ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 10035

А.З.Дубничкова, Г.В.Ефимов

ОБ УДЕРЖАНИИ КВАРКА

1976

P2 - 10035

А.З.Дубничкова,* Г.В.Ефимов

ОБ УДЕРЖАНИИ КВАРКА

Направлено в "Nuclear Physics"

*Университет им. Я.А.Коменского, Братислава, ЧССР.

Введение

Из-за успеха теории кварков трудно поверить, что кварки не существуют вообще. Проблему представляет тот факт, что они не были до сих пор экспериментально обнаружены.

Таким образом, в последнее время возникает много моделей [1], представляющих собой попытки удержания кварков.

Модели, обеспечивающие частичное или полное удержание – это модели, в которых адроны состоят из кварков, удерживаемых внутри релятивистского мешка [2]. Внутри мешка они почти свободны, в то время как граничными условиями им запрещается проникать за поверхность мешка.

Но для того, чтобы постичь наблюдаемые $\bar{q}q$ или qqq адронные состояния, необходимо ввести цветное векторное поле - глюон. Механизм удержания глюона и кварка в мешке таков, что все физические состояния могут быть наблюдаемы только как цветные синглеты.

В данной работе мы предлагаем другой способ объяснения механизма удержания кварка. Исходим из гипотезы, что кварки не существуют как обычные физические частицы. Такое предположение можно описать следующим образом:

Предполагаем, что кварки являются чисто квантово-полевыми объектами, такими, что в классическом пределе они исчезают, т.е. классическое поле кварков тождественно равно нулю:

$$q_{кл.}(x) \equiv 0. \qquad (I.I)$$

Иными словами, это означает, что в лагранжиане, описывающем свободное поле кварков

$$\mathcal{L} = \bar{q}(x)\, \mathcal{Z}(\hat{p})\, q(x)\,, \qquad (I.2)$$

оператор $Z(\hat{p})$ выбран таким образом, что единственным решением уравнения кварка

$$Z(\hat{p})q(x)=0 \tag{I.3}$$

является (I.I). Но функция Грина поля $q(x)$ нетривиальна. Значит, в принципе поле кварка, отсутствуя в свободном состоянии, может быть связано с другими физическими полями и обеспечивает их нетривиальное взаимодействие. Такие требования налагают на вид оператора $Z(\hat{p})$ в (I.2) условия, как показано в § 2, и оператор имеет вид:

$$Z(i\hat{\partial})=e^{P(i\hat{\partial})}, \tag{I.4}$$

где $P(z)$ -вещественная целая функция.

При квантовании системы, описываемой лагранжианом (I.2) с оператором $Z(i\hat{\partial})$ в (I.4), используются методы[3], развитые в квантовой теории поля с нелокальным взаимодействием.

В рамках нелокальной теории поля нами уже была предложена модель[4], в которой, во-первых, кварки не рождаются, и, во-вторых, глубоконеупругое рассеяние имеет скэйлинговое поведение.

В изложенном варианте[5] нелокальной теории, когда пропагатор кварка является вещественной функцией, амплитуды физических процессов растут в каждом порядке теории возмущений.

В настоящей статье, в рамках предлагаемой модели мы получили массовые формулы для спектра адронов (§3,4,5), при этом получено хорошее согласие с гипотезой Гелл-Манна об октетной доминантности[7].

§ 2. Уравнение для поля кварков

В лагранжевом формализме невзаимодействующее фермионное поле $q(x)$ описывается полностью лагранжианом вида:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(x)\, Z(\hat{p})\, q(x), \tag{2.I}$$

где $Z(\hat{p})$ $(\hat{p}=i\hat{\partial}=i\gamma_\mu\partial_\mu)$ - некоторый оператор. Например, в случае уравнения Дирака он имеет вид:

$$Z(\hat{p})=\hat{p}-m.$$

Согласно принципу наименьшего действия, поле $q(x)$, описываемое лагранжианом (2.I), подчиняется уравнению

$$Z(\hat{p})\,q(x)=0. \tag{2.2}$$

Уравнение для свободной функции Грина $G(x-y)$ поля $q(x)$ записывается в виде

$$Z(\hat{p})\,G(x-y)=i\delta(x-y). \tag{2.3}$$

В случае уравнения Дирака $Z(\hat{p})=\hat{p}-m$ или Клейна--Гордона $Z(\hat{p})=\hat{p}^2-m^2$ решение и квантование уравнения (2.I) является хорошо исследованной задачей.

Наша задача состоит в том, чтобы в рамках стандартного лагранжевого формализма найти классы таких операторов $Z(\hat{p})$, определяющих уравнения, которые могли бы быть кандидатами на роль описания кварков обычными методами квантовой теории поля.

Мы будем исходить из предположения, что кварки, как обычные физические частицы не существуют. Эту гипотезу мы хотим реализовать следующим образом. Предположим, что кварки являются чисто квантово-полевыми объектами, такими, что в классическом пределе поля, описывающие кварки, исчезают, т.е. классическое поле кварков $q(x)$ тождественно равно нулю:

$$q(x) \equiv 0. \tag{2.4}$$

Иными словами, в лагранжиане (2.I), описывающем поле кварков $q(x)$, оператор $\mathcal{Z}(\beta)$ должен быть выбран таким образом, чтобы единственным решением уравнения (2.2) было нулевое решение (2.4).

