dq\, q^{-2} \left[\frac{\varphi_-(q)}{f(q^2)} \right]^8 \int_{\theta_1 = 0 \le \theta_2 \le \theta_3 \le \theta_4 \le \pi} \prod_2^4 d\theta_i \prod_{1 \le i \le j \le 4} \bar{\Psi}(\theta_{ji})^{-2\alpha' p_i p_j} S_4^{(F)} , \qquad (25)$$

где спиновая часть имеет форму

$$S_F^{(4)} = \sum_{r=1}^{3} K_r \cdot L_r(\theta_{k\ell}) . \qquad (26)$$

Кинематические факторы K_r такие же, что и в древесной амплитуде (23), в то время как коэффициенты L_r выражаются через функции χ, которые являются произведениями эллиптических функций/10/

$$L_1 = \chi(\theta_{21}) \chi(\theta_{43})$$

$$L_2 = \chi(\theta_{41}) \chi(\theta_{32}) \qquad (27)$$

$$L_3 = \chi(\theta_{31}) \chi(\theta_{42})$$

$$\chi(\theta) = \frac{1}{2 \sin\theta} \left[1 + 4 q \sin^2\theta + O(q^2) \right] .$$

Функция распределения $\left[\frac{\varphi_-(q)}{f(q^2)}\right]^8$ ведет себя при $q=0$ подобно

$$\left[\frac{\varphi_-(q)}{f(q^2)}\right]^8 = 1 - 8q + O(q^2) . \tag{28}$$

Стоит заметить, что хотя степень расходимости в q- интеграле уравнения (25) повышается на единицу, нам снова нужно два вычитания, поскольку подынтегральное выражение- функция от q , а не от q^2, как в модели Венециано. Повторяя вычисления, данные в предыдущем разделе, получим выражения, аналогичные (6-8). Конечная часть фермионной петли ($s-t$ диаграмма) имеет вид

$$A_4^{(F)\,конеч} = \lim_{p\to 0} (2g_R)^4 \alpha' b \int_0^1 dq\, q^{-\alpha_\rho(p^2)} \Big\{ G^F(q; \alpha' P_i P_j) - \left[1 + q\frac{\partial}{\partial \bar q}\right] G_4^F(\bar q; \alpha' P_i P_j)\Big|_{\bar q=0} \Big\}, \tag{29}$$

где G^F совпадает с (25), за исключением фактора $(2g_R)^4 \alpha' b\, q^{-2}$, и измененным законом сохранения (3). Контрчлен C_4^F есть снова сумма $C_4^F = C_4^{(F,1)} + C_4^{(F,2)}$, где $C_4^{(F,1)}$ имеет вид древесной амплитуды и ведет к перенормировке константы связи /II/. Второй контрчлен $C_4^{(F,2)}$, аналогично выражению (8,I6), дан в виде

$$C_4^{(F,2)} = (2g_R)^4 \alpha' b \left[\lim_{p\to 0} \frac{1}{2 - \alpha_\rho(p^2)}\right] \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{\pi-\theta} d\varphi \int_0^{\pi-\theta-\varphi} d\psi$$
$$\left[\sin(\theta+\varphi+\psi)\sin\theta \sin\varphi \sin\psi\right]^{-1/2} \left[\frac{\sin\theta \sin(\theta+\varphi+\psi)}{\sin(\theta+\varphi)\sin(\theta+\psi)}\right]^{-\alpha_\pi(s)} \times$$
$$\times \left[\frac{\sin\varphi \sin\psi}{\sin(\theta+\varphi)\sin(\theta+\psi)}\right]^{-\alpha_\pi(t)} \frac{\partial S_4^{(F)}}{\partial q}\Big|_{q=0} \tag{30}$$

$(\alpha_\pi(t) = \frac{1}{2} + \alpha' t \; ; \; \theta_{21} = \varphi, \; ; \theta_{32} = \theta \, , \theta_{43} = \psi \;),$

