ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

С323
К-659

465/1-77

Р2 - 10092

Г.И.Копылов

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ, КОТОРЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮТ МЕЖДУ СОБОЙ

1976

P2 - 10092

Г.И.Копылов

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ, КОТОРЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮТ МЕЖДУ СОБОЙ

Направлено в ЯФ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Копылов Г.И. Р2 - 10092

Интерференция тождественных частиц, которые взаимодействуют между собой

Предложен простейший модельный лагранжиан, приводящий к интерференции тождественных мезонов, рождаемых в высокоэнергичных столкновениях. Включение в него взаимодействия между мезонами позволяет вычислить поправки к интерференции мезонов, возникающие благодаря их сильному взаимодействию друг с другом. Показано, что лишь мнимая часть амплитуды рассеяния влияет на интерференцию и для пар мезонов $\pi^+\pi^+$ или $\pi^-\pi^-$ этим влиянием можно пренебречь.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1976

Kopylov G.I. P2 - 10092

The Interference of Interacting Identical Mesons

The simplest model Lagrangian is suggested, which leads to the interference of identical mesons produced in high energy collisions. The inclusion of the interaction between mesons in this Lagrangian makes it possible to estimate the corrections to the meson interference which arise due to the strong interaction of these mesons. It is shown that only imaginary part of the scattering amplitude influences on the interference. One can neglect this influence for meson pairs $\pi^+\pi^+$ or $\pi^-\pi^-$.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1976

© 1976 Объединенный институт ядерных исследований Дубна

Хенбери-Браун и Твисс [1] применили интерференцию пар фотонов для определения размеров удаленных звезд. Затем та же идея была использована в физике элементарных частиц для измерения пространственно-временных характеристик источников частиц [2-6]. Здесь уже речь шла об интерференции пар мезонов. Для фотонов и для мезонов теории двухчастичной интерференции [7-11] практически совпадали, хотя а приори оснований для этого не было: фотоны между собой не взаимодействуют, а мезоны - сильновзаимодействующие частицы. Возникало сомнение в том, вправе ли мы, предсказывая эффекты интерференции мезонов, пренебрегать их взаимодействием, тем более, что оно особенно сильно тогда, когда взаимная скорость мезонов мала, то-есть как раз в области интерференционного максимума.

Здесь мы намерены устранить этот недочет наших прежних работ. Главный результат, впрочем, будет состоять в том, что взаимодействием мезонов можно пренебречь и можно пользоваться сравнительно простой теорией двухчастичной интерференции невзаимодействующих частиц [8].

Ход наших рассуждений будет таков. Сначала мы сформулируем простейшую квантово-полевую модель с внешним, зависящим от времени, источником, приводящую к интерференционным эффектам. Затем включим в лагранжиан взаимодействие между мезонами в форме $\Lambda\phi^4$. Рассмотрев общую структуру возникающих при этом формул, мы сможем избавиться от этой конкретной формы взаимодействия и учесть перерассеяние мезонов в низкоэнергетическом приближении, не нарушая при этом унитарности матрицы рассеяния. Малая длина рассеяния π-мезонов в состоянии с изоспином 2 приводит к слабости эффекта перерассеяния.

§1. *Квантово-полевое рассмотрение интерференции пар мезонов*

1. Рассмотрим скалярные частицы, рождаемые внешним током $g(x)$, $x=\{\vec{r},t\}$. Такая модель квантовой теории поля изучалась неоднократно /см., напр., /12/; известно, что она приводит к независимому испусканию /а не интерференции/ мезонов. В то же время простой полуклассический расчет испускания мезонов двумя независимыми источниками показывает, что интерференция должна происходить /7–9/. Чтобы понять, в чем недостаток квантово-полевой модели, представим /см. формулу /9.23/ из /12/ /, что ток $g(x)$ есть сумма двух точечных источников, $\delta(x-x_1)+\delta(x-x_2)$. Возьмем S-матрицу в представлении взаимодействия $S=T\exp(-i\int g(x)\phi(x)\,dx)$, и убедимся, что мезоны с импульсами p, q рождаются независимо: амплитуда перехода между состояниями поля $|0\rangle$ и $\langle 1p1q|$ есть

$$A(p,q) = \frac{(-i)^2}{2!}T\int dx'dx''g(x')g(x'')\langle 1p1q|\phi(x')\phi(x'')|0\rangle \sim$$

$$\sim g(p)g(q), \quad \text{где} \quad g(p)=\int dx\,g(x)e^{-ipx} .$$

Но так как $g(x)$ есть сумма двух источников, то под интегралом возникают четыре члена. Два из них, перекрестные, типа $\delta(x'-x_1)\delta(x''-x_2)\phi(x')\,\phi(x'')$, дают искомый интерференционный эффект, но его компенсируют два других "диагональных":

$$\delta(x'-x_1)\delta(x''-x_1)\phi(x')\phi(x'') ,$$

$$\delta(x'-x_2)\delta(x''-x_2)\phi(x')\phi(x'').$$

Видно, что они отвечают испусканию одним из источников обеих частиц сразу. Этим эффектом мы при полуклассическом расчете /7–9/ пренебрегали, ибо трудно представить себе, что одиночное и парное рождения происходят одинаково сильно.