С другой стороны, мы хотим, чтобы функция Грина поля $q(x)$, подчиняющаяся уравнению (2.3), оставалась нетривиальной

$$G(x-y) = i\mathcal{Z}^{-1}(i\hat{\partial})\,\delta(x-y). \tag{2.5}$$

Это будет означать, что поле кварков, равное нулю в свободном состоянии, может быть связано с полями других физических частиц и приводить их к нетривиальному взаимодействию.

Рассмотрим теперь, какие условия налагают наши требования на вид оператора $\mathcal{Z}(\beta)$. Во-первых, из требования, что лагранжиан должен быть вещественным и действие

$$S = \int d^4x\,\mathcal{L}(x)$$

должно существовать как функционал на достаточно гладких функциях $q(x)$ в пространствах Минковского и Евклида, следует, что функция $\mathcal{Z}(z)$ должна быть целой аналитической функцией своей переменной z. Кроме того, она должна быть вещественной, т.е. $[\mathcal{Z}(z)]^* = \mathcal{Z}(z^*)$.

Во-вторых, требование, что уравнение (2.2) имеет единственное решение (2.4), означает, что функция $\mathcal{Z}(z)$ вообще не имеет нулей.

Общее представление целых функций конечного порядка N, удовлетворяющих этим условиям, записывается

$$\mathcal{Z}(z) = C e^{P_N(z)}, \tag{2.6}$$

где $P_N(z)$ – полином степени N с вещественными коэффициентами, C – некоторая вещественная постоянная.

Таким образом, оператор

$$\mathcal{Z}(i\hat{\partial}) = C e^{P_N(i\hat{\partial})} \tag{2.7}$$

удовлетворяет поставленным выше условиям.

Дальнейшая задача состоит в том, чтобы проквантовать систему, описываемую лагранжианом (2.I), с оператором $\mathcal{Z}(i\hat{\partial})$ вида (2.7). Эта задача весьма своеобразна, поскольку соответствующее классическое решение уравнения (2.2) тождественно и равно нулю.

Для решения этой задачи воспользуемся методами, развитыми в квантовой теории поля с нелокальным взаимодействием (см. [3]). Идея метода квантования состоит в том, что вместо оператора $\mathcal{Z}(i\hat{\partial})$ в лагранжиан (2.I) вводится регуляризованный оператор $\mathcal{Z}^{\delta}(i\hat{\partial})$, такой, что, во-первых, функция $\mathcal{Z}^{\delta}(z)$ имеет бесконечное число нулей

$$\mathcal{Z}^{\delta}(z) \sim \prod_{j=1}^{\infty}\left(1 - \frac{z}{m_j(\delta)}\right)$$

в точках

$$z_j = m_j(\delta) > 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots),$$

причем в пределе снятия регуляризации $(\delta \to 0)$

$$m_j(\delta) \to +\infty, \tag{2.8}$$

и, во-вторых,

$$\lim_{\delta \to 0} Z^{\delta}(z) = Z(z). \tag{2.9}$$

Затем проводится квантование регуляризованной системы. Регуляризованный оператор поля кварков $q^{\delta}(x)$ представляется в виде суперпозиции

$$q^{\delta}(x) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j(\delta)\, q_j^{\delta}(x), \tag{2.10}$$

где $A_j(\delta)$ – некоторые коэффициенты, а поля q_j^{δ} $(j = 1, 2, \ldots)$ соответствуют фиктивным или "духовым" квантам с массой $m_j(\delta)$, т.е. удовлетворяют уравнениям

$$(i\hat{\partial} - m_j(\delta))\, q_j^{\delta}(x) = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots).$$

При снятии регуляризации

$$\lim_{\delta \to 0} q^{\delta}(x) = 0, \tag{2.11}$$

поскольку массы всех "духовых" квантов стремятся к бесконечности, согласно (2.8), и ни одно физическое состояние с конечной энергией не может содержать "духовые" кванты в свободном состоянии. Все вопросы, связанные с этим методом квантования, подробно рассмотрены в [3].

Если имеется взаимодействие поля $q(x)$ с какими-либо другими полями, то S-матрица строится по лагранжиану взаимодействия $\mathcal{L}_I^{\delta}$, зависящему от регуляризованного поля $q^{\delta}(x)$. В [5] было показано, что в пределе снятия регуляризации $(\delta \to 0)$ существует конечная унитарная причинная S-матрица, если причинная функция Грина (2.5) убывает в евклидовой области.

Последнее требование накладывает на функцию $Z(z)$ условия, чтобы

$$|Z(z)| = O\left(e^{|z|^{2N}}\right) \tag{2.12}$$

при $z^2 \to -\infty$.

Каков явный вид оператора $Z(\hat{p})$, удовлетворяющего всем перечисленным выше условиям? Если мы введем принцип минимальности, т.е. ограничимся наименьшей степенью полинома $P_N(\hat{p})$, стоящего в показателе экспоненты в (2.7), при которой можно удовлетворить всем перечисленным требованиям, то тогда получим

$$Z(\hat{p}) = -M e^{-\ell\hat{p} - \frac{L^2}{4}p^2}, \tag{2.13}$$

где M, ℓ и L – некоторые постоянные.

