ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P17 - 9931

А.Л.Куземский, В.Ю.Юшанхай

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ МАГНОНАМИ В ЧЕТЫРЕХПОДРЕШЕТОЧНОМ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ С АНТИСИММЕТРИЧНЫМ ОБМЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

1976

P17 - 9931

А.Л.Куземский, В.Ю.Юшанхай

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ МАГНОНАМИ В ЧЕТЫРЕХПОДРЕШЕТОЧНОМ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ С АНТИСИММЕТРИЧНЫМ ОБМЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Направлено в журнал
"Физика твердого тела"

1. Четырехподрешеточная модель гематита($\alpha-Fe_2O_3$), предложенная недавно Гербертом [1,2] и исследовавшаяся в ряде работ [3-5], представляет собой первую попытку построения последовательной микроскопической теории магнитного поведения слабомагнитных ортоферритов и хромитов. Известно [6-10], что в гематите при $T_M \simeq 260$ *K* происходит фазовый переход Морина. При $T < T_M$ ось легкого намагничивания совпадает с осью симметрии третьего порядка, а при $T \simeq T_M$ скачком поворачивается в базисную плоскость. Герберт построил низкотемпературную спин-волновую теорию, в рамках которой им были вычислены четырехмагнонные поправки с помощью диаграммной техники, при этом суммировались только т.н. "кактусные" диаграммы /см. [2] /. Как хорошо известно [11-14], четырехмагнонные процессы играют существенную роль при описании динамического поведения магнетиков. Гербертом [2] было высказано предположение, что именно четырехмагнонное взаимодействие обусловливает фазовый переход Морина за счет размягчения оптических магнонных мод.

В настоящей работе с помощью метода двухвременных температурных функций Грина мы с более общей точки зрения проанализируем влияние четырехмагнонных добавок на магнонный спектр и покажем, что возможность фазового перехода за счет размягчения оптических магнонных мод определяется целым рядом специальных условий.

2. Гамильтониан, выписанный Гербертом /1/ на основе теоретико-групповых соображений, имеет вид:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\{ J^{\mu}_{ij}\vec{S}^{\mu}_i\vec{S}^{\mu}_j + J^{\gamma}_{ij}\vec{S}^{\gamma}_i\vec{S}^{\gamma}_j + J^{\tau}_{ij}\vec{S}^{\tau}_i\vec{S}^{\tau}_j + J^{\nu}_{ij}\vec{S}^{\nu}_i\vec{S}^{\nu}_j +$$

$$+ K^{\mu}_{ij} S^{\mu z}_i S^{\mu z}_j + K^{\gamma}_{ij} S^{\gamma z}_i S^{\gamma z}_j + K^{\tau}_{ij} S^{\tau z}_i S^{\tau z}_j +$$

$$+ K^{\nu}_{ij} S^{\nu z}_i S^{\nu z}_j + D^{\mu}_{ij}(S^{\mu x}_i S^{\gamma y}_j - S^{\mu y}_i S^{\gamma x}_j) +$$

$$+ D^{\tau}_{ij}(S^{\tau x}_i S^{\nu y}_j - S^{\tau y}_i S^{\nu x}_j)\}. \qquad /1/$$

Здесь J^{ρ}_{ij}, K^{ρ}_{ij}, D^{ρ}_{ij} - параметры обмена, одноосной анизотропии и антисимметричного обменного взаимодействия; $\rho = \mu, \gamma, \tau, \gamma$ - индексы псевдоспиновых подрешеток, которые связаны с индексами спиновых подрешеток a, b, c, d следующим преобразованием /1/:

$$\vec{S}^{\mu}_i = \frac{1}{2}(\vec{S}^a_i - \vec{S}^b_i - \vec{S}^c_i + \vec{S}^d_i)$$

$$\vec{S}^{\gamma}_i = \frac{1}{2}(\vec{S}^a_i + \vec{S}^b_i + \vec{S}^c_i + \vec{S}^d_i)$$

$$\vec{S}^{\tau}_i = \frac{1}{2}(\vec{S}^a_i - \vec{S}^b_i + \vec{S}^c_i - \vec{S}^d_i)$$

$$\vec{S}^{\nu}_i = \frac{1}{2}(\vec{S}^a_i + \vec{S}^b_i - \vec{S}^c_i - \vec{S}^d_i). \qquad /2/$$

Преобразование /2/ не сохраняет обычных коммутационных соотношений для спинов и потому величины $\vec{S}^{\rho}_i$ называются в работе /1/ псевдоспинами.

