СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P17 - 9772

Н.Н.Боголюбов (мл.), А.Н.Ермилов, А.М.Курбатов

К ВОПРОСУ О СОСУЩЕСТВОВАНИИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ И ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

1. Предельное поведение свободной энергии

1976

P17 - 9772

Н.Н.Боголюбов (мл.), А.Н.Ермилов, А.М.Курбатов

К ВОПРОСУ О СОСУЩЕСТВОВАНИИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ И ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

1. Предельное поведение свободной энергии

§1. ВВЕДЕНИЕ

В теории твердого тела существенный интерес представляет явление совместного существования сверхпроводимости и ферромагнетизма в сверхпроводяших сплавах с магнитными примесями. Экспериментально было установлено, что такое совместное существование возможно. Примером такой системы является $Tb_xCe_{1-x}Ru_2$, где x указывает концентрацию магнитной примеси. Отметим, что в этом случае в системе наблюдается два типа фазовых переходов: структурный (ферромагнетик – парамагнетик) и сверхпроводящий. В этой связи уместно заметить, что в последние годы значительно возрос интерес к теоретическому исследованию подобных систем.

Рассматриваемая в данной работе модель является комбинацией модели БКШ для сверхпроводника [6,7] и s–d обменной моделью Вонсовского-Зинера для ферромагнетика [4,8]. При этом имеет место конкуренция двух видов взаимодействия: взаимодействие между электронами и локализованными магнитными моментами примеси пытается "разбить" куперовские пары, т.е. стремится уничтожить сверхпроводимость, в то время как сами куперовские пары подавляют поляризацию газа, то есть стремятся уничтожить ферромагнетизм.

В отличие от всех ранее проводимых исследований вопроса сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма [5], в предлагаемой работе задача решается точно на основе метода аппроксимирующих гамильтонианов.

§2. МОДЕЛЬНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН

Будем рассматривать кристалл, состоящий из N элементарных ячеек сверхпроводника и cN элементарных ячеек ферромагнитной примеси. Через $a^+_{k\sigma}$, $a_{k\sigma}$ обозначим соответственно операторы рождения и уничтожения электронов с импульсом, равным k, и проекцией спина на ось z, равной σ, через S^{α}_m – оператор проекции на ось α магнитного момента примеси в m-том узле. В таком случае модельный гамильтониан имеет следующий вид:

$$H = \sum_{k,\sigma} (\epsilon_k - \mu) a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} - (V/N) \sum_{k,k'} a^+_{k+} a^+_{-k-} a_{-k'-} a_{k'+} - (J/N) \times$$
$$\times \sum_k \sum_{m=1}^{cN} [(a^+_{k+} a_{k+} - a^+_{k-} a_{k-}) S^z_m + a^+_{k+} a_{k-} S^-_m + a^+_{k-} a_{k+} S^+_m], \tag{1}$$

где индекс суммирования k пробегает все N блоховских состояний с одинаковым направлением спина в зоне проводимости, через ϵ_k обозначена энергия электрона с импульсом k, μ – химический потенциал. Константы V и J описывают силу БКШ и s–d обменного взаимодействий. Как обычно,

$$S^{\pm}_m = S^x_m \pm i S^y_m .$$

Первые два слагаемые представляют собой гамильтониан БКШ [6,7], взаимодействие подсистемы магнитной примеси с электронами проводимости описывается последним слагаемым [4,8].

Вводя следующие обозначения:

$$S^{\pm} = \frac{1}{cN} \sum_{m=1}^{cN} S^{\pm}_m , \quad S_z = \frac{1}{cN} \sum_{m=1}^{cN} S^z_m , \tag{2}$$

$$M^+ = M_{12} = \frac{1}{N} \sum_k a^+_{k+} a_{k-}, \quad M^- = (M^+)^+,$$
$$M_z = \frac{1}{2}(M_{11} - M_{22}) = \frac{1}{2N} \sum_k (a^+_{k+} a_{k+} - a^+_{k-} a_{k-}), \tag{3}$$

