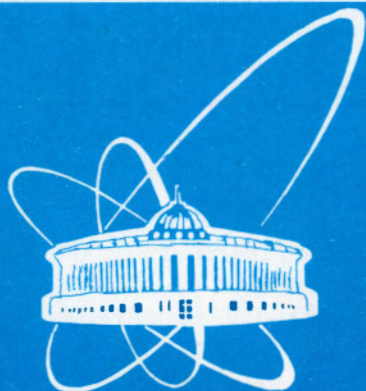


99-160



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

99-160

P17-99-160

П.Н.Боголюбов, П.С.Исаев

50 ЛЕТ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ
СВЕРХТЕКУЧЕСТИ (1947 г.).

40 ЛЕТ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ
СВЕРХПРОВОДИМОСТИ (1957 г.)

1999

1. ВВЕДЕНИЕ

Есть два удивительных физических явления, открытых с разницей почти в 30 лет, но природа которых оказалась настолько близкой, что они могут быть названы одним и тем же словом — сверхтекучесть: это — сверхпроводимость, открытая голландским физиком Х.Камерлингом-Оннесом в 1911 году, и сверхтекучесть, открытая русским физиком П.Л.Капицей в 1938 году. Полное понимание этих явлений наступило после публикации выдающихся работ нашего гениального современника академика Николая Николаевича Боголюбова.

Полвека назад в журнале "Известия АН СССР" (серия физическая, 1947 год, том 11, выпуск N.1 (январь-февраль)) появилась статья Н.Н.Боголюбова "К теории сверхтекучести", в которой было дано блестящее по глубине анализа объяснение явления сверхтекучести на микроскопическом уровне.

А спустя 10 лет, в октябре 1957 года, в препринте Р-94 Объединенного института ядерных исследований (Лаборатория теоретической физики) под названием "О новом методе в теории сверхпроводимости" было дано микроскопическое обоснование явления сверхпроводимости. В первых же строчках этого препринта Н.Н.Боголюбов написал: "В настоящей статье мы покажем, что путем развития метода, предлагавшегося нами ранее для теории сверхтекучести, можно дать последовательную теорию сверхпроводимости...". 15 ноября 1957 года состоялось заседание Ученого совета ЛТФ, на котором специально была отмечена выдающаяся работа академика Боголюбова по созданию микроскопической теории сверхпроводимости.

На третьей сессии Ученого совета ОИЯИ (20-25 ноября 1957 года), на третий день заседаний, в пятницу, 22 ноября 1957 года Н.Н. Боголюбов сделал доклад "О новом методе в теории сверхпроводимости". Блестящая работа Н.Н. Боголюбова произвела сильное впечатление на членов Совета.

Через год в "Вестнике Академии наук СССР" (1958 г., т. 28, вып. 4) Николай Николаевич публикует статью "Вопросы теории сверхтекучести бозе- и ферми-систем". В заголовке объединяются оба явления в одно — сверхтекучесть. Сверхпроводимость — это явление, связанное с поведением коллектива частиц с полуцелым значением спина $= 1/2$, т.е. с поведением ферми-систем, а сверхтекучесть — явление, связанное с поведением коллектива частиц с

целым значением спина ($= 0, 1$), т.е. с поведением бозе-систем. Отсюда объединение обоих явлений в одно в заголовке статьи Н.Н.Боголюбова "Вопросы сверхтекучести бозе- и ферми-систем".

Давно было известно, что с понижением температуры электрическое сопротивление металлов уменьшается. Но никто не знал, каким оно будет при понижении температуры до абсолютного нуля, т.е. до температуры $-273,15^\circ$ по Цельсию ($^\circ\text{C}$) или до 0° по температурной шкале Кельвина (K). (Соотношение между этими шкалами можно записать в виде формулы $T_K = T + 273,15 \text{ K}$. В 1908 году Камерлинг-Оннесу удалось получить в Лейденском университете очень низкую температуру $\sim 1 \text{ K}$. (Сегодня достигнуты весьма низкие температуры, отличающиеся от абсолютного нуля лишь на миллионные доли градуса). И, естественно, одним из первых экспериментов был эксперимент по определению сопротивления проводников при низких температурах. Как и ожидалось, электрическое сопротивление уменьшалось с понижением температуры. Но вскоре (в 1911 г.) Камерлинг-Оннес обнаружил, что сопротивление ртути вместо постепенного уменьшения неожиданно, при температуре 4,15 K и ниже, резко падало до нуля. Этот год стал годом открытия сверхпроводимости. Опытным путем установлено, что сопротивление металлов в сверхпроводящем состоянии падает до фантастически малых величин $\leq 10^{-23} \text{ Ом/см}$. Электрический ток в проводниках, не испытывая сопротивления, держится в течение длительного времени. Например, сверхпроводящее кольцо с наведенным током сохранялось более двух с половиной лет при температуре ниже критической (Коллинз). Для сравнения укажем, что сопротивление наиболее чистых образцов меди при низких температурах равно $\sim 10^{-9} \text{ Ом/см}$.

Несколько позднее Камерлинг-Оннес установил, что электрическое сопротивление ртути в сверхпроводящем состоянии можно восстановить в достаточно сильном магнитном поле, которое называется критическим полем. Экспериментальные исследования, проведенные после 1911 года, обогатили явление многими фактами зависимости сверхпроводимости от свойств проводников, от влияния магнитного и электрического полей и их частотности и т.д. В этой краткой статье мы не в состоянии перечислить все обнаруженные факты. Сверхпроводимость из чисто лабораторного явления в наше время активно внедряется в промышленные технологии, например, создаются сверхпроводящие магниты для ускорителей. Но мы на этом останавливаться не станем.

Похожее по своей физической сущности явление было обнаружено Петром Леонидовичем Капицей в поведении жидкого гелия при низких температурах. При $T \leq 2,17 \text{ K}$ жидкий гелий ^4He становится сверхтекучим (он получил название He II, в отличие от несверхтекучего He I). He II, как выяснилось в результате исследований, состоит из двух взаимопроникающих компонент: сверхтекучей и нормальной. Сверхтекучая компонента совершенно

лишена вязкости, свободно протекает через узкие щели и капилляры. Как известно, вязкость возникает в результате взаимодействия молекул жидкости между собой и со стенками сосуда. Отсутствие вязкости может означать, что молекулы жидкости представляют собою "идеальный газ" невзаимодействующих молекул, находящийся в состоянии "конденсации" (ниже мы поясним этот термин). Отсутствие вязкости сверхтекучей компоненты He II есть своего рода отсутствие "сопротивления" текучести гелия, что делает поведение "текучей" компоненты при низких температурах похожим на электронную сверхпроводимость ртути, о чем мы говорили выше. Это сегодня, когда стали известны результаты теоретических работ Н.Н.Боголюбова, мы видим тождественность в поведении бозе- и ферми-систем при низких температурах. Но в 1938 году, после открытия П.Л.Капицей явления сверхтекучести ^4He , это было далеко не очевидным.