Постоянная M размерности массы в данном подходе определяет масштаб поля кварков $q(x)$ и реально будет входить только в определенные комбинации с константами связи, определяющими силу взаимодействия поля кварков друг с другом или с другими полями. Поэтому она не является независимой постоянной и от нее никакие физические характеристики непосредственно не зависят. Мы выберем в качестве M число

$$M = \frac{1}{\ell + L} \quad . \qquad (2.14)$$

Постоянные ℓ и L являются фундаментальными в нашем подходе, они будут определять динамику всех кварковых взаимодействий. Чтобы более детально выяснить смысл этих констант, рассмотрим причинную функцию Грина (2.5). Имеем, по определению,

$$G^{\delta}(x-y) = \langle 0 | T(q^{\delta}(x)\, \bar{q}^{\delta}(y)) | 0 \rangle . \qquad (2.15)$$

Здесь и ниже нас не будет интересовать явный вид регуляризованных выражений. Существенно лишь, что регуляризация, во-первых, существует, во-вторых, обеспечивает переход к евклидовой метрике, и, в- третьих, может быть снята. Тогда имеем

$$G(x-y) = \lim_{\delta \to 0} G^{\delta}(x-y) = \mathcal{Z}^{-1}(i\hat{\partial})\, i\delta(x-y) =$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int d^4p\, \tilde{G}(p)\, e^{-ip(x-y)}, \qquad (2.16)$$
$$\tilde{G}(p) = (\ell + L)\, e^{\ell\hat{p} + \frac{L^2}{4} p^2}.$$

Это представление формально в метрике Минковского и понимается в духе теории обобщенных функций. В евклидовой метрике функция $G(x)$ запишется

$$G(x_E) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p_E\, \tilde{G}(p_E)\, e^{-ip_E x_E}, \qquad (2.17)$$

где

$$\tilde{G}(p_E) = (\ell + L)\, e^{-\ell\hat{p}_E - \frac{L^2}{4} p_E^2} =$$
$$= (\ell + L)\left[\cos \ell\sqrt{p_E^2} - \ell\hat{p}_E \frac{\sin \ell\sqrt{p_E^2}}{\ell\sqrt{p_E^2}}\right] e^{-\frac{L^2}{4} p_E^2} . \qquad (2.18)$$

В евклидовом x -пространстве функция $G(x_E)$ может быть представлена в виде:

$$G(x_E) = A(x_E^2) - i\frac{\hat{x}_E}{\sqrt{x_E^2}}\, B(x_E^2), \qquad (2.19)$$

где

$$A(x_E^2) = \frac{(\ell + L)}{(2\pi)^4} \int d^4p_E \cos \ell\sqrt{p_E^2}\, e^{-\frac{L^2}{4} p_E^2 - ip_E x_E},$$
$$(2.20)$$
$$B(x_E^2) = \frac{(\ell + L)}{(2\pi)^4} \int d^4p_E \frac{(p_E x_E)}{\sqrt{x_E^2}} \frac{\sin \ell\sqrt{p_E^2}}{\sqrt{p_E^2}}\, e^{-\frac{L^2}{4} p_E^2 - ip_E x_E} .$$

Это представление мы будем использовать в дальнейшем.*)

Интеграл в (2.17) не вычисляется в достаточно наглядной форме, однако характер поведения функции $G(x_E)$ (2.17) совпадает с поведением функции:

*) Представление матриц γ^{μ} - в евклидовой метрике дано в Приложении А.

$$G_0(x_E)=\frac{(\ell+L)}{2\pi^2L^4}\cdot e^{-\frac{(i\hat{x}_E+\ell)^2}{L^2}}=$$

$$=\frac{(\ell+L)}{2\pi^2L^4}\left[ch\frac{2\ell}{L^2}\sqrt{x_E^2}+i\frac{\hat{x}_E}{\sqrt{x_E^2}}sh\frac{2\ell}{L^2}\sqrt{x_E^2}\right]e^{-\frac{x_E^2+\ell^2}{L^2}}. \tag{2.2I}$$

Эту функцию мы будем использовать при дальнейших качественных оценках. Функции $G_0(x_E)$ и $G(x_E)$ убывают при $x_E\to\infty$ как $e^{-\frac{x_E^2}{L^2}}$. Если же определить среднее значение $\langle x_E^2\rangle$ распределения, описываемого функцией $G_0(x_E)$ (2.2I), то можно качественно получить

$$\langle x_E^2\rangle\simeq(\ell+L)^2. \tag{2.22}$$

Это означает, что функция грина $G_0(x_E)$ и, соответственно, функция $G(x_E)$ заметно убывают на расстояниях порядка $(\ell+L)$. Если поведение этой функции Грина сравнивать с поведением функции Грина обычных частиц, которые заметно убывают на расстояниях порядка комптоновской длины волны частицы $\lambda=\frac{1}{m}$, то тогда можно условно считать, что "масса" кварка, описываемого уравнением (2.I) с оператором (2.17), будет определяться величиной

$$m_q=\frac{1}{\ell+L}. \tag{2.23}$$

Именно этот параметр определяет тот порядок расстояний, на котором проявляется структура, связанная с обменом введенных нами кварков.

Таким образом, в рамках предлагаемого метода мы удовлетворяем следующим условиям:

I) поле кварков $q(x)$ существует как вторично-квантованный оператор $q^\sigma(x)$ в некотором регуляризованном гильбертовом пространстве $\mathcal{H}^\sigma$;

2) в пределе снятия регуляризации поле, описывающее свободные кварки, стремится к нулю $q^\sigma(x)\to 0$;

3) причинная функция Грина в пределе снятия регуляризации остается нетривиальной;

4) уравнение, описывающее классическое поле кварков, может быть выбрано при различных предположениях только с двумя независимыми параметрами, функциональный произвол полностью отсутствует;

5) поле кварков может взаимодействовать с другими полями и приводит к нетривиальному взаимодействию этих полей друг с другом.

