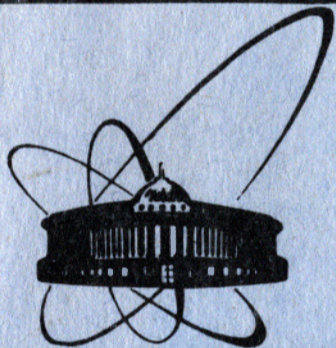


84-401



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

СВН2.3

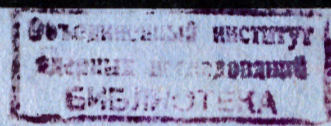
P18-84-401

4453/84
Г.Н.Зорин

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ
КИНЕМАТИКА ЭЛЕКТРОНА В АТОМЕ**

Направлено в сборник "Проблемы теории гравитации и элементарных частиц".

1984



1. Преобразования Лоренца с фазовой скоростью в качестве группового параметра. Докажем, что в рамках СТО существуют два представления преобразований Лоренца /ПЛ/ /1/, которые можно получить, используя универсальность световой скорости:

$$c = c', \quad /1/$$

означающую отсутствие покоящейся системы отсчета относительно распространения светового фронта /СФ/, согласно требованию релятивистского принципа /2/.

Рассмотрим движение системы отсчета (x', t') со скоростью v относительно другой системы (\bar{x}, \bar{t}) . Для синхронизации часов в обеих системах возьмем в качестве луча света пучок излучения квантового генератора, представляющего собой атомные часы /эталон частоты/. Очевидно, выполнение требования /1/ по отношению к распространению фронта этого пучка будет адекватно удовлетворению условия синхронизации часов в обеих системах отсчета. Для выполнения требования релятивистского принципа /1/ начало координат в движущейся системе (x', t') выберем такое, чтобы образующая светового конуса проходила через это начало, как и в системе (\bar{x}, \bar{t}) /см. рисунок/. В результате этого выбора начало координат O' будет двигаться относительно (\bar{x}, \bar{t}) со скоростью

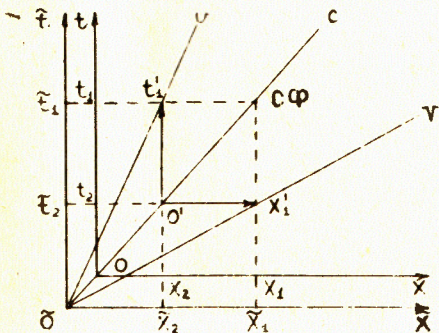
$$(\bar{x}_2 / \bar{t}_1) = v, \quad /2/$$

где \bar{x}_2, \bar{t}_1 - текущие координаты O' в системе (\bar{x}, \bar{t}) . Поверхность одновременных событий (\bar{t}_1) в этом случае означает, что масштабы и часы, расположенные в этой системе, совместно участвуют в движении с этой относительной скоростью, а скорость СФ в обеих системах будет

$$(\bar{x}_1 / \bar{t}_1) = (x'_1 / t'_1) = c, \quad /3/$$

где \bar{x}_1, \bar{t}_1 и x'_1, t'_1 - соответственно пары текущих координат СФ в разных системах отсчета. В результате координаты СФ в движущейся системе отсчета связаны с координатами СФ в по-

Движение системы отсчета (x', t') относительно системы отсчета (\bar{x}, \bar{t}) со скоростью v .



коящейся системе отсчета следующими преобразованиями:

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \bar{x}_1 - v\bar{t}_1; \\ t'_1 &= \bar{t}_1 - \bar{t}_2 = \bar{t}_1 - \frac{\bar{x}_2}{c} = \bar{t}_1 - \frac{v}{c}\bar{t}_1 = \bar{t}_1 - \frac{v}{c^2}\bar{x}_1 \end{aligned} \right\} /4/$$