При приближении к абсолютному нулю движение атомов в любом теле замедляется и сводится к малым колебаниям около некоторого положения равновесия. Таким образом, любое тело должно затвердевать. Гелий оказался единственной жидкостью, которая не успевает "замерзнуть", превратиться в твердое тело — даже при очень низких температурах он остается жидкостью с ярко выраженными квантовыми свойствами. Де-Бройлевская длина волны атомов гелия ($\lambda = \frac{h}{m_{\text{He}} v}$) при температуре $\sim 1 - 2 \text{ K}$ сравнима с межмолекулярным расстоянием ($\lambda \sim 10^{-8}$). А это и означает, что He II должен быть квантовым объектом и представляет собою не обычную классическую жидкость, а квантовую, и глубинную суть сверхтекучести можно понять лишь в рамках микроскопической теории.

2. ТЕОРИЯ СВЕРХТЕКУЧЕСТИ

"Хотя явление сверхтекучести гелия было открыто много позже явления сверхпроводимости, оно оказалось понятым значительно раньше, очевидно, благодаря специфическим особенностям статистики Бозе. Так, микроскопическая теория явления сверхтекучести бозе-систем была разработана автором настоящей статьи исходя из модели бозе-газа со слабым взаимодействием" — писал Н.Н.Боголюбов в своей вышеупомянутой статье, опубликованной в "Вестнике Академии наук СССР" (1958). Из кинетической теории газов известно, что для идеального однородного газа температура и скорость молекул газа связаны соотношением $\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{3}kT$, где m — масса частицы газа, v — скорость частицы, T — температура в градусах Кельвина, k — постоянная Больцмана $\sim 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Джоуль/Кельвин}$. Если температура газа T стремится к нулю, то, как мы уже говорили выше, движение молекул газа замедляется и при абсолютном нуле все молекулы газа останавливаются, "конденсируются", образуют "конденсат" (названо по аналогии с конденсацией паров воды в воду). Правда, в квантовой теории поля утверждается, что

даже при нулевой температуре есть "нулевые колебания" частиц, но нам это сейчас не нужно. Конденсат гелия при 0 К представлял бы собой идеальный бозе-эйнштейновский газ. "Идеальным" газом называется газ, в котором отсутствует взаимодействие между частицами. "Идеальной" жидкостью называется жидкость, в которой отсутствует взаимодействие между молекулами жидкости, нет вязкости, нет теплопроводности. Н.Н.Боголюбов показал, что в случае, если конденсат есть идеальный бозе-газ с невзаимодействующими частицами, он не может обладать свойством сверхтекучести.

Действительно, предположим, что весь газ движется с некоторой скоростью U и все его частицы, следовательно, будут двигаться с той же скоростью. Ничто не препятствует этим частицам замедляться из-за соударений со стенками сосуда или частицами примеси и выпадать из конденсата. Если какая-либо частица после соударения потеряет скорость, то из конденсата с полной энергией $1/2 N m u^2$ где N — число частиц, m — их масса, эта частица выпадает и энергия конденсата станет равной $1/2 (N - 1) m u^2 + 1/2 m V^2$, где V — скорость частицы после соударения. В процессе соударения скорость частицы уменьшается ($V < u$) и конденсат начнет замедляться. Процесс замедления движения энергетически выгоден, и идеальный бозе-газ начнет останавливаться, свойство текучести будет теряться. Это будет происходить вследствие свойства идеальности газа, так как частицы идеального газа не "чувствуют" друг друга, не взаимодействуют друг с другом, конденсат никак не реагирует на выпадение частицы из коллектива, на его замедление.

"Таким образом, для объяснения явления сверхтекучести необходимо учитывать взаимодействие между частицами и поэтому рассматривать неидеальные бозе-системы" — говорил Н.Н.Боголюбов в своем докладе на общем собрании Академии наук СССР 20 июня 1958 года.

Явление сверхтекучести жидкого гелия привлекло внимание многих теоретиков, и появилось большое число теоретических работ по его объяснению. Феноменологическая, или макроскопическая теория сверхтекучести He II была предложена в 1938 году Ласло Тисса и существенно улучшена Львом Давидовичем Ландау в 1941 году. Она называлась двухкомпонентной. "В теории Тисса жидкий гелий ниже температуры фазового перехода рассматривался как совокупность сверхтекучей и нормальной компонент, каждая из которых может двигаться со своей скоростью. В соответствии с этим уравнения гидродинамики составлялись как уравнения гидродинамики двух жидкостей. В теории Ландау было обращено внимание на то, что движение сверхтекучей компоненты отличается от движения нормальной не только отсутствием вязкости, но и тем, что оно обязательно потенциально. Таким образом, были получены несколько иные гидродинамические уравнения. Гидродинамические уравнения Ландау и Тисса приводили к разным зависимостям скорости так называемого второго звука от температуры. Блестящие экспериментальные исследования В.П.Пешкова подтвердили правильность уравнений

Ландау", — говорил Н.Н.Боголюбов в своем докладе на общем собрании АН СССР 20 июня 1958 года.

Потенциальный характер движения He II, упомянутый выше Н.Н. Боголюбовым, означает безвихревое движение жидкости. В том же докладе Николай Николаевич подчеркнул различие между макроскопическим (или феноменологическим) и микроскопическим подходами к построению теории сверхтекучести: "... Задачей макроскопической теории является, как известно, получение уравнений типа классических уравнений математической физики, которые отражали бы всю совокупность экспериментальных фактов, относящихся к макроскопическим объектам. Эти уравнения выводятся на основе ряда предположений, своего рода аксиом, устанавливающих связи между различными макроскопическими величинами.