Мы не в состоянии с помощью каких-то проекционных операторов убрать из S-матрицы диагональные члены в рамках модели, где ток $g(x)$ является не оператором, а c-числом. Поэтому мы вынуждены ввести интерференцию "руками": потребуем, чтобы ток, ответственный за генерацию каждого нового мезона, отличался от тока, вызвавшего появление предыдущего мезона. Иными словами, член взаимодействия в лагранжиане будем брать в виде $L'=\int d^3\vec{r}\,g_\lambda(\vec{r})\phi(x)$, где индекс λ обозначает совокупность параметров, отличающих источники мезонов друг от друга. Будем считать λ случайными независимыми величинами с известной плотностью распределения $\rho(\lambda)$. Примеры таких токов см. в /7–9/. Итак, в разложении S-матрицы

$$S=T\exp\{-i\int g_\lambda(x)\phi(x)\,dx\} =$$

$$= 1+T\{-i\int dx'g_{\lambda'}(x')\phi(x') +$$

$$+\frac{(-i)^2}{2!}\int dx'dx''g_{\lambda'}(x')g_{\lambda''}(x'')\phi(x')\phi(x'')+\dots\}$$

мы будем полагать токи g случайными.

2. Эффекты интерференции экспериментально обнаруживают, сравнивая поведение пар $\pi^\pm\pi^\pm$ и $\pi^+\pi^-$. Поэтому в модель надо ввести по крайней мере два сорта заряженных мезонов /вводить весь изотриплет было бы на этом уровне излишним усложнением/. Запишем S-матрицу в виде:

$$S=T\exp\{-i\int dx[g^*_\lambda(x)\phi(x)+g_\lambda(x)\bar{\phi}(x)]\}, \qquad /1/$$

где операторы $\phi,\bar{\phi}$ суть

$$\phi=\sum_k a_k\psi_k+b^+_k\bar{\psi}_{-k} \quad ,\bar{\phi}=\sum_k a^+_k\bar{\psi}_k+b_k\psi_{-k}, \qquad /2/$$

$$\psi_k = u_k e^{ikx}, \quad \bar{\psi}_k = \bar{u}_k e^{-ikx}, \quad \bar{u}_k = u_k = (2\omega_k \Omega)^{-1/2} \qquad /3/$$

и Ω обозначает нормировочный объем в импульсном пространстве. Операторы $a(a^+)$ и $b(b^+)$ относятся к уничтожению /рождению/ π^+ и π^--мезонов, соответственно. Пусть нас интересует рождение двух π^+-мезонов с импульсами p_3 и p_4 /мы сохраняем нумерацию, возникшую в работах /8,9//. В этот процесс дает вклад второй член разложения S-матрицы.

$$A(p_3,p_4) = \langle 0| a_{p_3} a_{p_4} S^{(2)} |0\rangle = \langle 1_{p_3} 1_{p_4} | S^{(2)} | 0\rangle . \qquad /4/$$

Обозначая $\int dx\, g_\lambda(x) \exp(-ipx) = g_\lambda(p)$, придем к выражению для амплитуды, полученному ранее в работах /7-11/ и послужившему основой для дальнейших физических предсказаний

$$A(p_3 p_4) = \frac{g_{\lambda'}(p_3) g_{\lambda''}(p_4) + g_{\lambda'}(p_4) g_{\lambda''}(p_3)}{2\Omega\sqrt{4\omega_3\omega_4}} . \qquad /5/$$

Напомним, что эффект интерференции дается усреднением $|A|^2$ по случайным параметрам λ', λ'' и что удобно /9/ ввести "функцию взаимной когерентности двух мезонов"

$$b(p_i p_j) = \langle g_\lambda(p_i) g^*_\lambda(p_j) \rangle_\lambda, \qquad /6/$$

которая с точностью до нормировки является ни чем иным, как одночастичной матрицей плотности мезонов в импульсном пространстве. Эта матрица эрмитова, $b^*(p_i, p_j) = b(p_j, p_i)$ и во всех рассмотренных до сих пор моделях факторизуется /14/

$$b(p_3, p_4) = B(p_3) B(p_4) b(q), \quad b(0) = 1, \ b(\infty) = 0 . \qquad /7/$$