$$A = \frac{1}{N} \sum_k a^+_{k+} a^+_{-k-}, \tag{4}$$

$$T = \sum_{k,\sigma} (\epsilon_k - \mu) a^+_{k\sigma} a_{k\sigma}, \tag{5}$$

гамильтониан (1) можно переписать в виде

$$H = T - VNAA^+ - JcN(S^- M^+ + S^+ M^- + 2 S_z M_z). \tag{6}$$

§3. АППРОКСИМИРУЮЩИЙ ГАМИЛЬТОНИАН

Для дальнейшего введем в гамильтониан (6) вспомогательные члены

$$-JcN\epsilon^2 (S^- S^+ + S_z^2), \tag{7}$$

где ϵ – произвольное вещественное число, большее нуля. В таком случае получим гамильтониан

$$H_{\epsilon} = T - VNAA^+ - JcN(\epsilon^2 S^- S^+ + S^- M^+ + S^+ M^- +$$
$$+ \epsilon^2 S_z^2 + 2 S_z M_z) \tag{8}$$

или

$$H_{\epsilon} = T - VNAA^+ - JcN[(\epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon} M^-)(\epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon} M^+) +$$
$$+ (\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon} M_z)^2 - \frac{1}{\epsilon^2} M^- M^+ - \frac{1}{\epsilon^2} M_z^2 . \tag{9}$$

Аппроксимирующий гамильтониан возьмем в следующей форме:

$$H_{\epsilon 0}(a, s, s_z, m, m_z) = T - VN[aA^+ + a^+ A - aa^+] -$$
$$- JcN[s(\epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon} M^+) + s^+(\epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon} M^-) - ss^+ +$$
$$+ 2 s_z (\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon} M_z) - s_z^2] + JcN \frac{1}{\epsilon^2} [mM^+ + m^+ M^- -$$

$$-mm^+ + 2m_z M_z - m_z^2], \qquad (10)$$

где a, m, s – пока произвольные комплексные, а m_z и s_z – вещественные числа.

Легко видеть, что

$$H_\epsilon = H_{\epsilon 0}(a, s, s_z, m, m_z) + H_{\epsilon 1}(a, s, s_z, m, m_z),$$

где

$$H_{\epsilon 1}(a, s, s_z, m, m_z) = -VN[(A-a)(A^+ - a^+)] -$$

$$-JcN\{[(\epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon}M^-) - s] \times [(\epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon}M^+) - s^+] + \qquad (11)$$

$$+[(\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon}M_z) - s_z]^2 + \qquad \frac{1}{\epsilon^2}\{[M^- - m][M^+ - m^+] + [M_z - m_z]^2\}.$$

Кроме того, гамильтониан H_ϵ также можно представить в виде

$$H_\epsilon = H'_{\epsilon 0}(a, s, s_z, m, m_z) + H'_{\epsilon 1}(a, s, s_z, m, m_z),$$

где

$$H'_{\epsilon 0}(a, s, s_z, m, m_z) = T - VN[aA^+ + a^+A - aa^+] -$$

$$-JcN[s(\epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon}M^+) + s^+(\epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon}M^-) - ss^+ \qquad (12)$$

$$+2s_z(\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon}M_z) - s_z^2] + JcN\frac{1}{\epsilon^2}[M^-M^+ + M_z^2] =$$

$$= T' - VN[aA^+ + a^+A - aa^+] - JcN[s(\epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon}M^+) +$$

$$+ s^+(\epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon}M^-) - ss^+ + 2s_z(\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon}M_z) - s_z^2],$$

$$H'_{\epsilon 1}(a, s, s_z, m, m_z) = -VN(A-a)(A^+ - a^+) - JcN\{[(\epsilon S^- + \qquad (13)$$

$$+\frac{1}{\epsilon}M^-) - s] \times [(\epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon}M^+) - s^+] + [(\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon}M_z) - s_z]^2.$$