В микроскопической же теории ставится более глубокая задача, заключающаяся в том, чтобы понять внутренний механизм явления, исходя из законов квантовой механики. Для построения микроскопической теории необходимо рассмотреть подходящую динамическую систему, характеризующую определенным гамильтонианом, и с помощью анализа соответствующих уравнений квантовой механики установить основные свойства изучаемого явления. При этом, в частности, надлежит установить также те связи между динамическими величинами, из которых вытекают уравнения макроскопической теории ...".

Феноменологическая теория сверхтекучести He II, предложенная Л.Д. Ландау, строилась на основе ряда предположений. Сделаем несколько отступлений.

Рассмотрим кристалл при очень низких температурах. "Замороженные" атомы решетки кристалла будут колебаться вблизи положения равновесия, так что собственная энергия кристалла будет суммой энергий квантовых осцилляторов. В теории кристаллов квантовые осцилляторы ассоциируются с так называемыми фононами. Энергия фонона равна $\hbar\omega$, где ω — частота колебаний, \hbar — постоянная Планка деления на 2π ($\hbar/2\pi$). Распространение колебаний в кристалле рассматривается как распространение звуковых волн — фононов, а самим фононам приписывается статус квазичастиц, обладающих энергией \mathcal{E} , импульсом p и массой m , соотношение между которыми не всегда представляется в виде классического выражения кинетической энергии $mv^2/2$ и импульса mv , где v обозначает "звуковую" скорость распространения фонона. Каждая частица в кристалле имеет три пространственных степени свободы, число частиц в 1 см^3 составляет, примерно, $10^{22} - 10^{23}$. Т.о., число простейших колебаний в кристалле равно $3 \cdot 10^{22} - 3 \cdot 10^{23}$. Эти колебания существуют одновременно и независимо, каждое из них происходит так, как если бы других колебаний не было.

He II не кристалл, а жидкость. Но и к жидкости применимы представления о фононах. Элементарные (простейшие) возбуждения в He II также называются фононами (или квазичастицами).

Л.Д.Ландау предположил, что энергия \mathcal{E} звуковых квантов (фононов) является линейной функцией импульса p , т.е. $\mathcal{E}(p) = c \cdot p$, где c — скорость звука. Однако для объяснения сверхтекучести, ее температурной зависимости, теплоемкости, зависимости от скорости потока сверхтекучей жидкости одних фононов было недостаточно, и Л.Д.Ландау предположил еще существование так называемых ротонов, энергия \mathcal{E} которых выражается через импульс ротонов p в виде $\mathcal{E} = \Delta + \frac{(p-p_0)^2}{2}$, где Δ — некоторая константа, равная минимальному значению энергии \mathcal{E}_{\min} (при $p = p_0$), p_0 — подгоночный параметр теории. Аналитическая зависимость выражения $\mathcal{E}(p)$ от импульса p для ротонов имеет приведенную зависимость лишь вблизи \mathcal{E}_{\min} . Физическая картина явления сверхтекучести по теории Л.Д.Ландау представлялась в следующем виде. При температуре абсолютного нуля гелий находится в основном состоянии — состоянии "конденсата". С увеличением температуры в нем возникают колебания молекул — возбуждения (или фононы) с энергиями $\mathcal{E} = c \cdot p$, и пока их число невелико, фононы могут рассматриваться как идеальный газ. Уже в самом начале в теории Ландау остается невыясненным вопрос: почему энергетическая зависимость уровня элементарного возбуждения должна иметь вид $\mathcal{E} = c \cdot p$? С дальнейшим ростом температуры увеличивается число фононов, и при некоторой критической температуре T_λ жидкость перестает быть сверхтекучей. По теории Ландау жидкость перестает быть сверхтекучей и в том случае, когда ее скорость превышает некоторое критическое значение, при которой начинается образование вышеупомянутых ротонов, что ведет к торможению потока жидкости. Итак, для сверхтекучести необходимо, чтобы скорость движения He II во всяком случае была меньше некоторой критической $v_{kp} = \frac{\min \mathcal{E}(p)}{p} \neq 0$. Решающую роль в объяснении явления сверхпроводимости имеет энергетическая зависимость элементарных возбуждений (фононов или квазичастиц) от импульса (см. ниже рис. 1). Наличие минимума в этой зависимости энергии фонона от импульса ведет к тому, что замедление движения квазичастиц в определенной области скоростей $0 < V < V_{kp}$ становится энергетически невыгодным. Энергетически невыгодным становится также рождение возбуждений в этой области скоростей. Жидкость в этой области течет без потери энергии, не замедляется, становится сверхтекучей. К сожалению, значение критической скорости по теории Ландау намного превосходит экспериментально наблюдаемые значения.

Для построения микроскопической теории сверхпроводимости "... необходимо было бы рассматривать жидкий гелий как совокупность взаимодействующих атомов и на основании решения квантово-механической проблемы многих взаимодействующих тел установить соответствующую структуру энергетических уровней ..." (Н.Н.Боголюбов. "Лекции по квантовой статистике", избранные труды, изд-во "Наукова думка", 1970, том II, стр. 371). Нико-

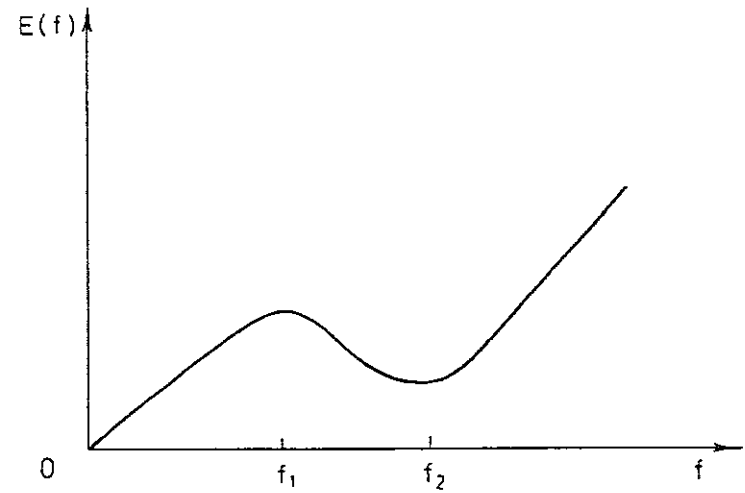


Рис. 1. Энергетическая зависимость квазичастиц от импульса

лай Николаевич построил модель неидеального бозе-эйнштейновского газа со слабым взаимодействием между частицами и, проведя последовательное и строгое математическое решение системы уравнений этой модели, нашел выражение $\mathcal{E}(p)$ для спектра возбужденных состояний He II:

$$\mathcal{E}(p) = \sqrt{2T(p) \frac{N}{V} \nu(p) + T^2(p)} = \sqrt{\frac{|p|^2 \nu(p)}{m\nu} + \frac{|p|^4}{4m^2}},$$