Здесь $q = p_3 - p_4 = \{\vec{q}, q_0\} = \{\vec{q}_{||}, q_\perp, q_0\}$, $q_{||}, \vec{q}_\perp$ - проекции $\vec{q}$ вдоль и поперек вектора $\vec{p} = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$. Для точечных источников мезонов $B = 1$. Удобно еще ввести симметричную форму /14/

$$\mathrm{Symm}(p_3, p_4) = \begin{Bmatrix} b(p_3,p_3) & b(p_3,p_4) \\ b(p_4,p_3) & b(p_4,p_4) \end{Bmatrix} \equiv \qquad /8/$$

$$\equiv b(p_3,p_3) b(p_4,p_4) + b(p_4,p_3) b(p_3,p_4),$$

вычисляемую /при любом числе строк и столбцов/ на манер определителя. Именно через нее выражается эффект интерференции:

$$\langle |A(p_3,p_4)|^2 \rangle d\vec{p}_3\, d\vec{p}_4 = \frac{2!\, \mathrm{Symm}(p_3,p_4)}{(2!)^2 (2\pi)^6} \frac{d\vec{p}_3\, d\vec{p}_4}{2\omega_3\, 2\omega_4} = \qquad /9/$$

$$= \frac{|B(p_3)|^2 |B(p_4)|^2}{2!(2\pi)^6} \begin{Bmatrix} 1 & b(q) \\ b(-q) & 1 \end{Bmatrix} \frac{d\vec{p}_3}{2\omega_3} \frac{d\vec{p}_4}{2\omega_4} .$$

Здесь мы сделали известный переход $\Omega^{-1} \sum_p \to (2\pi)^{-3} \int d\vec{p}$.

В теории инклюзивных процессов $ab \to \pi^+\pi^+X$ часто пользуются коэффициентом корреляции R^{++}. Сопоставляя общеизвестное определение R^{++} с /9/, легко получить важное равенство $R^{++} \sim |b(q)|^2$.

3. В статистической теории множественного рождения эффект тождественности обычно учитывается делением фазового объема на $n_1! n_2! \ldots$ / n_i - число частиц сорта i /. Из формулы /9/, однако, следует, что этого недостаточно, нужны еще "симметранты" $\{\ \}$. Вероятность генерации n мезонов разных сортов i, причем импульсы мезонов сорта i обозначаются $p^{(i)}_{1_i}, \ldots, p^{(i)}_{n_i}$, пропорциональна интегралу

$$W = \frac{1}{\prod_i n_i!} \int \prod_k \frac{d\vec{p}_k}{(2\pi)^3\, 2\omega_k} \delta^4 \Big(\sum_1^n p_k - P\Big) \prod_i \mathrm{Symm}(p^{(i)}_{1_i}, \ldots, p^{(i)}_{n_i}) \qquad /10/$$

Обычно $b(q) \ll 1$ при $q \gg m_\pi$ /8/, поэтому /см. /9// при $P^2 \gg m_\pi^2$ и при предположении, что мезоны испускаются точечными источниками, симметранты стремятся к 1, и эффект тождественности в /10/ выражается лишь обычными факториалами $(n_i!)^{-1}$. Но при не очень высоких энергиях более тщательный учет бозе-статистики, даваемый формулой /10/, может стать существенным; да и при любой энергии взаимодействия можно создать особые условия - например, отбирая пары $\pi^\pm\pi^\pm$ с близкими 4-импульсами.- когда факторы Symm должны стать заметными. Именно это явление наблюдалось в экспериментах /3-6/.

Мы не будем рассматривать здесь примеры физически осмысленного выбора тока $g_\lambda(x)$, показывающие разумность выбранной простой модели, а обратимся прямо к расчету эффектов рассеяния мезонов. Два таких примера приведены в *Приложении.*

§2. Влияние перерассеяния мезонов на их интерференцию

1. Сначала изучим влияние перерассеяния на простой модели, это позволит высказать общее правило. Вставим в S-матрицу /1/ член $\pi\pi$-взаимодействия

$$S = T\exp\{-i\int dx(g^*_\lambda \phi + g_\lambda \bar\phi + \Lambda\phi^2\bar\phi^2)\}. \qquad /11/$$

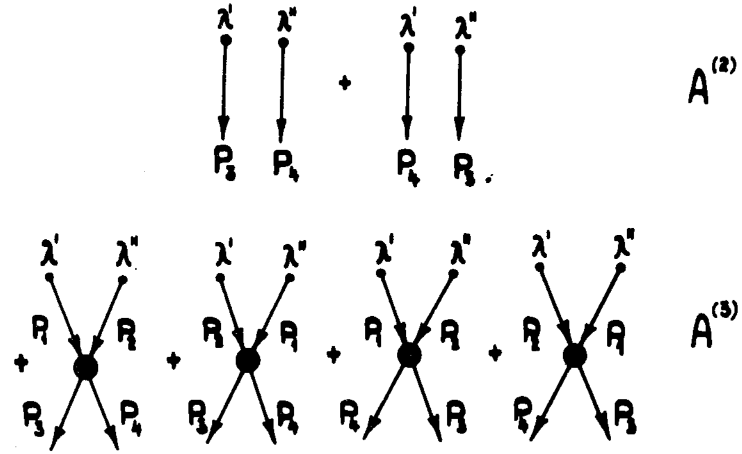
При разложении экспоненты в ряд член $S^{(2)}$ между обкладками $|0\rangle$ и $\langle 1p_3 1p_4|$ по-прежнему дает рождение пары $\pi^+\pi^+$, а член $S^{(3)}$ - ее перерассеяние