В качестве первого шага изучения предлагаемой теории мы рассмотрим расщепление масс мезонов и барионов в рамках нарушенной $SU(3)$ симметрии.

§ 3. Лагранжианы взаимодействия

В рассматриваемом нами подходе возникает вопрос: как связаны поле кварков с полями физических частиц мезонов и барионов?

Можно было бы попытаться ввести лагранжиан вида

$$\mathcal{L}=\bar{q}\,\mathcal{Z}\,q+\lambda(\bar{q}\,\Gamma q)(\bar{q}\,\Gamma q), \tag{3.I}$$

где Γ – некоторые γ – матрицы, и искать мезоны и барионы как связанные состояния, возникающие в системе, описываемой лагранжианом (3.I).

Такой подход восходит к идеям Гайзенберга [6] и заслуживает самостоятельного изучения. Мы же будем считать, что мезоны и барионы описываются скалярными и фермионными полями, удовлетворяющими обычным уравнениям Клейна-Гордона и Дирака. Однако будем предполагать, что поля мезонов и барионов взаимодействуют друг с другом только через поля кварков, типа

$$\mathcal{L}_I = f M(\bar{q} q) + g(\bar{B} q)(\bar{q}^c q). \tag{3.2}$$

Такой подход применим к изучению массовых формул для октета псевдоскалярных мезонов и барионных октета с декуплетом. В этом случае простейшим и самым естественным путем является изучение взаимодействия, инвариантного относительно группы $SU(3)$.

Как обычно, введем поля трех кварков p, n и λ, как низшее представление группы $SU(3)$:

$$q(x) = \{q^s(x)\}_{s=1,2,3} = \begin{pmatrix} q_1(x) \\ q_2(x) \\ q_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(x) \\ n(x) \\ \lambda(x) \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

Пусть тензор M^{ks} определяет октет псевдоскалярных мезонов (π, K, η), B^{ks} – октет барионов $(N, \Lambda, \Sigma, \Xi)$ и $\mathcal{D}^{ksm}$ – декуплет барионов $(\Xi^*, \Delta, Y^*, \Omega^-)$.

Лагранжианы взаимодействия, инвариантные относительно группы $SU(3)$ в простейшем предположении, что они не зависят от производных, записываются в виде:

$$\mathcal{L}_I(x) = \mathcal{L}_I^M(x) + \mathcal{L}_I^B(x) + \mathcal{L}_I^{\mathcal{D}}(x), \tag{3.4}$$

где

$$\mathcal{L}_I^M(x) = i f M^{ks}(x) \left(\bar{q}^s(x) \gamma_5 q^k(x)\right) + \text{эрм. сопр.} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^B(x) = {} & g_V \left(\bar{B}^{ks}(x) \gamma_\mu q^s(x)\right)\left(\bar{q}^{c\,m}(x) \gamma_\mu q^n(x)\right)\varepsilon^{kmn} + \\ & + g_T \left(\bar{B}^{ks}(x) \sigma_{\mu\nu} q^s(x)\right)\left(\bar{q}^{c\,m}(x) \sigma_{\mu\nu} q^n(x)\right)\varepsilon^{kmn} + \\ & + \text{эрм. сопр.} \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{\mathcal{D}}(x) = {} & h_A \left(\bar{\mathcal{D}}_\mu^{ksm}(x) \gamma_5 q^k(x)\right)\left(\bar{q}^{c\,s}(x) \gamma_\mu \gamma_5 q^m(x)\right) + \\ & + h_V \left(\bar{\mathcal{D}}_\mu^{ksm}(x) q^k(x)\right)\left(\bar{q}^{c\,s}(x) \gamma_\mu q^m(x)\right) \\ & + \text{эрм. сопр.} \end{aligned} \tag{3.7}$$

Здесь f, g_V, g_T, h_A, h_V – константы взаимодействия. Другие варианты взаимодействия отсутствуют из-за свойств симметрии при перестановке кварковых полей. Этот выбор лагранжианов взаимодействия является простейшим и, конечно, не единственным.

В принципе, при выборе лагранжиана необходимо привлекать дополнительные соображения, связанные, например, с киральной симметрией и т.д. Это дело наших дальнейших исследований.

Как хорошо известно, унитарная симметрия нарушается в сильных взаимодействиях. Если мы будем считать, что степень нарушения симметрии определяется по порядку величины, например, соотношением

$$\left|\frac{M_\Lambda - M_\Sigma}{M_{\Sigma'}}\right| \sim \left|\frac{M_\Xi - M_\Sigma}{M_\Sigma}\right| \sim \left|\frac{M_{\Sigma'} - M_\Lambda}{M_\Sigma}\right| \sim \frac{1}{10}, \quad (3.8)$$

где M_N, $M_{\Sigma'}$, M_Λ, M_Ξ — массы барионов N, Σ, Λ, Ξ, то отсюда можно сделать вывод, что нарушающее симметрию взаимодействие достаточно слабо, так что, в принципе, можно попытаться использовать теорию возмущений.