где p — импульс частицы (квазичастицы), $T(p)$ — кинетическая энергия частицы, V — объем всей системы, $v = V/N$ — элементарный объем на одну частицу, N — число частиц во всей системе, m — масса фонона, $\nu(p)$ — компонента фурье-разложения функции потенциального взаимодействия пары молекул гелия, $\nu(0) > 0$. Значение $\nu(p) > 0$ обеспечивает вещественное значение корней $\mathcal{E}(p)$. Если условиться приписывать квадратному корню только положительные значения корня и рассмотреть две возможности:

- 1) очень малых импульсов p и
- 2) очень больших импульсов p , то получим приближенные значения спектра возбужденных состояний:

- 1) в случае малых p : $\mathcal{E}(p) = C|p|(1 + \dots)$,

- 2) в случае больших p : $\mathcal{E}(p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{v}\nu(p) + \dots$

где C — скорость звука в гелии.

Так как $\nu(p)$ при увеличении p стремится к нулю, то при больших импульсах p значение $\mathcal{E}(p)$ приближается к кинетической энергии одной молекулы $\mathcal{E}(p) = p^2/2m$.

Полное число квазичастиц (фононов) не сохраняется, они могут возникать и уничтожаться. В состоянии статистического равновесия средние числа заполнения \bar{n}_p (среднее число частиц с импульсом p) определяются формулой

$$\bar{n}_p = [\exp(\frac{\mathcal{E}(p) - p \cdot u}{\theta} - 1)]^{-1},$$

где u — некоторый произвольный вектор. Так как \bar{n}_p должно быть положительным числом, то для всех $p \neq 0$ должно выполняться неравенство

$$\mathcal{E}(p) - p \cdot u > 0,$$

из которого следует, что значение $\mathcal{E}(p)$ должно быть больше произведения модулей u и p : $\mathcal{E}(p) > |p| \cdot |u|$, или, иначе,

$$|u| < \min \mathcal{E}(p) / p,$$

Таким образом, условие сохранения сверхтекучести гелия по Ландау

$$v_{kp} = \frac{\min \mathcal{E}(p)}{p} \neq 0$$

у Н.Н.Боголюбова вытекает как следствие микроскопической теории. Выражение для \bar{n}_p дает такое распределение импульсов в газе квазичастиц, при которых газ как целое движется со скоростью u . Теоретическое рассмотрение проводилось в координатной системе, в которой конденсат, т.е. совокупность молекул гелия, в основном состоянии покоится. Если же, наоборот, перейти к координатной системе, в которой газ квазичастиц как целое покоится, то конденсат двигался бы со скоростью u . "...Поскольку это относительное движение происходит стационарно в состоянии статистического равновесия при отсутствии внешних сил, мы видим, что оно не сопровождается трением и представляет собой, следовательно, свойство сверхтекучести" (Н.Н.Боголюбов. Из статьи "К теории сверхтекучести", см. "Известия АН СССР", серия физическая, т. 11, N. 1, стр. 77-90). Первый раздел этой цитируемой статьи Н.Н. Боголюбов заключает словами: "... квазичастица при малых импульсах представляет собой не что иное, как фонон. При увеличении импульса, когда кинетическая энергия $T(p)$ становится большой по сравнению с энергией связи молекулы, энергия квазичастицы непрерывно переходит в индивидуальную энергию молекулы $T(p)$. Таким образом, ни о каком разделении квазичастиц на два различных сорта — фононы и ротонны — не может быть речи".

Метод решения системы уравнений для слабовзаимодействующей бозе-системы, примененный Н.Н.Боголюбовым при рассмотрении явления сверхтекучести He II, содержал одно исключительно важное математическое пре-

образование — выделение из гамильтониана взаимодействия некоторой специальной квадратичной части (по операторам рождения и уничтожения бозе-квазичастиц) с помощью канонического преобразования, названного впоследствии именем Боголюбова. Преобразование приводило к исключению из основного состояния системы тех состояний, которые соответствовали виртуальному рождению из вакуума пары части с равными и противоположно направленными импульсами, после чего можно было пользоваться методом теории возмущений для решений новой системы уравнений. Это каноническое преобразование спустя десять лет было использовано Николаем Николаевичем при создании теории сверхпроводимости, о чем мы будем говорить ниже.

Графическое изображение боголюбовского спектра $\mathcal{E}(p)$ при некоторых предположениях о зависимости $\nu(p)$ от p имеет вид — см. рис. 1. В области $0 \leq p \leq p_1$ энергетическая зависимость спектра фононов от импульса p линейная $\mathcal{E}(p) = C \cdot p$. У кривой, изображенной на рис. 1, есть относительный минимум в точке p_2 (это — точка $\mathcal{E}_{\min} = \Delta$ у Л.Д.Ландау). Минимум $\mathcal{E}(p)$ означает, что при этом значении импульса замедление частиц в потоке сверхтекучей жидкости энергетически невыгодно, так как при любом значении p из интервала $p_1 < p < p_2$ энергия квазичастиц $\mathcal{E}(p)$ больше $\mathcal{E}(p_2)$. Т.о., система обладает свойством сверхтекучести. В случае идеального газа $\mathcal{E}(p) = \frac{p^2}{2m}$, $\min \mathcal{E}(p) / |p| = \frac{p^2}{2m} \rightarrow 0$ при $p \rightarrow 0$ и сверхтекучести не было бы... С физической точки зрения появление этого свойства (сверхтекучести) в системе бозе-частиц со взаимодействием рассматриваемого типа обусловлено тем, что в таких системах конденсат образует связанный коллектив, реагирующий на выпадение из него частиц повышением энергии" (Н.Н.Боголюбов. Из доклада на Общем собрании АН СССР 20 июня 1958 г.).

В октябре 1946 года Н.Н.Боголюбов доложил свою работу по теории сверхтекучести гелия на Общем собрании отделения физико-математических наук АН СССР.