Спиновая структура гематита такова, что в низкотемпературной фазе ось $\vec{S}^a_i$ и $\vec{S}^d_i$ спинов /"спин вверх"/ антипараллельна оси $\vec{S}^b_i$ и $\vec{S}^c_i$ спинов /"спин вниз"/. Если повернуть последнюю на угол π вокруг оси x, то система

квантования становится единой, а преобразование Дайсона-Малеева будет зависеть от ориентации спинов /1/ :

"Спин вверх" | "Спин вниз"

$$S^{a+}_i \to \sqrt{2s}\{1 - (2s)^{-1} a^+_i a_i\} a_i; \qquad S^{b+}_i \to \sqrt{2s}\, b^+_i;$$

$$S^{a-}_i \to \sqrt{2s}\, a^+_i; \qquad S^{b-}_i \to \sqrt{2s}\{1 - (2s)^{-1} b^+_i b_i\} b_i;$$

$$S^{az}_i \to s - a^+_i a_i; \qquad S^{bz}_i \to -s + b^+_i b_i.$$

Диагонализируя квадратичную часть гамильтониана, получим гамильтониан в спин-волновом приближении /обозначения см. в /1/ /:

$$H_0 = E_0 + H^{\mu\gamma}_0 + H^{\tau\nu}_0$$

$$H^{\mu\gamma}_0 = \sum_{\vec{k}}\{\lambda^{\mu}_{\vec{k}}\mu^+_{\vec{k}}\mu_{\vec{k}} + \lambda^{\gamma}_{\vec{k}}\gamma^+_{\vec{k}}\gamma_{\vec{k}}\}; \quad H^{\tau\nu}_0 = \sum_{\vec{k}}\{\lambda^{\tau}_{\vec{k}}\tau^+_{\vec{k}}\tau_{\vec{k}} + \lambda^{\nu}_{\vec{k}}\nu^+_{\vec{k}}\nu_{\vec{k}}\}.$$

Здесь

$$\lambda^{\mu}_{\vec{k}} = \lambda^{\gamma}_{\vec{k}}; \qquad \lambda^{\tau}_{\vec{k}} = \lambda^{\nu}_{\vec{k}} \qquad /5/$$

- акустические и оптические энергии спин-волновых возбуждений соответственно.

3. Рассмотрим поправки к энергии свободных акустических спиновых волн. В работе /2/ было показано, что взаимодействие может быть разделено на три части: 1/ межакустическое; 2/оптико-акустическое; 3/ межоптическое. Межакустическое взаимодействие описывается оператором /2/:

$$V^{\alpha\beta} = \frac{1}{8N}\sum_{\vec{p},\vec{q},\vec{r},\vec{s}}\{\bar{J}_{\vec{r}-\vec{s}}\,\delta(\vec{p}+\vec{r}-\vec{q}-\vec{s})(\alpha^+_{\vec{p}}\alpha_{\vec{q}}\alpha^+_{\vec{r}}\alpha_{\vec{s}} + \beta^+_{\vec{p}}\beta_{\vec{q}}\beta^+_{\vec{r}}\beta_{\vec{s}}) +$$

$$+2\bar{J}_{\vec r-\vec s}\,\delta(\vec p+\vec r-\vec q-\vec s)\,\alpha^+_{\vec p}\alpha_{\vec q}\beta^+_{\vec r}\beta_{\vec s}-$$

$$-\beta^+_{\vec p}\beta_{\vec q}\beta_{\vec r}[\beta^+_{\vec s}I_{\vec s}+\alpha_{-\vec s}I'_{\vec s}]\,\delta(\vec p+\vec s-\vec q-\vec r)-$$

$$-\alpha^+_{\vec p}\alpha_{\vec q}\alpha_{\vec r}[\alpha_{\vec s}I_{\vec s}+\beta_{-\vec s}I'_{\vec s}]\,\delta(\vec p+\vec s-\vec q-\vec r)\}\ . \qquad /6/$$