Мы будем рассматривать нарушение симметрии с точки зрения модели кварков. При точной $SU(3)$ симметрии три кварка (p, n, λ) имеют одинаковую массу, т.е. параметры ℓ и L, введенные в функцию Грина (2.I3), одни и те же для всех трех кварков. Самым непосредственным способом нарушения симметрии является предположение, что на самом деле кварки имеют разные массы. Естественно считать, что кварки p и n имеют одинаковые массы, так как входят в изодублет, т.е. параметры ℓ и L для них одинаковы, а кварк λ имеет массу, которая больше масс p и n кварков, т.е. параметры ℓ_λ и L_λ меньше, чем у p и n,

$$\ell_\lambda < \ell \quad и \quad L_\lambda < L\,. \quad (3.9)$$

В силу (3.5), следует считать, что

$$\frac{\ell - \ell_\lambda}{\ell} \sim \frac{L - L_\lambda}{L} \sim \frac{1}{10}\,. \quad (3.I0)$$

Итак, мы предполагаем, что нарушение $SU(3)$ симметрии происходит из-за того, что параметры ℓ_λ и L_λ в функции Грина λ - кварка меньше, чем у функции Грина p, n - кварков.

Сейчас мы подготовлены проверить, какие массовые формулы получаются в предлагаемой нами теории.

§ 4. Массовые операторы

В данном разделе вычислим массовые операторы мезонов и барионов, исходя из лагранжианов (3.4–7). При вычислениях ограничимся вторым порядком теории возмущений. Рассмотрим диаграммы собственной энергии, представленные на рис. I и 2. Матричные элементы S -матрицы, соответствующие диаграммам I и 2, записываются в виде:

$$S_M = -\frac{i}{2}\iint dx\,dy \sum_{sk}' \bar{M}^{sk}(x)\,\Sigma_{1sk}^{(M)}(x-y)\,M^{ks}(y) \quad (4.I)$$

$$S_B = -i\iint dx\,dy \sum_{s,k} \bar{B}^{sk}(x)\,\Sigma_{1sk}^{(B)}(x-y)\,B^{ks}(y) \quad (4.2)$$

$$S_D = -i\iint dx\,dy \sum_{s,k,m}' \bar{D}^{skm}(x)\,\Sigma_{1skm}^{\prime D}(x-y)\,D^{mks}(y) \quad (4.3)$$

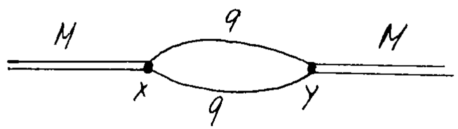

Рис. I. Диаграмма собственной энергии мезонов

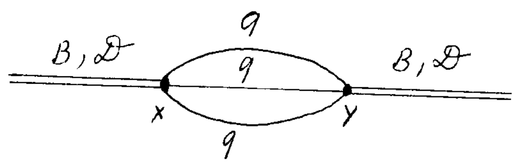

Рис. 2. Диаграмма собственной энергии барионов

Фурье -образ массового оператора определяется так:

$$\Sigma(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^4p\, \tilde{\Sigma}(p)\, e^{-ip(x-y)} \quad . \qquad (4.4)$$

Заметим, что при таком определении массовых операторов в (4.I-4) связь между физической и затравочной массами частиц (m , M и m_0 , M_0 соответственно) дается формулами

для мезонов :

$$m_{SK}^2 = m_0^2 + \delta m_{SK}^2 , \quad \delta m_{SK}^2 = \tilde{\Sigma}_{SK}^{(M)}(p^2)\Big|_{p^2=m^2} , \qquad (4.5)$$

для барионов :

$$M_{SK} = M_0 + \delta M_{SK} , \quad \delta M_{SK} = \tilde{\Sigma}_{SK}^{(B)}(p)\Big|_{\hat{p}=M} .$$

Продемонстрируем используемые в развиваемом нами подходе методы расчетов на примере вычисления массового оператора для мезонного октета.

Матричный элемент S -матрицы, соответствующий диаграмме, показанной на рис. I, имеет вид (4.I), где соответственно лагранжиану взаимодействия (3.5) имеем

$$\Sigma_{SK}^{(M)}(x-y) = -if^2\, Sp\{\gamma_5 G_S^{\delta}(x-y)\gamma_5 G_K^{\delta}(y-x)\} . \qquad (4.6)$$

Здесь использовано

$$\langle 0|T(q_S^{\delta}(x)\, \bar{q}_K^{\delta}(y))|0\rangle = \delta_{SK}\, G_S^{\delta}(x-y) , \qquad (4.7)$$

где функция $G_S(x-y)$ дается формулами (2.I5-20). Переходя в импульсное преставление и пользуясь регуляризационной процедурой, которая позволяет перейти к интегрированию по евклидову пространству поворотом $p_0 \to e^{i\frac{\pi}{2}} p_4$ в импульсном представлении и $x_0 \to e^{-i\frac{\pi}{2}} x_4$ в x -представлении, в пределе снятия регуляризации ($\delta \to 0$) получим:

$$\tilde{\Sigma}_{SK}^{(M)}(q) = \lim_{\delta\to 0}\int d^4x\, e^{iqx}\, \Sigma_{SK}^{\delta(M)}(x) = -\, i\int d^4x_E\, e^{iq_E x_E}\, \Sigma_{SK}^{(M)}(x_E) , \qquad (4.8)$$