"... К этому моменту Дау (Л.Д.Ландау) уже около пяти лет был классиком сверхтекучести, автором известной полуфеноменологической теории, использующей представления о введенных им квантах особых коллективных возбуждений вихревого характера — ротонах ... — пишет в своих воспоминаниях о Н.Н.Боголюбове академик Д.В.Ширков. — ... По воспоминаниям участников Общего собрания, Дау резко критиковал докладчика. Однако он быстро переварил и оценил услышанное, так как всего лишь две-три недели спустя направил в печать статью [5], где *ad hoc* была предложена кривая с перегибом для спектра возбуждений (см. рис. 1 в нашей статье — П.Н.Б. и П.С.И.) и, в частности, было сказано: "... Для такого спектра, разумеется, нельзя говорить о фононах и ротонах, как о строго различных типах элементарных возбуждений". Феноменологическая кривая Ландау вытекает из

формулы Н.Н. при некотором предположении о характере взаимодействия между атомами гелия-II. Однако какой-либо ссылки на Н.Н. в публикации Ландау не содержится” *.

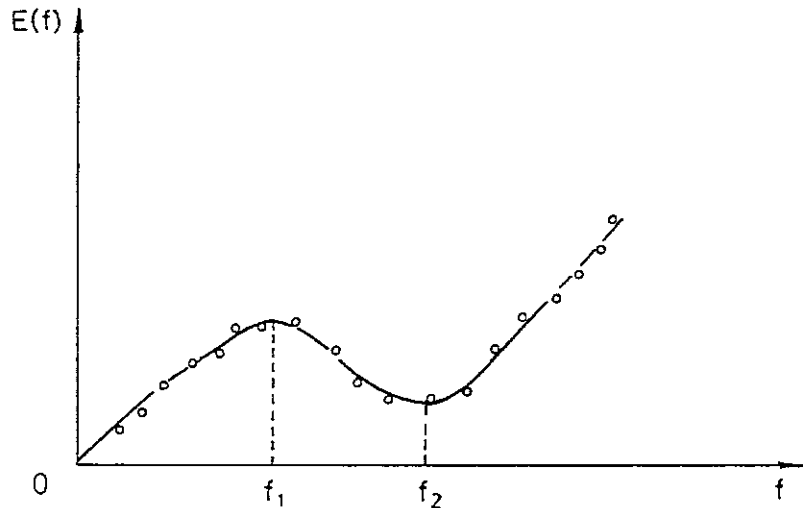


Рис. 2. Энергетическая зависимость элементарных возбуждений (квазичастиц) $E(f)$ от импульса f . Кружочками отмечены экспериментальные точки.

Вид зависимости энергетического спектра квазичастиц от их импульса был проверен в опытах по рассеянию монохроматического пучка нейтронов в He II. Этот процесс рассеяния можно представить как столкновение нейтронов с квазичастицами. Зная начальную энергию монохроматического пучка и изменяя энергию нейтронов после рассеяния под разными углами можно рассчитать энергию и импульс квазичастиц. На рис. 2 приведены экспериментальные данные по измерению энергетического спектра элементарных возбуждений **. Поведение экспериментальной кривой $E(p)$ отлично согласуется с предсказаниями формулы Н.Н.Боголюбова и феноменологической кривой Л.Д.Ландау (см. рис. 1), о которой писал Д.В.Ширков.

* См. сборник статей под названием "Николай Николаевич Боголюбов. Математик, механик, физик", Дубна, 1994 г., стр. 194-195. Академик Д.В.Ширков был близким сотрудником Н.Н.Боголюбова практически с 1950 г. и впоследствии стал соавтором научных статей и монографий.

** См. статью Д.В.Кукина "Сверхтекучесть" в книге "Физика микромира. Маленькая энциклопедия" (стр. 361-361). Гл. редактор Д.В.Ширков. Изд-во "Советская энциклопедия", Москва, 1980.

3. ТЕОРИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

"Наиболее серьезному испытанию самолюбие Дау подверглось в 1957 году при внезапном вторжении Н.Н. в теорию сверхпроводимости, — продолжает в своих вышеупомянутых воспоминаниях о Н.Н.Боголюбова академик Д.В.Ширков — феномен сверхпроводимости, открытый в 1911 году, с конца 20-х годов являлся болезненным вызовом ведущим теоретикам. Было ясно, что сверхпроводимость представляет собой макроскопическое проявление законов квантовой механики. Она интенсивно изучалась экспериментаторами, однако ключ теоретического понимания не давался в руки. Дау работал в этой области с середины 30-х годов и вместе с В.Гинзбургом построил феноменологическую теорию сверхпроводимости.

Запускающим импульсом для Николая Николаевича явилось появление заметки Купера, в которой было предположено, что основой феномена является корреляция электронных пар, обязанная взаимодействию с ионным остовом, и приведено выражение для энергетической щели со специфической зависимостью $\exp(-\frac{1}{g})$ от константы g электрон-фононного взаимодействия. Н.Н. сразу увидел аналогию с феноменом парной корреляции бозонного типа, открытым им при создании теории сверхтекучести. Взяв за основу гамильтониан электрон-фононного взаимодействия (гамильтониан Фрелиха) и переформулировав свое (u, v) -преобразование на случай фермионов, он проанализировал условие компенсации возможных сингулярностей в окрестности поверхности Ферми и получил выражение типа формулы Купера.

В период, когда Н.Н. закончил исследование и начал выступать на семинарах, стало известно о появлении на западе объемного препринта Бардина, Купера и Шриффера. Однако до Москвы этот препринт не дошел. Как помнится, Дау быстро оценил работу Боголюбова. Было даже объявлено об образовании совместного семинара по теории сверхпроводимости. На первом заседании, после доклада Н.Н., Дау сказал:

— Николай Николаевич, я не знаю, что там содержит работа Бардина и других, но думаю, что такого красивого и убедительного результата у них нет..

Слова Дау оказались пророческими ...". *

История создания теории сверхпроводимости более богата содержанием, чем теория сверхтекучести. Она в своем развитии прошла через двухжидкостную модель Гортера-Казимира (1934 г.), уравнения Ф. и Г.Лондонов (1935 г.), нелокальную теорию Пиппарда (1950-1953 гг.), феноменологическую теорию Гинзбурга-Ландау (1950) и, наконец, через само создание микроскопической

* См. примечание¹ (из воспоминаний академика Д.В.Ширкова, стр. 195-196).