$$A^{(3)}(p_3,p_4) = \langle 1_{p_3} 1_{p_4}|S^{(3)}|0\rangle =$$

$$= \frac{(-i)^3}{3!} T\int dx''' \langle 1_{p_3} 1_{p_4}|\Lambda\phi'''\phi'''\bar\phi'''\bar\phi''' \int dx' dx'' \bar\phi' \bar\phi''|0\rangle \times \qquad /12/$$

$$\times g_{\lambda'}(x') g_{\lambda''}(x''),$$

где обозначено, как в /13/, $\phi' = \phi(x')$ и т.д. Делая всевозможные свертки, приходим к следующим четырем диаграммам, дающим в этой модели одинаковый вклад в процесс /*рис.* 1/,



$$A^{(2+3)} = \frac{(-i)^2}{2!\,\Omega\sqrt{4\omega_3\omega_4}}\{g_{\lambda'}(p_3)g_{\lambda''}(p_4) + g_{\lambda'}(p_4)g_{\lambda''}(p_3)\} +$$

$$+ \frac{-i4\Lambda}{3(2\pi)^2}\int\frac{d\vec p_1}{2\omega_1}\frac{d\vec p_2}{2\omega_2}\delta(p_1+p_2-p_3-p_4)g_{\lambda'}(p_1)g_{\lambda''}(p_4).$$

/13/

Представим /13/ в виде

$$A^{(2+3)} = \frac{(-i)^2}{2!\,\Omega}\int\frac{d\vec p_1}{\sqrt{2\omega_1}}\frac{d\vec p_2}{\sqrt{2\omega_2}} g_{\lambda'}(p_1)g_{\lambda''}(p_2)\langle p_3 p_4|S|p_1 p_2\rangle, \qquad /14/$$

где появляется двухчастичная матрица рассеяния

$$<p_3 p_4|S|p_1 p_2> = \delta(p_1-p_3)\delta(p_2-p_4) + \delta(p_1-p_4)\delta(p_2-p_3) + \frac{i\delta(p_1+p_2-p_3-p_4)}{\prod_1^4 (2\omega_i)^{1/2}} \cdot \frac{-4\Lambda}{3(2\pi)^2}. \qquad /15/$$

Хотя первоначальная матрица /11/ была унитарной, матрица $A^{(2+3)}$ уже не обладает унитарностью. Однако нетрудно добиться унитарности двухчастичной матрицы рассеяния /15/ при $s\ (p_3+p_4)^2 \le (4m_\pi)^2$, когда, кроме упругого рассеяния, никакие другие превращения пар π-мезонов невозможны. Введем в /15/ вместо фактора $-4\Lambda/3(2\pi)^2$ амплитуду рассеяния $1+2\to 3+4$ $f(p_1,p_2,p_3,p_4)\ \frac{8}{\pi}A(s,t)$. Тогда можно показать/15/, что условие двухчастичной унитарности налагает на разложение $A(s,t)$ по парциальным волнам следующее ограничение:

$$\mathrm{Im}\, A_\ell(\nu) = K(\nu)|A_\ell(\nu)|^2, \qquad /16/$$

где обозначено

$$\nu = \frac{s-4m_\pi^2}{4m_\pi^2}, \quad K(\nu) = \sqrt{\frac{s-4m_\pi^2}{s}}. \qquad /17/$$

Решением уравнения /16/ является

$$A_\ell(\nu) = \sqrt{\frac{s}{s-4m_\pi^2}}\exp[i\delta_\ell(\nu)]\sin\delta_\ell(\nu), \qquad /18/$$

где δ_ℓ - действительная фаза.