Гамильтониан $H_{\epsilon 0}(a,s,m)$ является аппроксимирующим для гамильтониана $H'_{\epsilon 0}(a,s)$ по операторам $M^\pm$ и M_z:

$$H'_{\epsilon 0}(a, s) = H_{\epsilon 0}(a, s, m) + JcN\frac{1}{\epsilon^2}[(M^- - m)(M^+ - m^+) +$$

$$+(M_z - m_z)^2] = H_{\epsilon 0}(a, s, m) + H''_{\epsilon 1}(m).$$

Для оценки близости свободных энергий

$$f_N[\Gamma] = -\frac{\theta}{N}\ln Sp\, e^{-\Gamma/\theta}$$

для гамильтонианов $H'_{\epsilon 0}$ и $H_{\epsilon 0}$ воспользуемся неравенством Н.Н.Боголюбова:

$$\frac{1}{N}\langle H''_{\epsilon 1}(m)\rangle_{H'_{\epsilon 0}(a,s)} \le f_N[H'_{\epsilon 0}(a, s)] -$$

$$-f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m)] \le \frac{1}{N}\langle H''_{\epsilon 1}(m)\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}.$$

Поскольку оператор $[(M^- - m)(M^+ - m^+) + (M_z - m_z)^2]$ положительно определенный,

$$0 \le f_N[H'_{\epsilon 0}(a, s)] - f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m)] \le \qquad (14)$$

$$\le \frac{Jc}{\epsilon^2}\langle (M^- - m)(M^+ - m^+) + (M_z - m_z)^2\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}.$$

В целях лучшей аппроксимации положим в (14) $m = \bar{m}(m,s)$, $m_z = \bar{m}_z(a,s)$, где $\bar{m}$ и $\bar{m}_z$ доставляют абсолютный максимум функции свободной энергии для гамильтониана $H_{\epsilon 0}(a,s,m)$ по переменным m и m_z при фиксированных a, s и s_z:

$$f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m(a, s))] = \max_m f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m)]. \qquad (15)$$

Можно показать, что $\bar m$ и $\bar m_z$ существуют при любых конечных a, s и s_z, причем $|\bar m| \le 1$, $|\bar m_z| \le 1$. Условие (15) приводит к системе уравнений самосогласования

$$\frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]}{\partial m} = 0, \qquad \frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]}{\partial m^+} = 0,$$
$$\frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]}{\partial m_z} = 0, \tag{16}$$

или, вычисляя частные производные,

$$m = \langle M^- \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}, \quad m^+ = \langle M^+ \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)},$$
$$m_z = \langle M_z \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}. \tag{17}$$

Таким образом, мы можем написать

$$0 \le f_N[H'_{\epsilon 0}(a,s)] - f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)] \le$$
$$< \frac{Jc}{\epsilon^2}\{ \langle (M^- - \bar m)(M^+ - \bar m^+) \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)} + \langle (M_z - \bar m_z)^2 \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)} \} =$$
$$= \frac{Jc}{\epsilon^2}\{ \langle (M^- - \langle M^- \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)})(M^+ - \langle M^+ \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)}) \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)} +$$
$$+ \langle (M_z - \langle M_z \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)})^2 \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)}.$$

Используя определение (3) операторов M и обозначая для краткости через $\langle \ldots \rangle$ статистические средние от соответствующих выражений по гамильтониану $H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)$, имеем

$$\langle (M^+ - \langle M^+ \rangle)(M^- - \langle M^- \rangle) \rangle + \langle (M_z - \langle M_z \rangle)^2 \rangle =$$
$$= \frac{1}{N^2}\sum_{k,\ell}(\langle a^+_{k+} a_{k-} a^+_{\ell-} a_{\ell+} \rangle - \langle a^+_{k+} a_{k-} \rangle \langle a^+_{\ell-} a_{\ell+} \rangle) +$$
$$+ \frac{1}{4N^2}\sum_{k,\ell}[(\langle a^+_{k+} a_{k+} a^+_{\ell+} a_{\ell+} \rangle - \langle a^+_{k+} a_{k+} \rangle \langle a^+_{\ell+} a_{\ell+} \rangle) +$$
$$+ (\langle a^+_{k-} a_{k-} a^+_{\ell-} a_{\ell-} \rangle - \langle a^+_{k-} a_{k-} \rangle \langle a^+_{\ell-} a_{\ell-} \rangle) - (\langle a^+_{k+} a_{k+} a^+_{\ell-} a_{\ell-} \rangle -$$
$$- \langle a^+_{k+} a_{k+} \rangle \langle a^+_{\ell-} a_{\ell-} \rangle) - (\langle a^+_{k-} a_{k-} a^+_{\ell+} a_{\ell+} \rangle - \langle a^+_{k-} a_{k-} \rangle \langle a^+_{\ell+} a_{\ell+} \rangle)].$$