теории, включающей работы Фрелиха (1950), Бардина (1950), Купера (1956) и основную работу Бардина, Купера, Шриффера (1957).

Каковы экспериментальные факты явления сверхпроводимости? Перечислим ряд наиболее известных:

1. Существует некоторая критическая температура T_c (для разных веществ и чистых элементов разная), ниже которой наступает явление сверхпроводимости. Величина критической температуры для большинства веществ колеблется, в основном, в пределах $0,5 \text{ K} \leq T_c \leq 10 \text{ K}$.
2. Существует критическое магнитное поле H_c , которое разрушает сверхпроводимость, если поместить сверхпроводник во внешнее магнитное поле. Так, например, для ниобия $H_c \sim 1950 \text{ Гс}$, для алюминия $H_c \sim 100 \text{ Гс}$.
3. Магнитный поток вытесняется из внутренней области сверхпроводника (эффект Мейснера).
4. Теплоемкость в нормальном металле C_n складывается из теплоемкости электронов проводимости C_{ne} и теплоемкости решетки C_{ng} : $C_n = C_{ne} + C_{ng}$. Для сверхпроводника теплоемкость C_s также складывается из теплоемкости электронов проводимости C_{se} и теплоемкости решетки C_{sg} : $C_s = C_{se} + C_{sg}$. Предполагается, что теплоемкость решетки C_g мало меняется при переходе металла от нормального состояния к сверхпроводящему, т.е. $C_{ng} \sim C_{sg}$. Тогда разность $C_s - C_n \sim C_{es} - C_{en}$. Ее можно найти, т.к. C_{ne} можно измерить независимым путем. Оказалось, что

$$\frac{C_{es}}{C_{en}(T = T_c)} = A \exp\left(-\frac{B}{t}\right),$$

где $t = \frac{T}{T_c}$, а A и B — некоторые константы.

Такое поведение отношения теплоемкостей свидетельствует о наличии так называемой "щели" в энергетическом спектре электронов. Эта щель отделяет основное состояние от самого низшего возбужденного состояния. Число электронов, возбужденных над основным состоянием, изменяется экспоненциально с изменением температуры. Такая щель определяет термодинамические свойства всех сверхпроводников, и наличие этой щели является обязательным для всякой теории сверхпроводимости.

5. В сверхпроводящем состоянии нет теплового эффекта Томсона, суть которого состоит в выделении или поглощении теплоты в проводнике с

током, вдоль которого изменяется температура (помимо выделения джоулевой теплоты). Отсутствие эффекта Томсона означает, что в сверхпроводящем состоянии электроны, находящиеся в наименьшем состоянии, отделены по энергии от возбужденных состояний щелью размером $k_b T_c$, где k_b — постоянная Больцмана.

Экспериментально установлено, что величина щели для самых разных сверхпроводников мало меняется и колеблется в пределах $3 < k_b T_c < 4$.

6. Размер щели меняется с изменением температуры, и когда $t = \frac{T}{T_c} \rightarrow 1$, она стремится к нулю.

Характерная черта большого множества экспериментальных данных по сверхпроводимости состоит в некоем подобии сверхпроводящих свойств металлов, имеющих сильно различающиеся кристаллические и атомные характеристики. Приведем пример одной такой характеристики — это разность энергии между сверхпроводящей и нормальной фазами. Сверхпроводник может быть переведен из сверхпроводящего состояния в нормальное с помощью магнитного поля, критическое значение H_c которого при абсолютном нуле составляет сотни гауссов. Если величину $\frac{H_c^2}{8\pi}$ (энергия магнитного поля в единице объема) разделить на число атомов (все измеряется на единицу объема), то получим величину $\sim 10^{-8}$ эВ на атом, что кажется удивительно малой величиной по сравнению, например, с корреляционной энергией кулоновского взаимодействия электронов проводимости (~ 1 эВ). Резкий фазовый переход от нормального состояния проводника к сверхпроводящему соответствует высокой корреляции электронов, включающихся в состояние сверхпроводимости.

В 1950 году Е.Максвелл и С.Рейнольдс (независимо) установили, что критическая температура перехода изотопов ртути в сверхпроводящее состояние связана с массой изотопов M_I соотношением $T_c \sim \frac{\text{const}}{M_I^{1/2}}$. Этот эффект был назван изотопическим. Он указывал на то, что колеблющаяся кристаллическая решетка играет важную роль в явлении сверхпроводимости. Поскольку масса изотопа может влиять лишь на спектр фононов, то изотопический эффект настойчиво наводил на мысль, что сверхпроводимость довольно существенно зависит от взаимодействия электронов проводимости с решеткой, или, иначе, от взаимодействия электронов с фононами.

Мы уже упоминали фонон при описании явления сверхтекучести. Напомним краткую историю возникновения понятия фонона. Динамическая теория кристаллической решетки как совокупности связанных квантовых осцилляторов различных частот была построена голландским физиком П.Дебаем (1912), немецким физиком М.Борном и Т.Карманом (1913, США), а также австрийским физиком Э.Шредингером (1914) в форме, близкой к современной. Квантовые колебательные движения атомов кристаллической решетки

были названы фононами И.Е.Таммом в 1929 г. (см. "Физический энциклопедический словарь", 1983, стр. 735). Американский физик Блох объяснил причину возникновения электрического сопротивления тем, что движущиеся электроны, сталкиваясь с атомами решетки, отдают ей часть энергии и нагревают металл. Учитывая квантовый характер колебаний решетки, он представил взаимодействие электронов проводимости с решеткой как обмен фононами.

Изотопический эффект, наблюдаемый Максвеллом и Рейнольдсом в 1950 г., чуть раньше, но в том же году, был теоретически предсказан Фрелихом. Он показал, что два электрона могут взаимодействовать друг с другом путем обмена фононом и при этом может возникнуть слабое притяжение между ними, несмотря на кулоновское отталкивание, что может привести к энергетической щели. Обмен электронов фононами эквивалентен взаимодействию электронов с решеткой, что дало возможность Фрелиху предсказать изотопический эффект до его экспериментального открытия. "...Смелая идея Фрелиха, высказанная в 1950 году, как раз и состояла в том, что именно это взаимодействие, вообще весьма слабое, вызывающее сопротивление систематическому движению электронов, при известных условиях может приводить к появлению сверхпроводимости. Эта идея и была им математически оформлена с помощью представления вторичного квантования ...".

