

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-279

P17-96-279

Б.В.Васильев*

ПОЧЕМУ ВНУТРИ КОСМИЧЕСКИХ ТЕЛ
МОЖЕТ ВОЗНИКНУТЬ
СПОНТАННАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ?

Направлено в «Nuovo Cimento»

*Институт физико-технических проблем, Дубна

1996

1. Введение

Цель настоящей работы — показать необходимость учета действия электрических сил при исследовании равновесия вещества внутри космических тел. В посвященной этому же вопросу предыдущей работе [1] нами было рассмотрено космическое тело, которое под действием собственного гравитационного поля приобретает спонтанную поляризацию во всем своем объеме. Эти расчеты показали, что для рассмотренного случая энергетически выгодна поляризация, частично компенсирующая силу тяготения. Однако решаемая в этом случае система уравнений оказалась настолько сложной, что могла быть решена только на компьютере, в результате, как нам кажется, была утеряна наглядность расчета и связанная с ней доказательность выводов. Некоторое изменение исходной модели, описанное ниже, позволило провести все расчеты аналитически и использовать компьютер только на этапе построения графиков и анализа результатов. Хотя приведенное ниже

решение в своих главных выводах совпадает с описанным ранее [1], его относительная простота и наглядность нам представляются важными достоинствами.

Как и в предыдущей работе, будем рассматривать космическое тело, внутри которого действие собственной гравитации может вызвать возникновение электрической поляризации. При этом будем предполагать, что дипольный момент единицы объема \vec{P} будет пропорционален ускорению силы тяжести \vec{g}

$$\vec{P} = \beta \vec{g}. \quad (1)$$

Таким образом, реальная величина поляризации будет определяться отличным от нуля коэффициентом β , если поляризация энергетически выгодна, что и должно быть выяснено в результате расчета.

Удобнее вести рассмотрение не в терминах поляризации вещества, а в терминах “связанных” зарядов, что, естественно, совершенно эквивалентно, если определить напряженность поля “связанных” зарядов E и их плотность ρ как

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -4\pi\vec{P}, \\ \rho &= -\text{div}\vec{P}. \end{aligned} \quad (2)$$

Генерация внутри космического тела объемного “связанного” заряда с плотностью ρ будет сопровождаться возникновением “связанного” поверхностного заряда другого знака

с плотностью

$$\sigma = -Q/4\pi R_1^2 ; Q = \int_0^{R_1} \rho 4\pi r^2 dr.$$

Этот эквивалентный поверхностный заряд будет присутствовать на поверхности поляризованного объема, радиус которого мы обозначили R_1 , так как мы предполагаем возникновение в этом объеме электрической поляризации при сохранении его полной электрической нейтральности.

Возникновение внутри тела объемного заряда ρ и электрического поля \vec{E} , определяемых равенствами (1)–(2), приведет к тому, что на единицу объема вещества будет действовать электрическая сила $\rho \vec{E}$, которая будет направлена против силы тяжести и будет ее частично или полностью компенсировать. Следуя [1], введем безразмерное отношение электрической силы к силе тяжести

$$q = |\rho \vec{E} / \gamma \vec{g}|, \quad (3)$$

γ — плотность вещества, \vec{g} — ускорение силы тяжести.

Будем рассматривать космическое тело радиуса R_0 , внутри которого в центральной области до радиуса R_1 существует электрическая поляризация, при которой действие тяготения на вещество полностью компенсируется действием электрических сил, т.е. внутри этого объема $q = 1$. При этом пусть в наружной области от R_1 до R_0 электрическая поляризация полностью отсутствует, т.е. $q = 0$. В связи с этим далее величинам, относящимся к внутренней области, будет сопутство-

вать индекс 1, а относящимся к внешней области — индекс 0.

Отметим, что для полной компенсации гравитационной силы электрической силой ($q = 1$) требуется очень слабое относительное отклонение от электронейтральности — примерно 10^{-18} заряда электрона на атом вещества.