где

$$\Sigma_{sk}^{(M)}(x_E)=(-i)f^2 Sp\{\gamma_5 G_s(x_E)\gamma_5 G_k(-x_E)\}. \tag{4.9}$$

Воспользовавшись соотношением (2.I9), получим

$$\Sigma_{sk}^{(M)}(x_E)=-i4f^2[A_s(x_E^2)A_k(x_E^2)+B_s(x_E^2)B_k(x_E^2)]. \tag{4.I0}$$

Тогда поправка к массе определяется

$$\delta m_{sk}^2=\Sigma_{sk}^{(M)}(m)=$$

$$=-4f^2\{I[A_sA_k]+I[B_sB_k]\}, \tag{4.II}$$

где

$$I[AB]=\int d^4x_E\, e^{iq_E x_E}A(x_E^2)\,B(x_E^2). \tag{4.I2}$$

Здесь необходимо положить $q_E^2=-m^2$, где m – физическая масса мезона.

Аналогичные расчеты были проведены при вычислении массовых операторов барионов. Мы приведем лишь результаты расчетов.

§ 5. Массовые формулы

В соответствии с нашим предположением о механизме нарушения $SU(3)$ симметрии представим функции $A(x^2)$ и $B(x^2)$, определенные в (2.20) в форме:

$$A_s(x_E^2)=A(x_E^2)-\delta_{s3}\,a(x_E^2)$$

и

$$B_s(x_E^2)=B(x_E^2)-\delta_{s3}\,b(x_E^2), \quad (s=1,2,3) \tag{5.I}$$

где $A_1=A_2=A_n=A_p=A, \quad B_1=B_2=B_n=B_p=B,$

$A_3=A_\lambda=A-a, \quad B_3=B_\lambda=B-b,$

a и b положительны согласно (2.2I).

Прежде чем написать массовые формулы для мезонов и барионов, сделаем замечание:

В данной работе мы пренебрегаем зависимостью от q в интегралах (4.I2). Это приближение соответствует тому, что мы выбираем массу кварка большую, т.е.

$$m_q=\frac{1}{l+L}\sim 10\ GeV,$$

хотя сама модель нам не дает никаких ограничений на величину массы m_q. (Она может быть и очень маленькой и порядка нескольких МэВ, как получается из киральной симметрии).

Основания у нас на данном этапе следующие:

I. Принятый нами способ нарушения $SU(3)$-симметрии в любой разумной теории должен привести к известным массовым формулам и обеспечить октетную доминантность, если модель обладает в некотором смысле устойчивостью относительно изменения различных параметров, в нее входящих.

2. В нашей модели достаточно много параметров, и только из исследуемых нами массовых формул их все определить не удается. Необходимы дальнейшие исследования (например, введение $SU(3)\otimes SU(3)$ - киральной симметрии).

В настоящей работе наша задача состоит в том, чтобы получить скорее качественные, нежели количественные оценки.

Согласно этому замечанию, интеграл (4.I2) запишем в виде:

$$I[A\,B] = \int d^4x_E\; A(x_E^2)\, B(x_E^2), \tag{5.2}$$

и, подставляя (5.I) в (4.II), получаем для октуплета псевдоскалярных мезонов массовый член в лагранжиане:

$$L_M = (m_0^2 + \alpha')\bar{M}^{sk}M^{ks} + \beta[\bar{M}^{s3}M^{3s} + \bar{M}^{3s}M^{s3}] + \gamma \bar{M}^{33}M^{33} \tag{5.3}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= m_0^2 + \alpha' = m_0^2 - 4f^2\{I[A^2] + I[B^2]\} \\ \beta &= -4f^2\{I[aA] + I[bB]\} \\ \gamma &= -4f^2\{I[a^2] + I[b^2]\}. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Квадраты масс физических частиц равны:

$$\begin{aligned} m_K^2 &= \alpha + \beta, \\ m_\pi^2 &= \alpha, \\ m_\eta^2 &= \alpha + \tfrac{4}{3}\beta + \tfrac{2}{3}\gamma. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Аналогично массовый член в лагранжиане барионов имеет вид

$$L_M = (M_0 + \alpha)\bar{B}^{sk}B^{ks} + \beta\bar{B}^{s3}B^{3s} + \gamma\bar{B}^{3s}B^{s3} + \tag{5.6}$$
$$+ \delta\bar{B}^{33}B^{33},$$

где

$$\alpha = M_0 - 64[I[A^3](2G_V^2 + \tfrac{1}{3}G_T^2) + I[AB^2](G_V^2 + 3G_V G_T)] -$$
$$- 64[I[aA^2](G_V^2 + \tfrac{G_T^2}{12}) + I[bAB](G_V^2 - \tfrac{G_V G_T}{2}) - I[aB^2](G_V^2 + G_V G_T)]$$

$$\beta = -64[I[aA^2](6G_V^2 + G_T^2) + I[aB^2](5G_V^2 + 2G_V G_T) - I[bAB](2G_V^2 + 8G_V G_T)]$$
$$- 64[I(a^2A)(6G_V^2 + G_T^2) + I[abB](4G_V^2 + 2G_V G_T) - I[a^2B]2G_V G_T - \tag{5.7}$$
$$- I[b^2A](G_V^2 + G_V G_T)]$$

$$\gamma = -64[-I[aA^2](6G_V^2 + G_T^2) + I[aB^2](G_V^2 + 4G_V G_T) -$$
$$- I[bAB](4G_V^2 - 2G_V G_T)]$$

$$\delta = -64[-I[a^2A](6G_V^2 + G_T^2) - I[abB](4G_V^2 + 2G_V G_T) + I[a^2B]2G_V G_T +$$
$$+ I[b^2A](G_V^2 + G_V G_T)] -$$
$$- 64[I[a^3](2G_V^2 + \tfrac{1}{3}G_T^2) + I[ab^2](G_V^2 + 3G_V G_T)],$$

где $G_V = \frac{g_V}{2}$, $G_T = 3g_T$.