Здесь

$$\bar{J}_{\vec k}=(J^\mu+J^\gamma+K^\mu+K^\gamma)_{\vec k};\quad J'_{\vec k}=(J^\mu-J^\gamma+K^\mu-K^\gamma)_{\vec k}$$

$$I_{\vec s}=(J^\mu+J^\gamma)_{\vec s};\qquad I'_{\vec s}=(J^\gamma-J^\mu)_{\vec s}\,. \qquad /7/$$

Перейдем теперь к магнонным операторам

$$\begin{pmatrix}\alpha^+_{\vec k}\\ \beta^+_{-\vec k}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_{\vec k} & 0\\ 0 & u_{\vec k}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mu^+_{\vec k}\\ \gamma^+_{-\vec k}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & v^*_{\vec k}\\ v^*_{\vec k} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mu_{\vec k}\\ \gamma_{-\vec k}\end{pmatrix} \qquad /8/$$

и рассмотрим гриновские функции /15,16/ типа $G^{\mu\mu}_{\vec k\vec k'}(t-t')=\langle\langle\mu_{\vec k}(t)\,|\,\mu^+_{\vec k'}(t')\rangle\rangle$, уравнения движения для фурье-образов которых имеют вид

$$\omega\langle\langle\mu_{\vec k}|\mu^+_{\vec k'}\rangle\rangle_\omega=\frac{i}{2\pi}\langle[\mu_{\vec k},\mu^+_{\vec k'}]\rangle+\langle\langle[\mu_{\vec k},H^{\mu\gamma}]|\mu^+_{\vec k'}\rangle\rangle_\omega, \qquad /9/$$

где $H^{\mu\gamma}=H_0^{\mu\gamma}+V^{\alpha\beta}$. Высшие функции Грина будем расцеплять в обобщенном приближении Хартри-Фока /16/, например:

$$\langle\langle\mu^+_{\vec r}\mu_{\vec q}\mu_{\vec s}|\mu^+_{\vec k'}\rangle\rangle_\omega\to\langle\mu^+_{\vec r}\mu_{\vec r}\rangle\,\delta_{\vec r\vec q}\langle\langle\mu_{\vec s}|\mu^+_{\vec k'}\rangle\rangle_\omega+$$

$$+\langle\mu^+_{\vec r}\mu_{\vec r}\rangle\,\delta_{\vec r\vec s}\langle\langle\mu_{\vec q}|\mu^+_{\vec k'}\rangle\rangle_\omega\ . \qquad /10/$$

При этом будем иметь:

$$\{\omega-\lambda^\mu_{\vec k}-\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle P_1(\vec k,\vec p)+P_1'(\vec k,\vec p))\}\,G^{\mu\mu}_{\vec k\vec k'}(\omega)-$$

$$-\{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_2(\vec k,\vec p)+Q_2'(\vec k,\vec p))\}\,G^{\gamma\mu}_{\vec k\vec k'}(\omega)=\frac{i}{2\pi}\delta_{\vec k\vec k'}$$

$$\{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_1(\vec k,\vec p)+Q_1'(\vec k,\vec p))\}\,G^{\mu\mu}_{\vec k\vec k'}(\omega)+$$

$$+\{\omega-\lambda^\gamma_{-\vec k}+\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle P_2(-\vec k,\vec p)+P_2'(-\vec k,\vec p))\}\,G^{\gamma\mu}_{\vec k\vec k'}=0\,. \qquad /11/$$