Целью нашего расчета будет определение величины параметра $x \equiv R_1/R_0$, при которой полная энергия тела будет иметь минимум. Если минимальная энергия тела получится при $x = 0$, то это будет означать, что электрическая поляризация тела невыгодна.

Полная энергия тела \mathcal{E}_t будет складываться из гравитационной, внутренней и электрической энергии:

$$\mathcal{E}_t = \mathcal{E}_{g1} + \mathcal{E}_{g0} + \mathcal{E}_{i1} + \mathcal{E}_{i0} + \mathcal{E}_E, \quad (4)$$

\mathcal{E}_{g1} , \mathcal{E}_{g0} , \mathcal{E}_{i1} и \mathcal{E}_{i0} — гравитационная и внутренняя энергии поляризованного внутреннего и неполяризованного наружного объемов соответственно; \mathcal{E}_E — электрическая энергия внутреннего объема.

Будем считать, что плотность вещества внутри тела γ изменяется в соответствии с законом Гука:

$$\gamma = \gamma_{00}(1 + P/K), \quad (5)$$

γ_{00} — плотность вещества при отсутствии давления; P — давление внутри тела; K — модуль всестороннего сжатия вещества. Будем считать температуру тела равной нулю, при

этом плотность внутренней энергии будет определяться энергией упругой деформации тела:

$$\epsilon_i = P^2/2K. \quad (6)$$

Будем предполагать также, что толщина наружного слоя не очень велика и давление в нем не может сильно превышать модуль всестороннего сжатия вещества. В связи с этим допущением можно считать плотность вещества в наружном слое постоянной:

$$\gamma_0 = \gamma_{00} = const. \quad (7)$$

Существование скачка напряженности электрического поля на поверхности R_1 ведет к возникновению скачка давления на этой границе [1]:

$$P(q) = \frac{\vec{E}(R_1)^2}{8\pi}. \quad (8)$$

Поэтому если на нижней границе внешнего слоя давление $P_0(R_1)$ определяется тяготением вещества этого слоя, то чуть глубже на внешней границе внутреннего объема давление

$$P_1(R_1) = P_0(R_1) + P(q). \quad (9)$$

В связи с тем, что во внутреннем объеме тяготение полностью скомпенсировано действием электрической силы, во всем этом объеме вещество находится при постоянном давлении

$$P_1(R_1) = const, \quad (10)$$

в связи с чем здесь плотность вещества постоянна

$$\gamma_1 = \gamma_0 \left(1 + \frac{P_1 R_1}{K}\right) = const,$$

как постоянна и плотность электрического заряда

$$\rho = const.$$

Так как

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 4\pi\rho, \\ \operatorname{div} \vec{g} &= -4\pi G\gamma_1, \end{aligned} \quad (11)$$

G — гравитационная константа, имеем

$$\rho = G^{1/2}\gamma_1. \quad (12)$$

Для электростатического потенциала ϕ_e справедливо равенство

$$\Delta\phi_e(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\delta}{\delta r} (r^2 \frac{\delta}{\delta r} \phi_e) = -4\pi\rho. \quad (13)$$

Поэтому во внутренней области

$$\begin{aligned} \phi_e(r) &= \frac{2\pi}{3}\rho(R_1^2 - r^2), \\ \vec{E}(r) &= -\frac{\delta\phi_e}{\delta r} = \frac{4\pi}{3}\rho\vec{r}, \\ P(q) &= E^2(R_1)/8\pi = \frac{2\pi}{9}\rho^2 R_1^2. \end{aligned} \quad (14)$$

2. Гравитационная энергия тела

Для гравитационного потенциала ϕ_{g1} во внутренней области справедливо равенство

$$-\nabla\phi_{g1}(r) = g_1(r) = -G^{1/2}E(r) = \frac{4\pi G}{3}\gamma_1 r, \quad (15)$$