Этого достаточно, чтобы сформулировать правило учета перерассеяния мезонов, не связывая себя с какой-либо определенной моделью взаимодействия. Пусть λ', λ'' суть источники тождественных мезонов. Тогда сумма амплитуд прямого рождения и рождения, сопровождаемого рассеянием, есть

$$A^{(2+3)} = -\frac{1}{2!\Omega(4\omega_3\omega_4)^{1/2}}\{g_{\lambda'}(p_3)g_{\lambda''}(p_4) + g_{\lambda'}(p_4)g_{\lambda''}(p_3) + i\frac{8}{\pi}\int\frac{d\vec{p}_1\, d\vec{p}_2}{2\omega_1\, 2\omega_2}g_{\lambda'}(p_1)g_{\lambda''}(p_2)\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4)A(s,t)\}, \qquad /19/$$

где

$$A(s,t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell = [K(\nu)]^{-1}\sum_\ell (2\ell+1)P_\ell(\cos\theta)e^{i\delta_\ell(\nu)}\sin\delta_\ell(\nu),$$
$$\omega_{1,2}^2 = p_{1,2}^2 + m_\pi^2 \qquad /20/$$

и θ - угол рассеяния в с.ц.м. мезонов, $\cos\theta = \vec{p}_1^{\,*}\vec{p}_3^{\,*}/|\vec{p}_1^{\,*}||\vec{p}_3^{\,*}|$. В таком виде формула относится к перерассеянию любых бесспиновых тождественных частиц, рожденных источником g_λ, как при сильном, так и при электромагнитном взаимодействии между ними. Для пар нетождественных частиц, когда считается, что источник λ' испускает π^+ с импульсом $\vec{p}_3$, а λ'' - π^- - с импульсом $\vec{p}_4$, надо отбросить в /19/ член $g_{\lambda'}(p_4)g_{\lambda''}(p_3)$ и фактор $8/\pi$ перед интегралом заменить на $4/\pi$. Может быть, стоит подчеркнуть, что в рамках принятой нами модели линии 1 и 2 на *рис. 1* отвечают реальным, а не виртуальным частицам.

2. Нас интересует интерференция взаимодействующих мезонов. Для этого нужно подсчитать квадрат модуля амплитуды /19/. Покажем, что вклад взаимодействия в интерференцию определяется только величиной $\mathrm{Im}\,A(s,t)$ - в том случае, когда случайные источники λ', λ'' распределены одинаково.

В самом деле, один из перекрестных членов в квадрате модуля амплитуды $A^{(2+3)}$ есть

$$g_{\lambda'}(p_3)g_{\lambda''}(p_4)(8/\pi)\int g^*_{\lambda'}(p_1)g^*_{\lambda''}(p_2)[-iA^*(s,t)] \times \frac{d\vec{p}_1}{2\omega_1}\frac{d\vec{p}_2}{2\omega_2}\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4) + \text{к.с.} \qquad /21/$$

После усреднения по λ', λ'' получим

$$\frac{8}{\pi}\int\frac{d\vec{p}_1}{2\omega_1}\,\frac{d\vec{p}_2}{2\omega_2}\,\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4)\,b(p_3,p_1)\,b(p_4,p_2)\times$$

$$\times[-iA^*(s,t)+\text{к.с.}]\,, \qquad /22/$$

С учетом /7/ имеем

$$\frac{8}{\pi}\int\frac{d\vec{p}_1}{2\omega_1}\,\frac{d\vec{p}_2}{2\omega_2}\,\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4)\times$$

$$\times\prod_1^4|B(p_i)|^2\,b(p_3,p_1)\,b(p_4,p_2)\,2\,\mathrm{Im}\,A(s,t)= \qquad /23/$$

$$=\frac{16}{\pi}\int\frac{d\vec{p}_1}{2\omega_1}\,\frac{d\vec{p}_2}{2\omega_2}\,\delta^4(p_1+p_2-p_3-p_4)\times$$

$$\times\prod_1^4|B(p_i)|^2\,|b(p_3,p_1)|^2\,\mathrm{Im}\,A(s,t).$$

Здесь учтено сохранение 4-импульса при перерассеянии. К такому же выражению приводит и второй перекрестный член. Следовательно, действительная часть амплитуды рассеяния не дает вклад в интерференцию тождественных частиц. Так как обычно $\mathrm{Re}A \ll \mathrm{Im}A$, перерассеяние мезонов должно слабо сказываться на их интерференции.

Из вида формулы /19/ следует и другое общее утверждение: сильное взаимодействие не меняет высоты интерференционного пика. В точке $q=0$ /то-есть в верхушке пика/ фазовый объем стягивается в точку $(s = 4m_\pi^2)$ и интеграл в /19/ обращается в нуль. Стало быть, сильное взаимодействие способно изменить лишь склоны интерференционного пика. В частности, остается неизменным важное соотношение: /пик при $q=0$ /:/ фон при $q=0$ / = 2:1. К электромагнитным взаимодействиям, обладающим полюсом на границе фазового объема, эти рассуждения не относятся.