Из формулы (5.6) получаем следующие выражения для масс:

$$\begin{aligned} M_N &= \alpha + \gamma, \\ M_\Xi &= \alpha + \beta, \\ M_\Sigma &= \alpha, \\ M_\Lambda &= \alpha + \tfrac{2}{3}(\beta + \gamma + \delta). \end{aligned} \tag{5.8}$$

И, наконец, массовый член в лагранжиане декуплета барионов имеет вид:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_M = {} & (\mu_0+\alpha')\,\bar{\mathcal{D}}^{skm}\mathcal{D}^{mks} + \\
& + \beta\,\bar{\mathcal{D}}^{3km}\mathcal{D}^{mk3} + \\
& + \gamma\,\bar{\mathcal{D}}^{33m}\mathcal{D}^{m33} + \\
& + \delta\,\bar{\mathcal{D}}^{333}\mathcal{D}^{333},
\end{aligned}
\qquad (5.9)
$$

где

$$
\begin{aligned}
\alpha &= \mu_0+\alpha' = \mu_0 - h_A^2\{2I[A^3]-I[AB^2]\} \\
\beta &= -h_A^2\{6I[aA^2]-2I[bAB]-I[aB^2]\} \\
\gamma &= -h_A^2\{6I[a^2A]-2I[abB]-I[B^2A]\} \\
\delta &= -h_A^2\{2I[a^3]-I[aB^2]\},
\end{aligned}
\qquad (5.10)
$$

где $h_V = 0$.

Массы частиц выражаются через константы α, β, γ и δ следующим образом:

$$
\begin{aligned}
M_\Delta &= \alpha, \\
M_{Y^*} &= \alpha + \tfrac{1}{3}\beta, \\
M_{\Xi^*} &= \alpha + \tfrac{2}{3}\beta + \tfrac{1}{3}\gamma, \\
M_{\Omega^-} &= \alpha+\beta+\gamma+\delta.
\end{aligned}
\qquad (5.II)
$$

Как было упомянуто выше, массовые формулы, полученные для псевдоскалярных мезонов,октета и декуплета барионов,мы будем оценивать качественно, а именно - нас интересует порядок величин I[AB], входящих в эти формулы.

Как предположено выше (3.I0),наблюдается нарушение такое,что

$$
\begin{aligned}
& I[aA] \sim \tfrac{1}{10} I[A^2], \quad I[a] \sim I[b] \\
& I[bB] \sim \tfrac{1}{10} I[B^2] \\
& I[a^2] \sim I[b^2] \sim \tfrac{1}{100}\{I[A^2] \sim I[B^2]\} \\
& I[aA^2] \sim \tfrac{1}{10} I[A^3] \\
& I[a^2A] \sim \tfrac{1}{100} I[A^3] \\
& I[a^3] \sim \tfrac{1}{1000} I[A^3]
\end{aligned}
\qquad [5.12]
$$

и т.д.

Мы видим,что из лагранжиана (3.4-7),если предположить нарушение по массам кварков, следует октетная доминантность, предложенная Гелл-Манном.

Если рассматривать массовые формулы (5.5) и (5.II), нетрудно заметить, что они определяются одним параметром. Поэтому получить качественные и даже количественные оценки по экспериментальным данным не представляет труда.

В барионном октете положение более сложно, поскольку константы β и γ в (5.7) одного порядка величины и каждая предлагаемая модель диктует между ними различные соотношения.

Из экспериментального факта следует:

$$2\beta + \gamma = 0 . \qquad (5.13)$$

В нашей модели можно удовлетворить соотношению (5.I3) с приличным согласием, выбирая

$$G_V \approx 2\, G_T , \qquad (5.14)$$

что дает ограничения на варианты взаимодействия (3.6). Варианты, когда в лагранжиане (3.6) доминирует либо векторная связь, либо тензорная, условию (5.I3) не удовлетворяют.

В целом наша модель вполне удовлетворительно может описать расщепление масс.

В заключение авторы выражают благодарность Д.И. Блохинцеву, С.М. Биленькому, С.Б. Герасимову, А.Б. Говоркову и Е.А. Иванову за полезные обсуждения.

Один из авторов (А.З.Д.) выражает благодарность В.А. Мещерякову за поддержку в работе.