Здесь $\langle n^a_{\vec p}\rangle=\langle\mu^+_{\vec p}\mu_{\vec p}\rangle=\langle\gamma^+_{\vec p}\gamma_{\vec p}\rangle$ по причине вырождения $\lambda^\mu_{\vec k}=\lambda^\gamma_{\vec k}$, а $P_i(\vec k,\vec p)$, $P_i'(\vec k,\vec p)$; $Q_i(\vec k,\vec p)$, $Q_i'(\vec k,\vec p)$, $(i=1,2)$ - функции параметров обмена, анизотропии и квазиимпульсов $\vec k$, $\vec p$, которые мы не выписываем из-за их громоздкости. Отметим лишь следующее общее свойство этих функций:

$$P_i(0,\vec p),\ P_i'(0,\vec p),\ Q_i(0,\vec p),\ Q_i'(0,\vec p)\sim\frac{1}{\epsilon_0^a},\ (i=1,2),$$

где

$$\epsilon_0^a=\frac{\lambda_0^\mu}{1/2\,s\,(J^\gamma-J^\mu)_0}\ll 1\,.$$

Отсюда следует, что при некоторых условиях коэффициенты системы уравнений /11/ могут быть большими для $k=0$ и решение этой системы приводит к расходящимся добавкам к энергии свободных акустических спиновых волн. Решая систему /11/, найдем явный вид спектра, который мы выпишем для $k=0$:

$$\omega^2(k=0)=(\lambda_0^\mu)^2+\lambda_0^\mu\{\frac{1}{2N}\sum_{\vec p}P_1'(0,\vec p)+\frac{1}{2N}\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle P_1(0,\vec p)\}+$$

$$+\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle P_1(0,\vec p)+P_1'(0,\vec p)\}\{\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle P_2(0,\vec p)+P_2'(0,\vec p))\}-$$

/12/

$$-\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_1(0,\vec p)+Q_1'(0,\vec p))\}\{\sum_{\vec p}(\langle n^a_p\rangle Q_2(0,\vec p)+Q_2'(0,\vec p))\}.$$

Второе, третье и четвертое слагаемые в /12/ представляют собой добавку к $(\lambda^\mu_0)^2$ за счет межакустического взаимодействия. Рассмотрим сначала второе слагаемое в /12/:

$$\omega(k=0)=\lambda^\mu_0\{1+\frac{1}{\lambda^\mu_0}\frac{1}{2N}(\sum_{\vec p}P_1'(0,\vec p)+\langle n^a_{\vec p}\rangle P_1(0,\vec p))\}^{1/2}\approx$$

$$\approx\lambda^\mu_0+\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}P_1'(0,\vec p)+\frac{1}{4N}\sum\langle n^a_{\vec p}\rangle P_1(0,\vec p)\ . \qquad /13/$$

Добавка $\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}P_1''(0,\vec p)$ в /13/ - постоянное смещение в спектре, которое не зависит от температуры. Согласно теории возмущений,

$$(\lambda^\mu_0)^{-1}\ |\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}P_1'(0,\vec p)|\ll 1\ . \qquad /14/$$

Оценим теперь вклад за счет обмена, считая, что вклад за счет анизотропии достаточно мал:

$$\Delta^{aa}_{1\,ex}\lambda^\mu_0=\{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}P_1'(0,\vec p)\}_{ex}\approx$$

$$\approx-\frac{\epsilon^\alpha_0}{8N}\sum_{\vec p'}\frac{1}{\epsilon^\alpha_{\vec p'}}(J^\mu-J^\gamma)_{\vec p'}\sqrt{1-(\epsilon^\alpha_{\vec p'})^2}+$$

$$+\frac{\epsilon^\alpha_0}{8N}\sum_{\vec p''}\frac{1}{\epsilon^\alpha_{\vec p''}}(J^\mu-J^\gamma)_{\vec p''}\sqrt{1-(\epsilon^\alpha_{\vec p''})^2}+$$

$$+\frac{\epsilon^\alpha_0}{8N}(J^\mu-J^\gamma)_0\sum_{\vec p}\frac{1-\epsilon^\alpha_{\vec p}}{\epsilon^\alpha_{\vec p}}-\frac{1}{4N\epsilon^\alpha_0}\sum_{\vec p}(J^\mu+J^\gamma)_{\vec p}\approx$$

$$\approx-\frac{1}{4N\epsilon^\alpha_0}\sum_{\vec p}(J^\mu+J^\gamma)_{\vec p}\ . \qquad /15/$$