3. Перейдем к численным оценкам. Их мы проделаем, задав ток в простейшем виде $g_{\lambda'}(x') = \delta^4(x'-x'_0)$ /усложнение модели мало скажется на итоге расчетов/. Тогда

$$g_{\lambda'}(p) = \exp(-ipx'_0), \quad px'_0 = \vec{p}\vec{r}'_0 - \omega t'_0.$$

Так как интерференция проявляется лишь при малом относительном импульсе мезонов q, оставим в /20/ лишь член S-рассеяния (A_0). Обозначим $\xi = x'_0 - x''_0$, тогда /19/ можно переписать в виде:

$$A^{(2+3)}=\frac{\exp[-\frac{i}{2}P(x'_0+x''_0)]}{2!\,\Omega(4\omega_3\omega_4)^{1/2}}\{\exp[-\frac{i}{2}q\xi]+\exp[\frac{i}{2}q\xi]+ \qquad /24/$$

$$+\frac{8i}{\pi v^*}e^{i\delta_0}\sin\delta_0\int\frac{d\vec{p}^*_1\,d\vec{p}^*_2}{2\omega^*_1\,2\omega^*_2}\,e^{-ip^*\xi^*}\,\delta^4(p^*_1+p^*_2-P^*)\}.$$

Здесь мы воспользовались независимостью A_0 от t, ковариантностью подынтегрального выражения и обозначили через p^*, v^* импульс и скорость каждого из мезонов в их с.ц.м. Интеграл равен

$$\frac{\pi|\vec{p}^*|}{\sqrt{s}}\,\frac{\sin|\vec{p}^*||\vec{\xi}^*|}{|\vec{p}^*||r^*|}=\frac{\pi}{2}v^*\exp[-\frac{1}{6}|\vec{p}^*|^2|\vec{\xi}^*|^2]\,, \qquad /25/$$

здесь мы прибегли к приближению $\sin x/x = \exp(-x^2/6), x \ll 1$,

Возвращаясь в первоначальную систему отсчета, учтем, что ξP-инвариант, так что $|\vec{\xi}^*|^2 s = (\xi P)^2 - s\xi^2$. В итоге имеем

$$A^{(2+3)} = \exp(-\frac{i}{2}q\xi)+\exp(\frac{i}{2}q\xi)+4ie^{i\delta_0}\sin\delta_0\exp[\frac{q^2}{24}\frac{(\xi P)^2-s\xi^2}{s}]. \qquad /26/$$

Остается усреднить $|A^{(2+3)}|^2$ по $\vec{r}'_0, \vec{r}''_0, t'_0, t''_0$, входящим в $\xi = \{\vec{r}'_0-\vec{r}''_0, t'_0-t''_0\}$. Предположим, что все эти величины распределены по Гауссу с дисперсиями $\langle r'^2_0\rangle = \langle r''^2_0\rangle = R^2$, $\langle t'^2_0\rangle = t''^2_0\rangle = T^2$ После усреднения сечение, конечно, потеряет ковариантные свойства, которыми обладала амплитуда /26/. Приведем окончательный результат

$$4\omega_3\omega_4 \frac{d^6\sigma}{d\vec{p}_3 d\vec{p}_4} = \frac{2}{(2!)^2(2\pi)^6}(1 + \Delta + \Delta' + \Delta''). \qquad /27/$$

где

$$\Delta = \exp(-\vec{q}^2R^2 - q_0^2T^2), \qquad /28/$$

$$\Delta' = -\frac{4\sin^2\delta_0}{(1+\mu)\sqrt{1+\sigma}} \exp\left[-\frac{q_0^2T^2}{4(1+\nu)} - \frac{q_\perp^2R^2}{4(1+\mu)} - \frac{q_{\|}^2R^2}{2(1+\nu)(1+\sigma)}\right], \qquad /29/$$

$$\Delta'' = 8\sin^2\delta_0 \ /(1+2\mu)\sqrt{1+2\sigma}, \qquad /30/$$

$$\nu = 2\lambda P^2T^2,\ \mu = 2\lambda s R^2,\ \sigma = 2\lambda(E^2R^2 + P^2T^2), \qquad /31/$$

$$\lambda = -\frac{q^2}{24s} > 0 .$$

E и P обозначают суммарные энергию и импульс пары мезонов. Член Δ выражает интерференционный эффект без поправок на $\pi\pi$-рассеяние, Δ' - поправку к интерференционному члену, Δ''- поправку к фону. Формула /27/ достаточно громоздка, и вместо нее можно иногда пользоваться другой, дающей для эффекта $\pi\pi$ -рассеяния оценку сверху. Она получается из /19/, если под интегралом положить $g_{\lambda'}(p_1)g_{\lambda''}(p_2) = g_{\lambda'}(½P)g_{\lambda''}(½P)$ или если заменить в /24/ $\exp(-ip^*\xi^*)$ единицей. Получаем вместо /27-31/ более простые выражения, которые справедливы при любых предположениях о функциях $g_\lambda(x)$ и ρ:

$$\Delta = |b(q)/b(0)|^2,\ \Delta' = -4\sin^2\delta_0 \left| b(q/2)/b(0)\right|^2, \qquad /32/$$

$$\Delta'' = 8\sin^2\delta_0 .$$

В отсутствие рассеяния $\delta_0 = 0$.