"... Новые важные идеи выдвинули Шафрот, Батлер и Блатт. Начиная с 1954 г. они систематически развивали представление о существенной роли парных корреляций электронов, об образовании своеобразных "квазимолекул", состоящих из двух электронов и поэтому подчиняющихся статистике Бозе...". В концепции Шафрота, Батлера и Блатта основным фактором, обуславливающим образование квазимолекул, является фрелиховское притяжение двух электронов в окрестности поверхности Ферми. "... Однако Шафрот, Батлер и Блатт не располагали надлежащим математическим аппаратом и не смогли построить сколько-нибудь убедительную схему ...". (Из Доклада Н.Н.Боголюбова на Общем собрании Академии наук СССР 20 июня 1958 г.).

Прервем здесь цитату из Н.Н.Боголюбова и поясним, что понимается под "поверхностью Ферми". Газ электронов проводимости при температуре абсолютного нуля конденсируется и объединяется в куперовские пары с равными и противоположно направленными спинами и импульсами $(p, -p)$. В соответствии с принципом Паули два тождественных электрона не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии. В квантовой механике утверждается, что все частицы одного и того же сорта тождественны. Тождественны и все электроны. Это приводит к тому, что каждая пара связанных электронов с импульсами p и $-p$ занимает какой-то свой энергетический уровень, начиная от нулевого и выше. Таким образом, конденсированный газ электронов заполняет снизу определенную энергетическую область, или, иначе, возникает некоторая энергетическая граница (поверхность в трехмер-

ном импульсном пространстве) $\mathcal{E}(p) = \mathcal{E}_p$, которая отделяет заполненную область от пустой. Эта поверхность называется поверхностью Ферми. Наибольшее число электронных пар располагается вблизи поверхности Ферми, так как эта часть имеет наибольший фазовый объем. Эти электроны (или "поверхность Ферми") и определяют большинство свойств металлов. Вследствие возбуждения один из электронов пары, расположенной внутри поверхности Ферми, может быть выбит за пределы поверхности. Тогда внутри поверхности сферы окажется свободное место, "дырка", которая, в принципе, может быть занята каким-либо другим электроном. Важно отметить, что вместе с удалением одиночного электрона из системы удаляется большое число пар электронов, которые стремились бы заполнить незаполненные состояния (с $\vec{K}, -\vec{K}$). Таким образом разность энергий между заполненным состоянием спаренной системы и состоянием с одним возбужденным электроном оказывается во много раз больше энергии связи одиночной пары, а теория сверхпроводимости, рассматривая всего лишь случай одиночного возбуждения, тем не менее правильно определяет величину энергетической щели. Нам нет необходимости входить в подробности этого механизма. Достаточно понимать, что подразумевается под поверхностью Ферми.

Продолжим прерванную выше цитату из доклада Н.Н. Боголюбова: "... Дальнейшее продвижение в развитии теории было достигнуто в работах: Купера и, далее, Бардина, Купера, Шриффера. Работа Купера появилась в 1956 году, краткая заметка Бардина, Купера, Шриффера была опубликована в апреле, подробная заметка — в декабре 1957 г....".

Бардин, Купер и Шриффер в процессе получения окончательного решения пришли, в результате ряда необоснованных упрощений математической схемы расчета, к выводам, в надежности которых возникали большие сомнения. "... Они установили, — продолжал в своем докладе Н.Н.Боголюбов, — что энергии возбужденных состояний отделены щелью от энергии основного состояния и что в их схеме получается свойство сверхпроводимости. Основные характеристики сверхпроводимости в их теории достаточно просто выражаются через два параметра ... и находятся в удовлетворительном качественном согласии с экспериментом ...".

"... Еще до того как в Москве стала известна подробная работа Бардина, Купера, Шриффера, в конце сентября 1957 г. мне удалось показать, что метод, разработанный нами для построения микроскопической теории сверхтекучести Бозе-систем, может быть обобщен и для последовательного построения сверхпроводимости на основе первоначальной модели Фрелиха. Соответствующие уравнения удалось решить, не прибегая к каким-либо необоснованным допущениям или предположениям ...".

Для построения микроскопической теории сверхпроводимости Николай Николаевич выбрал гамильтониан динамической системы в виде суммы эффективных энергий электронов, фононов и гамильтониана электронно-фонон-

ного взаимодействия. Трудности обычной теории возмущений здесь оказались трудностями такого же типа, как и в случае бозе-систем в теории сверхтекучести. Метод канонических преобразований, получивших в мировой научной литературе название "канонических преобразований Боголюбова", использованных Н.Н.Боголюбовым при создании теории сверхтекучести, был обобщен на случай ферми-амплитуд, описывающих поведение систем с полуцелым значением спина. Матричные элементы, соответствующие процессу виртуального рождения частиц (или фононов) из вакуума, могут содержать знаменатели, обращающиеся в нуль при определенных условиях. Это приводило бы к бесконечно большим значениям некоторых интегралов. При выборе канонических преобразований необходимо было обеспечить взаимное сокращение таких матричных элементов, которые соответствовали виртуальному рождению из вакуума пары частиц с противоположными импульсами и спинами. Именно такую компенсацию расходящихся классов диаграмм Николаю Николаевичу приходилось осуществлять при создании теории сверхтекучести бозе-систем. Теперь он обобщил преобразование на случай ферми-амплитуд. Вычислив энергию основного состояния системы во втором приближении, Николай Николаевич получил математически строгие результаты, объясняющие и происхождение энергетической щели, и ее зависимость от константы связи фононов с электронами проводимости, и энергетический спектр возбужденных состояний" ... Подчеркнем, что проведенные исследования подтвердили правильность, в первом приближении, соответствующих формул, полученных Бардиным, Купером, Шриффером. С помощью метода приближенного вторичного квантования мы провели систематическое исследование модели Фрелиха и установили, что в ней, кроме возбуждений фермионного типа имеются еще коллективные бозонные возбуждения без энергетической щели ... " (Н.Н.Боголюбов. Из Доклада ...).