Видно, что относительно таких преобразований условие релятивистского принципа /3/ выполняется только на световом конусе*:

$$(1 - v^2/c^2) (d\bar{x})^2 - (1 - v^2/c^2) c^2(d\bar{t})^2 = 0. /5/$$

Удовлетворение условию /3/ не должно зависеть от направления движения /3/, поэтому взята квадратичная форма этого условия. Но для того чтобы условие релятивистского принципа

$$(dx')^2 - c^2(dt')^2 = (ds')^2 /6/$$

выполнялось не только на световом конусе, что адекватно синхронизации часов вне светового конуса, необходимо "сжать" координатную сетку в системе отсчета (\bar{x}, \bar{t}) конформным преобразованием, согласно /5/**:

$$\left. \begin{aligned} x &= \bar{x}\sqrt{1 - v^2/c^2}; \\ t &= \bar{t}\sqrt{1 - v^2/c^2}. \end{aligned} \right\} /7/$$

Такое "сжатие" эквивалентно перенесению начала отсчета в системе (\bar{x}, \bar{t}) в соответствии с /7/, как показано на рисунке. В результате получим обычные ПЛ:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \\ t' &= \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{aligned} \right\} /8/$$

Следовательно, в отличие от получения этих преобразований в /2/ в рассматриваемом случае не потребовалось определять "промежуток времени", согласно эйнштейновской операции синхронизации часов с использованием луча света в направлении движения со скоростью $c+v$, а в обратном направлении - со скоростью $c-v$, что противоречит "постоянству скорости света".

* Очевидно, что индексы в преобразованиях /4/ можно опустить.

** Знак минус опускаем, так как для простоты рассмотрения имеем дело с движением в положительном направлении вдоль оси \bar{x} .

Но кроме поверхности одновременных событий (\bar{t}_1) /см. рисунок/, на которой в текущий момент всегда присутствует СФ, при построении системы отсчета (x', t') , удовлетворяющей требованию релятивистского принципа /1/, потребовалась поверхность (\bar{t}_2) , находящаяся в прошлом по отношению к СФ, так как в момент \bar{t}_2 пространственной координатой СФ в системе отсчета (\bar{x}, \bar{t}) была координата \bar{x}_2 . Движение же проекции СФ на ось x' происходило в системе (\bar{x}, \bar{t}) со скоростью

$$V = \bar{x}_1/\bar{t}_2, /9/$$

всегда большей скорости c , согласно построению системы отсчета (x', t') , удовлетворяющему требованию релятивистского принципа /1/. Чтобы выяснить физическую природу V , найдем преобразования координат, содержащие эту скорость, для систем отсчета (\bar{x}, \bar{t}) и (x', t') :

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \bar{x}_1 - c\bar{t}_2 = \bar{x}_1 - (c/V)\bar{x}_1 = \bar{x}_1 - (c^2/V)\bar{t}_1; \\ t'_1 &= \bar{t}_1 - \bar{t}_2 = \bar{t}_1 - (1/V)\bar{x}_1. \end{aligned} \right\} /10/$$

Из требования инвариантности условия релятивистского принципа /6/ получим ПЛ в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - (c^2/V)t}{\sqrt{1 - c^2/V^2}}; \\ t' &= \frac{t - (1/V)x}{\sqrt{1 - c^2/V^2}}, \end{aligned} \right\} /11/$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где} \\ x &= \bar{x}\sqrt{1 - c^2/V^2}; \\ t &= \bar{t}\sqrt{1 - c^2/V^2}. \end{aligned} \right\} /12/$$

Из сравнения преобразований /4/ с /10/ следует, что $vV = c^2$. /13/

Если положить $v/c = \sin\theta$, /14/

что возможно без нарушения общности рассмотрения, то вследствие равенства

$$V = c/\sin\theta /15/$$

эту скорость можно интерпретировать как скорость перемещения "зайчика" на экране при угле θ между световым импульсом из плоских волн и экраном.

Следовательно, ПЛ /11/, содержащие скорость V в качестве группового параметра, не менее правомочны, чем ПЛ с относительной скоростью v .

2. *Группа движения без пространственной траектории.*
 Обобщим полученные представления ПЛ на кинематику электрона. Так как электрон обладает корпускулярно-волновыми свойствами, для него также должно быть справедливо соотношение /13/. Но в этом случае v будет групповой скоростью электрона:

$$d\omega/dk = v, \quad /16/$$

а V - фазовой скоростью волны де Бройля:

$$\omega/k = V, \quad /17/$$

где ω - циклическая частота; k - волновое число.