Из /14/ с учетом /15/ получим ограничение на параметры обмена:

$$|\frac{1}{8Ns}\frac{1}{K^\mu_0}\sum_{\vec p}(J^\gamma+J^\mu)_{\vec p}|\ll 1. \qquad /16/$$

Рассмотрим теперь добавку, зависящую от температуры:

$$\Delta^{aa}_2\lambda^\mu_0=\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle P_1(0,\vec p).$$

Можно показать, что вклады в эту добавку за счет обмена

$$|\Delta^{aa}_{2\,ex}\lambda^\mu_0|\lesssim|\lambda^\mu_0\frac{\langle n\rangle}{4s}|$$

и за счет анизотропии

$$|\Delta^{aa}_{2\,an}\lambda^\mu_0|\le|\lambda^\mu_0\frac{\langle n\rangle}{4s}|$$

малы, поскольку $\langle n\rangle$ - среднее число спиновых отклонений в ячейке мало, что является условием применимости ПВК. Это полностью совпадает с результатом Герберта /2/, который показал, что межакустическое взаимодействие магнонов не приводит к какой-либо нестабильности акустических мод. Но нами получены дополнительные добавки, не учтенные в работе Герберта /2/. Одна из них

$$\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p}(\langle n_{\vec p}\rangle P_1(0,\vec p)+P_1'(0,\vec p))\}\{\sum_{\vec p}(\langle n^a_{\vec p}\rangle P_2(0,\vec p)+P_2'(0,\vec p))\}=$$

$$=\{\Delta^{aa}_2\lambda^\mu_0\}^2+\{\Delta^{aa}_1\lambda^\mu_0\}^2+2\{\Delta^{aa}_2\lambda^\mu_0\}\{\Delta^{aa}_1\lambda^\mu_0\} \qquad /17/$$

мала, что следует из всего сказанного. Другая добавка имеет структуру

$$\{\Delta_3^{aa}\lambda_0^{\mu}\}^2 = -\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_1(0,\vec p)\}\{\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_2(0,\vec p)\} -$$

$$-\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_1(0,\vec p)\}\{\sum_{\vec p} Q_2'(0,\vec p)\} -$$

$$-\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p} Q_1'(0,\vec p)\}\{\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_2(0,\vec p)\} -$$

$$-\frac{1}{(4N)^2}\{\sum_{\vec p} Q_1'(0,\vec p)\}\{\sum_{\vec p} Q_2'(0,\vec p)\}, \qquad /18/$$

где

$$\{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p} Q_1'(0,\vec p)\}_{ex} = \{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p} Q_2'(0,\vec p)\} \approx \frac{1}{8N\epsilon_0^{\alpha}}\sum_{\vec p}(J^{\gamma}+J^{\mu})_{\vec p};$$

$$\{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_1(0,\vec p)\} = -\{\frac{1}{4N}\sum_{\vec p}\langle n^a_{\vec p}\rangle Q_2(0,\vec p)\} \approx$$

$$\approx \frac{1}{4N}(J^{\gamma}-J^{\mu})_0\sum_{\vec p}\frac{\langle n^a_{\vec p}\rangle}{\epsilon^{\alpha}_{\vec p}}.$$

Составим отношение

$$\frac{\{\Delta_3^{aa}\lambda_0^{\mu}\}^2}{(\lambda_0^{\mu})^2} \approx -\frac{1}{(4s)^2}\frac{(J^{\gamma}-J^{\mu})}{K_0^{\mu}}\left(\frac{1}{N}\sum_{\vec p}\frac{\langle n^a_{\vec p}\rangle}{\epsilon^{\alpha}_{\vec p}}\right)^2. \qquad /19/$$

Для оценки /19/ примем следующие значения $(J^{\gamma}-J^{\mu})_0 \sim 10^2\,K$, $K \sim 1^{\circ}K$, $(s=5/2)$. Тогда получим

$$\frac{\{\Delta_3^{aa}\lambda_0^{\mu}\}^2}{(\lambda_0^{\mu})^2} \sim (\langle n\rangle)^2 \ll 1; \qquad /20/$$

добавка $\{\Delta_3^{aa}\lambda_0^{\mu}\}^2$ не приводит к расходимости. Таким образом, и более полный, по сравнению с работой [2], учет динамического взаимодействия спиновых волн не приводит к нестабильности акустических мод.