Теперь воспользуемся приближением длины рассеяния $\delta_0 = ap^*$. Длина рассеяния a в состоянии с изоспином 2 / $\pi^\pm\pi^\pm$ -рассеяние/ есть величина порядка $-0{,}1\,m_\pi^{-1}$ /16/. Учтем еще, что $q^2 + 4|\vec{p}^*|^2 = 0$, а для пар достаточно быстрых мезонов $q^2 \approx -q_\perp^2$.Следовательно, фаза δ_0 влияет лишь на спектр $q_\perp$,но не на спектр q_0; но и влияние на спектр $q_\perp$,как это следует из оценки /32/, мало: так, при $q_\perp = m_\pi$ мы имеем $\delta_0 = -0{,}05$, поправка на $\pi\pi$-рассеяние в этой точке спектра есть величина порядка 2%.

Точный расчет по формуле /27/ /если взять разумные значения параметров $R = T = 0{,}5\,m_\pi^{-1}$, $E = P = 7\,m_\pi$ / также дает лишь малые поправки к эффекту /в третьем знаке/. Поправки не зависят от знака фазы; они убывают, когда возрастает суммарная энергия мезонов E; малость их обусловлена малостью фазы $\pi^\pm\pi^\pm$-рассеяния, входящей в формулы в виде $\sin^2\delta_0$.

§3. Заключение

В статье доведены "до числа" лишь расчеты поправок на сильное взаимодействие пар $\pi\pi$ в состоянии с изоспином 2, поскольку на опыте пока доступна измерению лишь интерференция пар $\pi^\pm\pi^\pm$. К счастью, эти поправки пренебрежимо малы. В случае интерференции протонов, испускаемых высоковозбужденными ядрами, или пар $\pi^0\pi^0$ /когда фазы рассеяния много больше, чем для пар $\pi^\pm\pi^\pm$ / эти поправки могут оказаться заметными /для протонов следует к тому же учесть и кулоновские поправки/. S - матричный метод, примененный здесь /в частности, формулы /19/-/20// позволяет в принципе рассчитывать и эти более сложные случаи.

Кроме того, формулы §1 могут явиться основой сравнительно простого расчета различных моделей множественного рождения; учет интерференционных членов в формуле /10/ дает добавочный способ проверки этих моделей.

Я хотел бы поблагодарить многих физиков Дубны, беседы с которыми помогли мне разобраться в вопросах, поднятых в статье: С.М.Биленького, Д.Ю.Бардина, Б.Н.Валуева, В.Л.Любошица, Л.И.Лапидуса, В.И.Огиевецкого, И.В.Полубаринова, А.Т.Филиппова и особенно М.И.Подгорецкого.

Приложение

Покажем полезность схемы разд. 1 для решения вопроса о свойствах партонов. Рассмотрим для этого два образца рождения пионов независимыми источниками.

1. Источники - осцилляторы, имеющие конечные размеры a, a, c, сжатые вдоль оси взаимодействия $/c=a/\gamma$, γ -лоренц-фактор/, и имеющие время жизни $\hbar/\Gamma$. Для простоты примем, что их края размыты. Тогда

$$g_\lambda(x') = \exp\left[-\frac{(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2}{2a^2} - \frac{(z'-z_0)^2}{2c^2}\right] \times$$

$$\times \exp\left[-\left(iE+\frac{\Gamma}{2}\right)(t'-t_0)\right]\Theta(t'-t_0), \qquad /\text{П.1}/$$

$$\lambda = \{x_0, y_0, z_0, t_0, E\}.$$

Центры осцилляторов и момент их включения распределены по нормальному закону с параметрами $A, A, c(=A/\gamma), T$, а параметр E - от $-\infty$ до $+\infty$ равномерно

$$\rho(\lambda)d\lambda = \exp\left[-\frac{x_0^2+y_0^2}{2A^2} - \frac{z_0^2}{2c^2}\right]\exp\left(-\frac{t_0^2}{2T^2}\right)d\vec{r}_0\,dt_0\,dE. \qquad /\text{П.2}/$$

Тогда имеем

$$g_{\lambda'}(p) = \frac{\exp[-i\vec{p}\,\vec{r}\,'_0 + i\omega t'_0]}{\Gamma/2 + i(E'-\omega)}\exp\left[-\frac{1}{2}(p_\perp^2 a^2 + p_{||}^2 c^2)\right]. \qquad /\text{П.3}/$$

Распределение импульсов пар $\pi^\pm\pi^\pm$ дается выражением

$$W(p_1,p_2)d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 = |B(p_1)|^2 |B(p_2)|^2 \{|b(0)|^2 + |b(q)|^2\}\frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{(2\pi)^6\, 2\omega_1\, 2\omega_2}, \qquad /\text{П.4}/$$

где

$$|B(p_i)|^2 = \exp[-a^2(p_{i\perp}^2 + \gamma^{-2}p_{i||}^2)] \quad (i=1,2), \qquad /\text{П.5}/$$

$$|b(q)|^2 = \exp(-q_\perp^2 A^2 - q_{||}^2 C^2 - q_0^2 T^2)/[1+(q_0/\Gamma)^2]. \qquad /\text{П.6}/$$

Из /П.5/ следует масштабная инвариантность импульсного спектра ($\langle p_{||}^2\rangle \sim \gamma^2$), а также недавно обнаруженная[17] зависимость W от комбинации $p_\perp^2 + \gamma^{-2}p_{||}^2$.