Аргументируем, что предельный случай преобразований Лоренца /11/ с фазовой скоростью в качестве параметра образует группу движения электрона в связанном состоянии, для чего исследуем ПЛ в форме /11/. Эти преобразования образуют группу с правилом сложения скоростей

$$V'' = \frac{1 + c^2/VV'}{1/V + 1/V'}, \quad /18/$$

отличающимся, очевидно, от правила сложения групповых скоростей:

$$v'' = \frac{v + v'}{1 + vv'/c^2}. \quad /19/$$

Для правила /19/, если положить

$$v, v' = c, \quad /20/$$

$$\begin{aligned} \text{то} \\ v'' = c; \end{aligned} \quad /21/$$

для правила сложения /18/, если

$$V, V' = c, \quad /22/$$

$$\begin{aligned} \text{получим} \\ V'' = c. \end{aligned} \quad /23/$$

Кроме того, если при условии

$$c \rightarrow \infty, \quad /24/$$

выделяющем в пространстве-времени, согласно /3/, лабораторную систему отсчета из-за отождествления групповой скорости с лабораторной, пределом ПЛ /8/ будут преобразования Галилея

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt; \\ t' &= t \end{aligned} \right\} \quad /25/$$

с правилом сложения скоростей

$$v'' = v + v', \quad /26/$$

то пределом ПЛ /11/ при условии

$$c \rightarrow 0, \quad /27/$$

превращающем пространство-время в фазовое, будут новые преобразования

$$\left. \begin{aligned} x' &= x; \\ t' &= t - (1/V)x, \end{aligned} \right\} \quad /28/$$

образующие группу с правилом сложения

$$V'' = VV'/(V + V'). \quad /29/$$

0 справедливости предела /27/ для ПЛ /11/ свидетельствует условие

$$c^2 = 1, \quad /30/$$

необходимое для перехода к единичным групповым параметрам, так как при этом /24/ и /27/ смогут образовать неопределенность вида $(0 \cdot \infty)$, стремящуюся к 1.

Как легко видеть, в отличие от преобразований /25/ преобразования /28/ образуют группу движения без пространственной траектории, что совместно с /13/ соответствует поведению электрона в атоме, согласно квантовой механике. Учитывая это обстоятельство, в особенности совмещение пространственных координат в /28/ в отличие от пространственных координат в преобразованиях /25/, представляющих свободное движение, можно сделать вывод, что преобразования /28/ образуют группу инерциального движения электрона в связанном состоянии и этим снимают противоречие между существованием устойчивых состояний атома и уравнениями Максвелла, возникающие из-за излучения электрона при участии его в неинерциальном движении.

3. *Направленность излучения атома.* Теперь можно выяснить, в какой взаимосвязи находится существование устойчивых состояний атома с релятивистским принципом, так как в рассматриваемом подходе получена группа движения для связанного состояния электрона /28/ в отличие от обычного подхода в СТО, в которой, согласно Эйнштейну /4/, не учтена атомарная структура масштабов и часов, что отделяет их от мира физических явлений.

Так, отсутствие пространственной траектории для электрона в связанном состоянии, согласно /28/, требует, чтобы система отсчета представляла собой связанное состояние вещества, образующего макроскопическое тело. По той же причине, что атом и есть тот самый источник фотона, скорость которого не зависит от того, покоится этот источник или движется, согласно второму

утверждению релятивистского принципа /2/, закон излучения атома при переходе из одного устойчивого состояния в другое должен подчиняться первому утверждению этого же принципа. Следовательно, фазовая скорость электрона в связанном состоянии, согласно /28/, не зависит от того, движется или покоится система отсчета, так как она состоит из атомов, в одном из которых и находится этот электрон.

Проверим правильность этого вывода на примере эффекта Доплера. Переход атома из одного устойчивого состояния в другое сопровождается изменением фазовой скорости электрона. Таким образом, этот переход представляет собой неинерциальный процесс, который должен сопровождаться излучением, согласно уравнениям Максвелла. Тогда частота фотона в системе отсчета, в которой находится атом, записывается следующим образом:

$$\omega_{nm} = 2\pi/T \sqrt{1 - v_{nm}^2/c^2}, \quad /31/$$

где v_{nm} - групповая скорость электрона при переходе атома из состояния с фазовой скоростью v_n в состояние с фазовой скоростью v_m , которая должна, согласно /13/, подчиняться неравенству