Приложение А

Дадим определение γ-матрицы в евклидовой метрике и некоторые полезные соотношения, используемые нами при расчетах:

$$\gamma^E = (-i\gamma_0, \vec{\gamma})$$

$$\gamma_\mu^E \gamma_\nu^E + \gamma_\nu^E \gamma_\mu^E = -2\delta_{\mu\nu} \ ; \quad \mu,\nu = 1,2,3,4 ,$$

откуда

$$\gamma_\mu^{2\,E} = -4 \ ; \qquad \gamma_5^{2\,E} = 1 .$$

Далее

$$\gamma_\alpha \gamma_\nu \gamma_\alpha = 2\gamma_\nu$$

$$\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha = 2\delta_{\mu\nu}$$

$$\gamma_\alpha \gamma_\lambda \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\alpha = 2\gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\lambda$$

$$\gamma_\alpha \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda \gamma_\beta \gamma_\alpha = -2\gamma_\lambda \gamma_\nu \gamma_\mu \gamma_\beta - 2\gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda$$

$$\gamma_\mu \sigma_{\alpha\beta} \gamma_\lambda \gamma_\mu = -2\gamma_\lambda \sigma_{\alpha\beta} \ , \text{ где } \sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}[\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha]$$

$$\gamma_\mu \gamma_\sigma \sigma_{\alpha\beta} \gamma_\rho \gamma_\mu = -4[\delta_{\sigma\alpha}\delta_{\beta\rho} - \delta_{\beta\sigma}\delta_{\alpha\rho}]$$

$$\sigma_{\alpha\beta} \gamma_\mu \gamma_\nu \sigma_{\alpha\beta} = 4[2\delta_{\mu\nu} - \gamma_\mu \gamma_\nu]$$

$$Sp\, \gamma_\alpha \gamma_\beta = -4\delta_{\alpha\beta} \ ; \quad Sp\, \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_\nu = 4\delta_{\alpha\beta}\delta_{\mu\nu} + 4\delta_{\alpha\nu}\delta_{\beta\mu} - 4\delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\nu}$$

$$Sp\, \sigma_{\mu\nu} \sigma_{\alpha\beta} = -4[\delta_{\mu\alpha}\delta_{\nu\beta} - \delta_{\mu\beta}\delta_{\nu\alpha}] .$$

Приложение Б

Матрица зарядового сопряжения определена в виде:

$$C = \gamma^0 \gamma^2 = \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ \hline 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) , \quad C^{-1} = C \quad \text{и} \quad C^T = -C .$$

Обозначим "0" матрицы

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \gamma_\mu & \gamma_\mu \gamma_5 & \sigma_{\mu\nu} & \gamma_5 \\ \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel & \shortparallel \\ S & V & P & T & A \end{array}$$

$$\Rightarrow \qquad C O^T C^{-1} = \begin{cases} \;\;\,0 \text{ для } S,\, T,\, P \\ -0 \text{ для } V,\, A\,. \end{cases}$$

Для полей с зарядовым сопряжением имеем:

$$\bar{q}^c(x) = C^{-1} q(x) \qquad\qquad q(x) = C\, \bar{q}^c(x)$$

$$q^c(x) = C\, q(x) \qquad\qquad \bar{q}(x) = q^c(x)\, C^{T\,-1},$$

откуда для функций Грина

$$q^c_\alpha(x)\; \bar{q}^c_\beta(y) = G_{\alpha\beta}(x-y)$$

$$q_\alpha(x)\; q^c_\beta(y) = -\left[G(x-y)C\right]_{\alpha\beta}$$

$$\bar{q}_\alpha(x)\; \bar{q}^c_\beta(y) = -\left[C^{-1} G(y-x)\right]_{\beta\alpha}$$

$$q^c_\alpha(x)\; q_\beta(y) = \left[G(y-x)C\right]_{\beta\alpha}$$

$$\bar{q}^c_\alpha(x)\; \bar{q}_\beta(y) = \left[C^{-1} G(x-y)\right]_{\alpha\beta}$$

и

$$\left(\bar{q}^{c\,m}\, O\, q^n\right) = \begin{cases} +\left(\bar{q}^{c\,n}\, O\, q^m\right) & \text{для } \; S, P, A \\ -\left(\bar{q}^{c\,n}\, O\, q^m\right) & \text{для } \; V, T \end{cases}$$

Литература

1. A.Casher, J. Kogut and L. Susskind, Phys. Rev. D10,732(1974);
S.Coleman, R. Jachiw and L. Susskind, Ann. Phys. 93,267 (1975);
G.Preparata, Proceedings of Erice School of Sub-Nuclear Physics (1974);
J.C. Polkinghorn, Nuclear Phys. B95, 515 (1975).
2. A.Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F. Weisskopf, Phys. Rev. D9, 3471 (1974) (MIT - Bag);
K. Wilson, Phys. Rev. D10, 2445 (1974);
J.Kogut and Susskind, Phys. Rev. D11, 395 (1975).
W. Bardeen, M. Chanowitz, S. Drell, M. Weinstein and T. Yan, Phys. Rev. D11, 1094 (1975) (SLAC - Bag)
3. G.V. Efimov. Int of Theor. Phys. 10, 19 (1974).
4. А.З. Дубничкова, Г.В. Ефимов, ОИЯИ Р2-9611, Дубна, (1976).
5. Г.В. Ефимов, ИТФ, Киев, №№52, 54, 55 (1958).
Com. Math. Phys. 31, 1, (1973).
38, 11 (1974).
Проблемы физики ЭЧАЯ, I, вып. I, 256 (1970);
вып. 5, вып. I, 223 (1974).
Annals of Phys. 71, 466 (1972).
6. W. Heisenberg, Z. Naturforsch. 14, 441 (1959).
7. M. Gell-Mann, Y. Neeman, The Eightfold Way, W.A. Benjamin (1964), pag. 7.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 августа 1976 года.