2. Источники мезонов - точечные осцилляторы, движущиеся хаотически в поперечном направлении[18] и со скоростью v - в продольном:

$$g_\lambda(x') = \exp\left[-\frac{(x'-x_0)^2+(y'-y_0)^2}{2\alpha(t'-t\ )}\right]\delta[z'-z_0-v(t'-t_0)] \times$$

$$\times \exp\left[-\left(iE+\frac{\Gamma}{2}\right)(t'-t_0)\right]\Theta(t'-t_0)[2\pi\alpha(t'-t_0)]^{-1}, \qquad /\text{П.7}/$$

/последний множитель обеспечивает нормировку на 1/; $\rho(\lambda)$ - прежнее. Тогда

$$g_{\lambda'}(p) = \frac{\exp(-i\vec{p}\,\vec{r}\,'_0 + i\omega t'_0)}{(\alpha p_\perp^2+\Gamma)/2 + i(E'-\omega+p_{||}v)} \qquad /\text{П.8}/$$

и в распределении /П.4/ имеем $|B(p_i)|^2 = 1$, но

$$|b(q)|^2 = \frac{\exp(-q_\perp^2 A^2 - q_{||}^2 c^2 - q_0^2 T^2)}{(q_0-\vec{q}\vec{v})^2 + [\Gamma + \frac{\alpha}{2}(p_{1\perp}^2 + p_{2\perp}^2)]^2} \qquad /\text{П.9}/$$

$$|b(0)|^2 = [(\Gamma+\alpha p_{1\perp}^2)(\Gamma+\alpha p_{2\perp}^2)]^{-1}. \qquad /\text{П.10}/$$

Здесь нет масштабной инвариантности /так как в /П.7/ стоит δ -функция вместо фактора $\exp[-(z'-z_0)^2/2c^2/$, но зато при больших $p_\perp$ возникает медленное степенное убывание W с ростом $p_\perp^2$. Из-за броунова движения партонов корреляции в /П.9/ имеют необычный вид, легко поддающийся опытной проверке.

Эти два примера приведены, чтобы показать, что, по-видимому, нетрудно подобрать разумный вид пика $g_\lambda(x)$, который давал бы импульсные спектры, согласующиеся с опытом. Ценность наблюдения интерференции пар $\pi^\pm\pi^\pm$ в том, что оно даст дополнительную проверку правильности выбора $g_\lambda(x)$.

Литература

1. *R.Hanbury-Brown, R.Q.Twiss. Phil.Mag., 45, 663 (1954).*
2. *В.Г.Гришин, Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 13, 1116/1971/.*
3. *F.Grard et al. Nucl.Phys., 102, 221 (1976).*
4. *M.Deutschmann et al. Nucl.Phys., 103, 198 /1976/.*
5. *J.Canter, F.T.Dao et al. Preprint BNL-20516 (1975).*
6. *В.Г.Гришин. Доклад на IV Международном семинаре по проблемам физики высоких энергий /Дубна, 5-11 июня 1975/, ОИЯИ, Д1,2-9224, Дубна, 1975.*
7. *Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 15, 392 /1972/.*
8. *Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 18, 656 /1973/.*
9. *Г.И.Копылов, М.И.Подгорецкий. ЯФ, 19, 434 /1974/.*
10. *E.V.Shuryak. Phys.Lett., 44B, 387 (1973).*
11. *G.Cocconi. Phys.Lett., 49B, 459 (1974).*
12. *Э.Хенли, В.Тирринг. Элементарная квантовая теория поля. М., ИЛ, 1963, гл. 8-10.*
13. *В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Релятивистская квантовая теория, ч. I, М., Наука, 1968, гл. 8.*
14. *Г.И.Копылов. ОИЯИ, Р2-7211, Дубна, 1973.*
15. *Д.В.Ширков, В.В.Серебряков, В.А.Мещеряков. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. М., Наука, 1967, §7.*
16. *J.L.Basdevant et al. Phys.Lett., 41B, 178 (1972).*
17. *T.F.Hoang. Phys.Rev., 13D, 1881 (1976).*
18. *В.Н.Грибов. ЯФ, 17, 603 /1973/.*

Рукопись поступила в издательский отдел 7 сентября 1976 года.