$$v_m < v_{nm} < v_n, \quad /32/$$

а T - период волны фотона. Если же система отсчета, в которой находится излучающий атом, движется со скоростью $v_{\text{эксп}}$ относительно другой системы, то в последней частота фотона будет уже иной, а именно:

$$\omega_{\text{эксп}} = 2\pi/T \sqrt{1 - v_{\text{эксп}}^2/c^2}, \quad /33/$$

где, согласно /19/,

$$v_{\text{эксп}} = \frac{v + v_{nm}}{1 + v v_{nm}/c^2}. \quad /34/$$

Тогда

$$\omega_{\text{эксп}} = \omega_{nm} \frac{1 + (v/c) \cos\phi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad /35/$$

полностью согласуется с эффектом Доплера при условии

$$v_{nm}/c = \cos\phi, \quad /36/$$

которое физически оправдано, так как фазовая скорость электрона в связанном состоянии всегда больше c . В этом случае угол излучения Маха при переходе электрона формируется, согласно /35/, относительно направления движения атома, а в системе отсчета с излучающим атомом для каждого перехода атома из одного состоя-

ния в другое излучение будет направлено под строго определенным углом к направлению ориентации атома в источнике.

4. *Соответствие тензоров Абрагама и Минковского двум представлениям преобразований Лоренца.* С момента возникновения проблемы на протяжении почти семидесяти лет ведется дискуссия о тензорах энергии-импульса для излучения в среде Абрагама и Минковского, наиболее полный обзор которой содержится в /5/.

Докажем, что существование двух представлений ПЛ в рамках СТО снимает противоречие между тензорами энергии-импульса Минковского и Абрагама. Так, в среде с показателем преломления n , по Минковскому, связь между импульсом и энергией фотона задается формулой

$$p^M = nE/c, \quad /37/$$

а, по Абрагаму,

$$p^A = E/nc. \quad /38/$$

Так как для фотона, также обладающего корпускулярно-волновыми свойствами, групповая скорость на световом конусе должна быть равна фазовой, произведение двух скоростей из соотношений /37/ и /38/:

$$(c/n)(nc) = c^2, \quad /39/$$

однозначно указывает, согласно /13/, что тензор Минковского содержит групповую скорость фотона в среде, а тензор Абрагама - его фазовую скорость, если

$$n \geq 1. \quad /40/$$

Таким образом, каждый из тензоров соответствует проявлению одного из свойств фотона: корпускулярного или волнового. Тогда импульс фотона, участвующего в комптоновском рассеянии на электронах, отличается от импульса дифрагирующего фотона, согласно /37/ и /38/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lorentz H.A. Proc. Sci., Amsterdam, 1904, vol. 6, p. 809.
2. Einstein A. Ann.Phys., 1905, vol. 17, p. 894.
3. Poincaré H. Compt.Rend., 1905, vol. 140, p. 1504.
4. Эйнштейн А. УФН, 1956, т. 59, с. 92.
5. Скобельцин Д.В. УФН, 1973, т. 110, с. 253; 1977, т. 122, с. 295.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июня 1984 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
	Труды УШ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Протвино, 1982 /2 тома/	11 р. 40 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.
D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Зорин Г.Н.
Релятивистская кинематика электрона в атоме

P18-84-401

В рамках специальной теории относительности получено два представления преобразований Лоренца. Для электрона, в соответствии с его корпускулярно-волновыми свойствами, эти представления содержат в качестве параметра его групповую или фазовую скорость. Правило сложения фазовых скоростей отличается от правила сложения групповых скоростей. В предельном случае преобразований Лоренца с фазовой скоростью образуется группа инерциального движения электрона в связанном состоянии. Применение развитого подхода к излучению атома предсказывает направленность этого излучения под углом Маха относительно ориентации атома.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Zorin G.N.
Relativistic Kinematics of Electron in an Atom

P18-84-401

In the framework of special theory of relativity two representations of Lorentz transformations are obtained. For an electron according to its corpuscular-wave properties these representations contain as a parameter its group or phase velocity. The addition rule for phase velocities differs from that for group velocities. In the limit case of the Lorentz transformations with a phase velocity a group of inertial motion of electron in a bound state is formed. The application of the developed approach to atomic radiation predicts the directivity of this radiation at Mach's angle relatively the atomic orientation.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984