Для раскрытия выражений $\langle a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} a^+_{\ell\sigma} a_{\ell\sigma} \rangle$ воспользуемся приемом К.Блоха и С. Де-Доминисиса

$$\langle (M^+ - \langle M^- \rangle)(M^- - \langle M^- \rangle) \rangle + \langle (M_z - \langle M_z \rangle)^2 \rangle =$$
$$= \frac{1}{N^2}\sum_{k,\ell}(\langle a^+_{k+} a_{\ell+} \rangle \langle a_{k-} a^+_{\ell-} \rangle - \langle a^+_{k+} a^+_{\ell-} \rangle \langle a_{k-} a_{\ell+} \rangle) +$$
$$+ \frac{1}{4N^2}\sum_{k,\ell}[(\langle a^+_{k+} a_{\ell+} \rangle \langle a_{k+} a^+_{\ell+} \rangle - \langle a^+_{k+} a^+_{\ell+} \rangle \langle a_{k+} a_{\ell+} \rangle) + \tag{18}$$
$$+ (\langle a^+_{k-} a_{\ell-} \rangle \langle a_{k-} a^+_{\ell-} \rangle - \langle a^+_{k-} a^+_{\ell-} \rangle \langle a_{k-} a_{\ell-} \rangle) - (\langle a^+_{k+} a_{\ell-} \rangle \langle a_{k+} a^+_{\ell-} \rangle -$$
$$- \langle a^+_{k+} a^+_{\ell-} \rangle \langle a_{k+} a_{\ell-} \rangle) - (\langle a^+_{k-} a_{\ell+} \rangle \langle a_{k-} a^+_{\ell+} \rangle - \langle a^+_{k-} a_{\ell+} \rangle \langle a_{k-} a_{\ell+} \rangle)].$$

Для гамильтониана $H'_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)$ справедлив закон сохранения импульса электронов. Поэтому в силу правил отбора первые слагаемые в каждой круглой скобке могут быть отличными от нуля лишь при $k=\ell$, а вторые – лишь при $k=-\ell$. Поскольку, кроме того, $|\langle a^{\#}_{k\sigma} a^{\#}_{\pm k\sigma} \rangle| \le 1$ (символ # обозначает наличие знака эрмитова сопряжения или его отсутствие), имеем

$$\langle (M^+ - \langle M^+ \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)})(M^- - \langle M^- \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}) \rangle +$$
$$+ \langle (M_z - \langle M_z \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)})^2 \rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar m)} \le \frac{4}{N}.$$

Таким образом,

$$0 \le f_N[H'_{\epsilon 0}(a,s)] - \max_m f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)] \le \frac{4Jc}{\epsilon^2 N}. \tag{19}$$

В силу того, что операторы A, S, M и T имеют вид (4), (2), (3) и (5) соответственно, имеем

$$\begin{gathered}\|\epsilon S_i + \frac{1}{\epsilon} M_i\| \le L_1, \quad \|[T', \epsilon S_i + \frac{1}{\epsilon} M_i]\| \le L_2, \\ \|A\| \le L_1, \quad \|[T', A]\| \le L_2, \\ \|[\epsilon S_i + \frac{1}{\epsilon} M_i, \ \epsilon S_j + \frac{1}{\epsilon} M_j]\| \le \frac{L_3}{N}, \\ \|[\epsilon S_i + \frac{1}{\epsilon} M_i, A]\| \le \frac{L_3}{N}, \ \|[A, A^{\#}]\| \le \frac{L_3}{N}, \quad (i, j = +, -, z),\end{gathered} \tag{20}$$