4. Подобным же образом рассмотрим межоптическое магнон-магнонное взаимодействие. Выпишем зависящую от температуры поправку к энергии свободных оптических спиновых волн, пропорциональную $1/N$ /обозначения см. в [2] /:

$$\Delta^{00}_{2ex}\lambda^{\tau}_0 = \frac{1}{4N}\sum_{\vec p}\langle n^0_{\vec p}\rangle\{(\bar J_{\vec p}+\bar J_0-\tilde I_{\vec p}-\tilde I_0)(|\bar u_{\vec p}|^2+\bar v_{\vec p}^2)(|\bar u_0|^2+\bar v_0^2)+$$

$$+\bar J_0'(|\bar u_{\vec p}|^2+\bar v_{\vec p}^2)(|\bar u_0|^2+\bar v_0^2)+2\bar J_{\vec p}'(\bar u_{\vec p}\bar v_{\vec p}\bar u_0^*\bar v_0+\bar u_{\vec p}^*\bar v_{\vec p}\bar u_0\bar v_0)-$$

$$-2\tilde I_0'(|\bar u_{\vec p}|^2+\bar v_{\vec p}^2)\bar u_0^*\bar v_0-(\tilde I_{\vec p}'+\tilde I_{-\vec p}')\bar u_{\vec p}^*\bar v_{\vec p}(|\bar u_0|^2+\bar v_0^2)\}, \qquad /21/$$

где

$$\bar J_{\vec p} = (J^{\mu}+J^{\gamma}+K^{\mu}+K^{\gamma})_{\vec p},$$

$$\bar J_{\vec p}' = (J^{\mu}-J^{\gamma}+K^{\mu}-K^{\gamma})_{\vec p},$$

$$\tilde I_{\vec p} = (J^{\tau}+J^{\nu})_{\vec p}; \qquad \tilde I_{\vec p}' = (J^{\nu}-J^{\tau})_{\vec p}.$$

При оценке /21/ Герберт [2] делает два предположения. 1/. Заселены лишь уровни с малыми значениями квазиимпульса $\vec{p}$. 2/. При оценке щели в спектре оптических магнонов

$$(\lambda_0^\tau)^2 = (\lambda_0^\nu)^2 = s^2(J_0^\tau - J_0^\mu)(J_0^\nu - J_0^\mu) -$$

$$- s^2 K_0^\mu (J_0^\nu + J_0^\tau \quad 2J_0^\mu) - s^2\{\frac{1}{4}(D_0^\tau)^2 - (K_0^\mu)^2\} =$$

$$= 4s^2(6J_4 - 3J_2)(J_1 + 3J_3 - 3J_2) + \qquad /22/$$

$$+ 2|K_0^\mu| s^2(6J_4 + J_1 + 3J_3 - 6J_2) - s^2\{\frac{1}{4}(D_0^\tau)^2 - (K_0^\mu)^2\}.$$

Герберт, основываясь на оценках Берто[17,18], предположил, что /см. работу[2] /:

$$6J_4 \approx J_1 + 3J_3 . \qquad /23/$$

Если равенство /23/ имеет место, то вклад обмена в λ_0^τ мал; при этом $\epsilon_0^\theta \ll 1$. Действительно:

$$\epsilon_0^\theta \approx \frac{\lambda_0^\tau}{\frac{1}{s}(J_0^\mu - \frac{1}{2}J_0^\tau - \frac{1}{2}J_0^\nu + K_0^\mu)} \ll 1 . \qquad /24/$$