Модель Фрелиха не учитывает кулоновское отталкивание между электронами куперовской пары. В теории Бардина кулоновское отталкивание было учтено просто как некоторая усредненная константа $I_{кул}$, не учитывающая характера кулоновского взаимодействия $\sim \frac{1}{r}$, где r — расстояние между электронами. Эти недостатки были устранены в работе В.В.Толмачева и Д.В.Ширкова, которые ввели в гамильтониан взаимодействия члены, соответствующие реальному кулоновскому отталкиванию между электронами. "... В результате их исследования оказалось, что условие сверхпроводимости отличается от бардинского тем, что константу $I_{кул}$ необходимо предварительно разделить на величину порядка логарифма отношения энергии Ферми к средней энергии фонона ..." (из доклада Н.Н.Боголюбова на Общем собрании ...). Вскоре результаты исследований Н.Н.Боголюбова с сотрудниками были обобщены в монографии Н.Н.Боголюбова, В.В.Толмачева и Д.В.Ширкова "Новый метод в теории сверхпроводимости" (изд-во АН СССР, Москва, 1958) "... В общем физическая картина структуры сверхпроводящего или сверхте-

кучего состояния фермионной системы рисуется следующим образом. Ввиду наличия взаимодействий в такой системе всегда существуют корреляции, в частности, между парами фермионов с импульсами K и $(-K + q)$. При этом значение $q = 0$ ничем не выделено. В случае же перехода к сверхтекучему или сверхпроводящему состоянию появляется разрыв при $q = 0$ (разумеется, речь идет о системе, которая как целое покоится). Для данной частицы с импульсом K имеется отличная от нуля вероятность найти другую частицу с импульсом, точно равным $-K$. В нормальном состоянии такая вероятность, очевидно, равна нулю. Наглядно это положение можно интерпретировать как образование системы покоящихся связанных пар — квазимолекул, т.е. как образование бозе-эйнштейновского конденсата таких пар. В этой связи однофермионные возбуждения следует рассматривать как образующиеся в результате диссоциации газа, энергетическая щель наглядно интерпретируется как энергия, необходимая для диссоциации.

Кроме возбуждений, сопровождающихся разрывом пар, имеются еще коллективные возбуждения всего связанного коллектива (в целом такого же типа, как и в обычном Бозе-газе).

Заметим, что когда говорят о системе молекул или вообще о системе, состоящей из связанных комплексов частиц, всегда имеют в виду ситуацию, в которой энергия связи комплексов много больше энергии взаимодействия между комплексами.

В силу основных принципов квантовой механики мы никогда не можем считать, что частицы, входящие в одну молекулу, отличаются от аналогичных частиц, входящих в другую такую же молекулу, и не могут взаимно меняться местами. Однако ввиду относительной малости взаимодействия между молекулами по сравнению с энергией связи отдельных частиц в молекуле, такими эффектами обмена можно пренебречь. В рассматриваемом случае сверхпроводящего или сверхтекучего состояния системы фермионов положение совершенно иное: энергия связи пар может быть того же порядка и даже меньше энергии взаимодействия между ними. Здесь эффекты обмена весьма существенны.

Таким образом, мы имеем дело с новыми представлениями о динамике системы. Квазимолекулы, о которых мы говорим, находятся в процессе постоянного очень быстрого обмена отдельными частицами, из которых они построены. По существу, мы уже не можем больше говорить об отдельных молекулах, а должны представлять себе весь коллектив частиц в целом. Процесс взаимодействия частиц здесь заключается в том, что в каждый момент они в различных комбинациях связываются в комплексы. В противоположность настоящим молекулам, время жизни отдельного такого комплекса — квазимолекулы — и время свободного пробега этого комплекса, т.е. время между отдельными актами взаимодействия этого комплекса с другими комплексами системы, — величины одного и того же порядка ...".

И, наконец, последние два абзаца из "Доклада ..." содержат указания на перспективность использования метода теорий сверхтекучести и сверхпроводимости в теории ядра: "... В теории атомного ядра не раз высказывалось мнение, что ядерную материю следует представлять себе построенной не из отдельных нейтронов и протонов, а из их комплексов- дейтронов, α -частиц и т.д. Однако такие представления вызывали серьезные возражения, потому что энергия связи таких образований — величина того же порядка, что и величина энергии взаимодействия между ними. Именно такая ситуация, как отмечалось выше, характерна для электронной системы в сверхпроводящем металле. По-видимому, в обоих случаях мы имеем дело с одним и тем же динамическим механизмом. Поэтому можно думать, что метод, разработанный для построения теорий сверхтекучести и сверхпроводимости, окажется плодотворным и в теории ядра. Решением этой проблемы мы и занимаемся в настоящее время".

Действительно, в академическом журнале "Доклады Академии наук СССР" в том же 1958 году (т. 119, N. 1, стр. 52-55) появилась статья Н.Н.Боголюбова "К вопросу об условии сверхтекучести в теории ядерной материи", в которой были заложены основы сверхтекучей модели ядра и которая впоследствии активно развивалась сотрудником ЛТФ В.Г.Соловьевым.

Итак, мы наблюдаем поразительное творческое напряжение великого ученого. Только что в своем "Докладе ...", посвященном проблеме сверхтекучести бозе- и ферми-систем, сделанном 20 июня 1958 г. он декларирует возможность использования своего метода для построения сверхтекучей модели ядра, а спустя лишь 3-4 месяца появляется его новая фундаментальная работа, содержащая полное решение новой крупной проблемы.

"Заняться решением проблемы", как выразился выше в своем "Докладе ..." Н.Н.Боголюбов, означало для него дать точную математическую формулировку проблемы, написать точную систему уравнений, найти полное и точное решение системы уравнений, получить точные результаты и дать интерпретацию явления, не оставляющих сомнений в решении задачи "до конца". Так было с созданием микроскопической теории сверхтекучести (1947), так было с доказательством дисперсионных соотношений в теории сильных взаимодействий (1956), так было с созданием аксиоматической теории поля (1955-1957 гг.), так было с созданием микроскопической теории сверхпроводимости (1957 г.), так было с созданием сверхтекучей теории ядра (1958), так было с доказательством теоремы о квазисреднем (1961), так было с решением проблемы "цвета" кварков (1965).

Научное творчество Н.Н.Боголюбова, его методология, его подходы к решению крупных научных проблем оказали огромное влияние на развитие мировой теоретической физики не только множеством решенных вышеперечисленных проблем мирового класса, но в том числе полной и математической строгостью их решения. Работы Н.Н.Боголюбова стали, образно говоря,

определенной высотой планки теоретического мышления и решения проблем, к которой должен стремиться в своем развитии и творчестве любой теоретик мира.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность А.Т. Филиппову за ценные замечания и дополнения.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 мая 1999 года.