где L_1, L_2, L_3 – постоянные, независящие от N. Более того, легко убедиться, что свободная энергия для гамильтониана $T' = T + JcN \frac{1}{\epsilon^2}[M^- M^+ + M_z^2]$ также ограничена постоянной, не зависящей от N:

$$|f_N[T']| \le L_0. \tag{21}$$

Как показано в работе [1], из условий (20) и (21) следует асимптотическая близость свободных энергий для гамильтонианов $H'_{\epsilon 0}(a, s)$ и H_ϵ, если константы a, s и s_z определяются из условия абсолютного минимума свободной энергии аппроксимирующего гамильтониана $H'_{\epsilon 0}(a, s)$ по переменным a, s, s_z:

$$0 \le \min_{a,s} f_N[H'_{\epsilon 0}(a, s)] - f_N[H_\epsilon] \le \delta(1/N), \tag{22}$$

($\delta(1/N) \to 0$ при $N \to \infty$) и что минимум свободной энергии существует и достигается в некоторых точках $\tilde{a}$, $\tilde{s}$, $\tilde{s}_z$, причем

$$|\tilde{a}| \le \|A\| \le L_1, \ |\tilde{s}| \le \|\epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon} M^-\| \le L_1, \ |\tilde{s}_z| \le \|\epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon} M_z\| \le L_1 \tag{23}$$

при любом N. Более того, можно показать, что существует минимум

$$\min_{a,s} f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, \bar{m}(a, s))] = \min_{a,s} \max_{m} f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m)],$$

причем он достигается в некоторых точках $\bar{a}$, $\bar{s}$, $\bar{s}_z$ таких, что $|\bar{a}| \le L_1$, $|\bar{s}| \le L_2$, $|\bar{s}_z| \le L_1$. В таком случае мы имеем право минимизировать неравенство (19) по переменным a, s, s_z. Имеем:

$$-\frac{4Jc}{\epsilon^2 N} \le \min_{a,s} \max_{m} f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m)] - \min_{a,s} f_N[H'_{\epsilon 0}(a, s)] \le 0. \tag{24}$$

Складывая почленно полученное неравенство с (22), найдем

$$-\frac{4Jc}{\epsilon^2 N} \le \min_{a,s} \max_{m} f_N[H_{\epsilon 0}(a, s, m)] - f_N[H_\epsilon] \le \delta(1/N). \tag{25}$$

Покажем теперь, что

$$f_N[H_\epsilon] - f_N[H] \to 0 \qquad \text{при } \epsilon \to 0 \ \forall N. \tag{26}$$

Для этого вновь воспользуемся неравенством Н.Н.Боголюбова для гамильтониана $H_\epsilon = H - JcN\epsilon^2(S^- S^+ + S_z^2)$, имеем:

$$\frac{1}{N} \langle -JcN\epsilon^2(S^- S^+ + S_z^2) \rangle_{H_\epsilon} \le f_N[H_\epsilon] - f_N[H] \le \frac{1}{N} \langle -JcN\epsilon^2(S^- S^+ + S_z^2) \rangle.$$

Принимая во внимание ограниченность операторов S_i $(i = +, -, z)$: $\|S_i\| \le 2S$, и положительную определенность оператора $S^- S^+ + S_z^2$, получим

$$-8JcS^2 \cdot \epsilon^2 \le f_N[H_\epsilon] - f_N[H], \tag{27}$$

что и доказывает соотношение (26). Заметим, что гамильтониан $H_{\epsilon 0}$ не существует при $\epsilon = 0$, однако мы все-таки можем, используя вычисленную свободную энергию для гамильтониана $H_{\epsilon 0}$ при $\epsilon > 0$, вычислить свободную энергию гамильтониана $H = H_\epsilon|_{\epsilon = 0}$. А именно, сложим неравенства (25) и (27):

$$-8JcS^2 \cdot \epsilon^2 - \frac{4Jc}{\epsilon^2 N} \le f_N[H_{\epsilon 0}(\bar{a}, \bar{s}, \bar{m})] - f_N[H] \le \delta(1/N). \tag{28}$$

Совершим в этом неравенстве предельный переход $N \to \infty$:

$$-8JcS^2 \cdot \epsilon^2 \le \lim_{N \to \infty} [f_N[H_{\epsilon 0}(\bar{a}, \bar{s}, \bar{m})] - f_N[H]] \le 0.$$