Учтем теперь знакопеременность ряда /21/. Для этого разобьем зону Бриллюэна на два подмножества $\{\vec{p}\} = \{\vec{p}'\} + \{\vec{p}''\}$, так что $\bar{u}_{\vec{p}} = -|\bar{u}_{\vec{p}}|$ для $\vec{p} \in \{p'\}$; $\bar{u}_{\vec{p}} = |\bar{u}_{\vec{p}}|$ $\vec{p} \in \{\vec{p}''\}$:

$$\Delta_{2ex}^{00}\lambda_0^\tau \sim \frac{(J^\mu + J^\gamma)_0}{4N\epsilon_0^\theta} \sum_{\vec{p}} [1 + \frac{(J^\mu + J^\gamma)_{\vec{p}}}{(J^\mu + J^\gamma)_0}] \frac{\langle n_{\vec{p}}^0 \rangle}{\epsilon_{\vec{p}}^\theta} +$$

$$+ \frac{(J^\mu - J^\gamma)_0}{4N\epsilon_0^\theta} \sum_{\vec{p}'} [1 + \frac{(J^\mu - J^\gamma)_{\vec{p}'}}{(J^\mu - J^\gamma)_0} \sqrt{1 - (\epsilon_{\vec{p}'}^\theta)^2}\sqrt{1 - (\epsilon_0^\theta)^2}] \frac{\langle n_{\vec{p}'}^0 \rangle}{\epsilon_{\vec{p}'}^\theta} +$$

$$+ \frac{(J^\mu - J^\gamma)}{4N\epsilon_0^\theta} \sum_{\vec{p}''} [1 - \frac{(J^\mu - J^\gamma)_{p''}}{(J^\mu - J^\gamma)_0} \sqrt{1 - (\epsilon_{\vec{p}''}^\theta)^2}\sqrt{1 - (\epsilon_0^\theta)^2}] \frac{\langle n_{\vec{p}''}^0 \rangle}{\epsilon_{\vec{p}''}^\theta} +$$

$$+ \frac{(J^\nu - J^\tau)_0}{4N\epsilon_0^\theta} \sum_{\vec{p}'} [\sqrt{1 - (\epsilon_0^\theta)^2} + \frac{(J^\nu - J^\tau)_{\vec{p}'}}{(J^\nu - J^\tau)_0} \sqrt{1 - (\epsilon_{p'}^\theta)^2}] \frac{\langle n_{\vec{p}'}^0 \rangle}{\epsilon_{\vec{p}'}^\theta} +$$

$$+ \frac{(J^\nu - J^\tau)_0}{4N\epsilon_0^\theta} \sum_{\vec{p}''} [\sqrt{1 - (\epsilon_0^\theta)^2} - \frac{(J^\nu - J^\tau)_{\vec{p}''}}{(J^\nu - J^\tau)_0} \sqrt{1 - (\epsilon_{\vec{p}''}^\theta)^2}] \frac{\langle n_{\vec{p}''}^0 \rangle}{\epsilon_{\vec{p}''}^\theta} -$$

$$- \frac{(J^\tau + J^\nu)_0}{4N\epsilon_0^\theta} \sum_{p} [1 + \frac{(J^\tau + J^\nu)_{\vec{p}}}{(J^\tau + J^\nu)_0}] \frac{\langle n_{\vec{p}}^0 \rangle}{\epsilon_{\vec{p}}^\theta} . \qquad /25/$$

Суммируя в /25/ при условии $\vec{p} \to 0$, где $\vec{p} \in \{\vec{p}'\}$, получим, что $\Delta_2^{00}\lambda_0^\tau$ совпадает с результатом Герберта[2] . При этом Герберт считает, что с ростом температуры и заселенности уровней $\langle n_{\vec{p}}^0 \rangle$ поправка $\Delta_2^{00}\lambda_0^\tau$ расходится из-за наличия большого параметра $1/\epsilon_0^\theta$.