где последний множитель определяется с помощью формулы (26,27) как

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_{q=0} = \alpha^2(t)\left[\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} + \frac{\sin\psi}{\sin\varphi}\right] + \alpha^2(s)\left[\frac{\sin(\theta+\varphi+\psi)}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\varphi+\psi)}\right]$$
$$- \left(\alpha(t) + \alpha(s) - 1\right)^2 \left[\frac{\sin(\theta+\varphi)}{\sin(\theta+\psi)} + \frac{\sin(\theta+\psi)}{\sin(\theta+\varphi)}\right] . \tag{3I}$$

Рассмотрим теперь предел $|s|\to\infty$. Раскладывая подынтегральное выражение вокруг $(\varphi,\psi) = (0,0)$, найдем вклад двойного полюса Редже

$$C_4^{(F,2)} \underset{|s|\to\infty}{\sim} (2g_R)^4 \alpha' b \left[\lim_{p\to 0}\frac{1}{2-\alpha_\rho(p^2)}\right] \int_0^{\pi} d\theta \iint_0 d\varphi\, d\psi\, e^{-|\alpha(s)|\frac{\varphi\psi}{\sin^2\theta}} \times$$
$$\times (\varphi\psi)^{-\alpha(t)} \left[\sin\theta\right]^{2\alpha' t} \left[(\varphi\psi)(2\alpha' s)^2 \frac{\cos^2\theta}{\sin^4\theta} - 4\alpha'^2 s t\right] \sim$$
$$\sim (2g_R)^4 \alpha' b \lim_{p\to 0}\left[\frac{1}{2-\alpha_\rho(p^2)}\right] |\alpha' s|^{\alpha(t)} \ln|\alpha' s|\, 4 \left\{\Gamma(2-\alpha(t))\frac{\pi}{2} - \Gamma(1-\alpha(t))\alpha' t \cdot \pi\right\}$$
$$= \alpha' g_{NS}^2 |\alpha' s|^{\alpha(t)} \ln|\alpha' s|\, \Gamma(1-\alpha(t))\, b\, g_{NS}^2 \tilde\Sigma^F(t) . \tag{32}$$

Таким образом, получена бесконечная поправка к ρ -траектории, пропорциональная t , которая ведет к перенормировке наклона α'

$$\tilde\Sigma^F(t) = \left[\lim_{p\to 0}\frac{1}{2-\alpha_\rho(p^2)}\right]\left(-\frac{3\pi}{2}\right)\alpha' t . \tag{33}$$

Здесь используется соотношение $2\sqrt{2}\, g_R = g_{NS}$ /IO/ между константами связи в моделях Рамонда и Невью-Шварца. При получении этого результата было существенно, что два члена $\sim \Gamma(2-\alpha(t))$ и $\sim \Gamma(1-\alpha(t))$ в уравнении (32), связанные с различными компонентами в спиновой части S_4^F (уравнение (3I)), были объединены. Уравнение (32) дает поправку к асимптотическому поведению $\sim \alpha' g_{NS}^2 \Gamma(1-\alpha(t))(-\alpha(s))^{\alpha(t)}$ древесной амплитуды (24). Для полноты приведем выражение для конечной унитарной поправки $\hat\Sigma^F(t)$ к ρ - траектории

$$\hat\Sigma^F(t) = \frac{1}{4}\lim_{p\to 0}\int_0^1 dq\, q^{-\alpha_\rho(p^2)}\left[\frac{\varphi_-(q)}{f(q^2)}\right]^8 \int_0^{\pi} \left[\bar\Psi(\theta)\right]^{2\alpha'(t-p^2)} \times$$
$$\times \left(-\frac{\partial^2 \ln\bar\Psi}{\partial\theta^2}\right)^{\alpha(t)-2} \Big\{\alpha' t\Big[-\left(\chi(\theta)\chi''(\theta) - \chi'(\theta)^2\right) -$$
$$- 2\left(-\frac{\partial^2 \ln\bar\Psi(\theta)}{\partial\theta^2}\right)\chi^2(\theta)\Big] - \alpha(t)\Big(\left[\frac{\chi(x)}{\sin x}\right]^2_{x=0} \times$$
$$\times \left(-\frac{\partial^2 \ln\bar\Psi(\theta)}{\partial\theta^2}\right)^2\Big\} - \tilde\Sigma^F . \tag{34}$$