Таким образом, получаем

$$\lim_{\epsilon\to 0}\lim_{N\to\infty}\{f_N[H_{\epsilon 0}(\bar{a},\bar{s},\bar{m})]-f_N[H]\}=0, \qquad (29)$$

причем постоянные $\bar{a}$, $\bar{s}$, $\bar{s}_z$, $\bar{m}$, $\bar{m}_z$ определяются из условия

$$f_N[H_{\epsilon 0}(\bar{a},\bar{s},\bar{m})]=\min_{a,s}\max_{m} f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]. \qquad (30)$$

Для того, чтобы определить постоянные $\bar{a}$, $\bar{s}$, $\bar{s}_z$, $\bar{m}$, $\bar{m}_z$, необходимо сначала найти $\bar{m}$ и $\bar{m}_z$ как функции a , s, и s_z из условия

$$f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]=\max_{m} f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)], \qquad (31)$$

а затем определить a , s и s согласно условию

$$f_N[H_{\epsilon 0}(\bar{a},\bar{s},\bar{m}(\bar{a},\bar{s}))]=\min_{a,s} f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]. \qquad (32)$$

Соотношение (31) приводит к системе уравнений

$$\frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]}{\partial m}=0,\quad \frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]}{\partial m^+}=0, \quad \frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,m)]}{\partial m_z}=0 \qquad (33)$$

или, вычисляя частные производные,

$$m=\langle M^-\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)},\quad m^+=\langle M^+\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}, \quad m_z=\langle M_z\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,m)}. \qquad (34)$$

Условие (32) в свою очередь дает

$$\frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]}{\partial a}=0,\quad \frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]}{\partial a^+}=0,$$

$$\frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]}{\partial s}=0,\quad \frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]}{\partial s^+}=0, \quad \frac{\partial f_N[H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))]}{\partial s_z}=0, \qquad (35)$$

или

$$a=\langle A\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))},\quad a^+=\langle A^+\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))},$$

$$s=\langle \epsilon S^- + \frac{1}{\epsilon}M^-\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))},\ s^+=\langle \epsilon S^+ + \frac{1}{\epsilon}M^+\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))} \qquad (36)$$

$$s_z=\langle \epsilon S_z + \frac{1}{\epsilon}M_z\rangle_{H_{\epsilon 0}(a,s,\bar{m}(a,s))}.$$

В заключение сделаем несколько замечаний.

Основными результатами настоящей работы являются построение аппроксимирующего гамильтониана $H_{\epsilon 0}(\bar{a},\bar{s},\bar{m})$ (10), где постоянные $\bar{a}$, $\bar{s}$, $\bar{s}_z$, $\bar{m}$, $\bar{m}_z$ должны быть определены из условия минимума его свободной энергии (30), и доказательство асимптотической близости свободных энергий исходного (1) и аппроксимирующего гамильтонианов в пределе при $\epsilon\to +0$ (29). Кроме того, получена система уравнений самосогласования (33), (35) или (34), (36) для определения параметров порядка $\bar{a}$, $\bar{s}$, $\bar{s}_z$, $\bar{m}$, $\bar{m}_z$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов (мл.). Метод исследования модельных гамильтонианов". М., Наука, 1974.
2. Н.Н.Боголюбов (мл.), Б.И.Садовников. Некоторые вопросы статистической механики. М., Высшая школа, 1975.
3. Н.Н.Боголюбов (мл.), А.М.Курбатов. ОИЯИ, Р4-8434, Дубна, 1974.
4. С.В.Тябликов. Методы квантовой теории магнетизма, М., Наука, 1965.
5. W.A.Smit, H.Vertogen, J.Kraak, Physica, 74, 97, 1974.

6. Н.Н.Боголюбов, В.В.Толмачев, Д.В.Ширков. Новый метод в теории сверхпроводимости. М., АН СССР, 1958.
7. J.Barden, L.N.Cooper, J.R.Schrieffer. Phys.Rev., 108, 1175, 1957.
8. C.Zener, Phys.Rev., 81, 440, 1951.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 мая 1976 года.