5. Таким образом, предположение Герберта о возможности расходимости поправки за счет четырехмагнонного рассеяния основывается на достаточно проблематичных оценках Берто /23/, которые, как показано в работе Самуэльсена и Ширане[19], по крайней мере в экспериментах по неупругому рассеянию нейтронов в гематите, не выполняются. На основании их оценок нами было показано в предыдущей работе[5], что $\lambda_0^\tau \approx 500$ *K*; это доказывает значительность вклада обменного члена в энергетическую щель. Кроме того, оценки Герберта[3] основаны на предположении о том, что производная спектра положительна, в то время как в экспериментах Самуэльсена и Ширане была обнаружена отрицательность производной кривой дисперсии. Поэтому, хотя способ оценки поправки к спектру свободных оптических волн, примененный Гербертом[1,2] , является допустимым, тем не менее следствия из него ни в коей мере нельзя считать полностью применимыми к реальной ситуации в гематите. Следует также подчеркнуть, что сама возможность возникновения расходящейся поправки типа /25/ связана с использованием перехода к псевдоспиновому базису /2/. Такой переход использовался И.Е.Дзялошинским /6/, построившим феноменологическую теорию фазового перехода Морина, но для средних значений магнитных моментов.

Правомерность использования преобразования /2/ для спиновых операторов, которое является неунитарным преобразованием, Гербертом /1/ обоснована недостаточно.

В работах /3,18/ исследовался первоначальный тензорный спиновый гамильтониан Герберта без перехода к псевдоспиновому базису. Поправка к спектру свободных спиновых волн вычислялась при этом в рамках модифицированного приближения случайных фаз и было показано, что расходящейся поправки в спектре оптических магнонов не возникает. Однако и это рассмотрение опирается на целый ряд очень специальных предположений и не является достоверным.

Развитая нами теория и проделанные оценки, которые стали возможны благодаря экспериментам Самуэльсена и Ширане /19/ показывают, что возможность размягчения оптической моды существует. Более точный анализ этой проблемы в рамках метода двухвременных температурных функций Грина без перехода к псевдоспинам мы надеемся провести в дальнейшем.

В заключение выражаем благодарность Г.К.Чепурных, А.Холасу, Н.М.Плакиде, А.Павликовскому и В.В.Нитцу за полезные обсуждения.

Литература

1. D.C.Herbert. J.Phys., C2, 1608, 1614, 1969.
2. D.C.Herbert. J.Phys., C3, 891, 1970.
3. O.Nagai, N.L.Bonavito, T.Tanaka. J.Phys., C5, 1226, 1972.
4. Е.А.Ткаченко, А.Л.Куземский. ФТТ, 16, 3082, 1974.
5. А.Л.Куземский, В.Ю.Юшанхай. ОИЯИ, Р17-9932, Дубна, 1976.
6. И.Е.Дзялошинский. ЖЭТФ, 32, 1547, 1957.
7. А.С.Боровик-Романов. Антиферромагнетизм и ферриты. Итоги науки, вып. 4, Изд. АН СССР, М., 1962.
8. С.В.Вонсовский. Магнетизм, Наука, М., 1971.
9. Г.К.Чепурных. ФТТ, 15, 3125, 1973; 17, 2335, 1975.
10. Ю.М.Колесников, А.А.Нерсесян, Г.А.Харадзе. ФТТ, 17, 715, 1975.
11. А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. Спиновые волны, Наука, М., 1967.
12. А.Л.Куземский, Т.Пашкевич. Acta Phys. Pol., A40, 205, 1971.
13. А.Л.Куземский, И.Л.Бухбиндер. Acta Phys. Pol., A44, 289, 303, 1973.
14. А.Н.Анисимов, А.Г.Гуревич. ФТТ,18, 38, 1976.
15. Н.Н.Боголюбов, С.В.Тябликов. ДАН СССР, 126, 53, 1959.
16. С.В.Тябликов. Методы квантовой теории магнетизма. М., Наука, 1975.
17. E.F.Bertaut. Proc.Int.Conf. Magnetism Nottingham, p.516, London, 1964.
18. N.L.Bonavito. Thermodynamic Properties of Alpha Haematite. A Dissertation. The Catholic University of America Press, Washington, 1970.
19. E.J.Samuelsen, G. Shirane. phys.stat.sol., 42, 241, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел 2 июля 1976 года.