Тогда новая траектория имеет вид

$$\alpha^{(nol,F)}(t) = 1 + \alpha'^{(nol,F)}t + g_{NS}^2 b\, \hat{\Sigma}^F(t) + O(g_{NS}^4)$$

$$\alpha'^{(nol,F)} \simeq \alpha' [1 + g_{NS}^2 b\, \tilde{\Sigma}^F / t\alpha'] \tag{35}$$

и можно показать снова, что $\alpha^{(nol,F)}(0) = 1$.
Индексы „F" в уравнении (35) отражают тот факт, что до сих пор изучали только фермионную петлю. Аналогичные вычисления для мезонной петли [12] тривиальны, если принять во внимание, что для этого в петлевой амплитуде (29) нужно формально заменить $g \to -g$ и $(2g_R)^4 \to -(\sqrt{2}\, g_{NS})^4 = -(4g_R)^4$ [10]. Это ведет только к изменению в коэффициенте бесконечного вклада к α' и к другой конечной поправке с такой же структурой, как (34).

4. Заключение

Мы показали, что расходимости однопетлевых поправок к траектории ρ типа обобщенной модели Венециано или модели Невью-Шварца-Рамонда могут быть поглощены перенормировкой наклона α' линейной траектории. В обеих моделях отсутствует перенормировка ρ-интерцепта в соответствии с тем фактом, что в калибровочных теориях поля не перенормируется масса векторных мезонов.
Интересно изучить таким же образом перенормировку π-, ω-траектории в трехпионном секторе модели Н.Ш.Р. Здесь возникают два важных вопроса: I) может ли нарушаться нефизическое вырождение π-, ω-траектории учетом унитарных поправок; 2) сохраняется ли после перенормировки соотношение $\lim_{s \to m_\pi^2} \alpha(s) = 1/2$. Последнее условие было необходимо, чтобы получить в уравнении (24) нуль Адлера, требуемый PCAC. Поправки к π, ω траектории могут быть вычислены из шестипионной петлевой амплитуды. Однако исследование в F_1 - картине с пятнадцатью кинематическими членами в S_6 неудобно из-за того, что в асимптотике присутствуют лишние "ансесторные" члены.

Литература:

1. D.J.Gross, A.Neveu, J.Scherk and J.H.Schwarz. Phys.Rev. D2 (1970) 697.
2. A.Neveu and J.Scherk, Nucl.Phys. B36 (1972) 317.
3. C.Lovelace, Phys.Lett. 34B (1971) 500.
4. M.Ademollo, A.D'Adda, R.D'Auria, F.Gliozzi, E.Napolitano S.Sciuto and P.Di Vecchia, Nucl.Phys. B94 (1975) 221. J.A.Shapiro, Phys.Rev. D11 (1975) 2937.
5. I.E.Cremmer and J.Scherk, Nucl.Phys. B50 (1972) 222.
6. P.Goddard, Nuovo Cim. 4A (1971) 349.
7. H.Dorn, D.Ebert and H.J.Otto, Acta Phys. Polonica B6 (1975) 599.
8. A.Neveu and J.H.Schwarz, Nucl.Phys. B31 (1971) 86.
9. A.Neveu, J.H.Schwarz and C.B.Thorn, Phys.Letters 35B (1971) 529.
10. J.O.Winnberg, Nucl.Phys. B94 (1975) 205.
11. M.B.Green, Phys.Lett. 46B (1973) 392.
12. P.Goddard and R.E.Waltz, Nucl.Phys. B34 (1971) 99.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 сентября 1976 года.