поэтому

$$\phi_{g1}(r) = \phi_g^0 + \frac{2\pi G}{3}\gamma_1 r^2. \quad (16)$$

Константа ϕ_g^0 должна быть определена из условия

$$\phi_{g1}(R_1) = \phi_{g0}(R_1). \quad (17)$$

Во внешнем слое

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 g_0(r) &= -4pG\{V_1\gamma_1 + \frac{4\pi}{3}\gamma_0(r^3 - R_1^3)\}, \\ -\nabla\phi_{g0}(r) &= g_0(r) = -G\{(\gamma_1 - \gamma_0)V_1/r^2 + \gamma_0\frac{4\pi}{3}r\}, \\ V_1 &= 4\pi/3R_1^3. \end{aligned} \quad (18)$$

Поэтому гравитационный потенциал во внешнем слое

$$\phi_{g0}(r) = \{-V_1(\gamma_1 - \gamma_0)/r + \gamma_0\frac{4\pi}{3}r^2\} + C. \quad (19)$$

Константа C определяется из условия

$$\phi_g(r) = -4\pi GM/r \text{ и } g(r) = -GM^2/r^2 \text{ при } r > R_0, \quad (20)$$

M — масса тела. Окончательно для гравитационного потенциала во внешнем слое имеем

$$\begin{aligned} \phi_{g0}(r) &= -GM/R_0 - GV_1/R_1(\gamma_1 - \gamma_0)(R_0/r - 1) - \\ &- \frac{2\pi G}{3}\gamma_0(R_0^2 - r^2). \end{aligned} \quad (21)$$

Отсюда найдем величину константы ϕ_g^0 и, подставив ее в равенство (16), вычислим гравитационный потенциал во внутреннем заряженном ядре ϕ_{g1} .

Гравитационная энергия тела будет складываться из двух слагаемых:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{g0} &= \int_{R_1}^{R_0} 1/2\gamma_0\phi_{g0}(r)4\pi r^2 dr, \\ \mathcal{E}_{g1} &= \int_0^{R_1} 1/2\gamma_1\phi_{g1}(r)4\pi r^2 dr. \end{aligned} \quad (22)$$

Для перехода к безразмерным величинам обозначим

$$\varepsilon_{00} = \frac{GM^2}{R_{00}}; \quad V_{00} = 4\pi/3R_{00}^3 = M/\gamma_0; \quad x = R_1/R_0; \quad (23)$$

$$\frac{P_1(R_1)}{K} = b. \quad (23a)$$

В этих обозначениях получим:

$$\frac{\mathcal{E}_{g0}}{\mathcal{E}_{00}} = -3/4 \frac{\{(1-x^3) + x^3b(1-x^2) - (1-x^5)/5\}}{(x^3b+1)^{5/3}}, \quad (24)$$

$$\frac{\mathcal{E}_{g1}}{\mathcal{E}_{00}} = -3/4 \frac{(1+b)\{(1+x^2b)x^3 - (1+b)x^5/5\}}{(x^3b+1)^{5/3}}. \quad (25)$$

3. Внутренняя энергия тела

В наружном слое в соответствии с (18)

$$\begin{aligned} \nabla P_0(r) &= \gamma_0 g_0(r) = -G\gamma_0 \left\{ \frac{V_1}{r^2}(\gamma_1 - \gamma_0) + \frac{4\pi\gamma_0}{3}r \right\}, \\ P_0(r) &= G\gamma_0 \{V_1(\gamma_1 - \gamma_0)(1/r - 1/R_0) - 2\pi/3\gamma_0(r^2 - R_0^2)\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Внутренняя энергия незаряженного слоя:

$$\mathcal{E}_{i0} = \int_{R_1}^{R_0} \frac{P_0^2(r)}{2K} 4\pi r^2 dr. \quad (27)$$

В безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{E}_{i0}}{\mathcal{E}_{00}} &= \left\{ x^6 b^2 \left(\frac{1}{3} - x + x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \right. \\ &+ x^3 b \left(\frac{7}{60} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \right) + \\ &\left. + \frac{1}{4} \left(\frac{8}{105} - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{5} - \frac{x^7}{7} \right) \right\} \times \end{aligned}$$

$$\times \frac{3b(b+1)^2}{2 \left\{ x^2 b(1-x) + \frac{(1-x^2)}{2} + (b+1)^2 \frac{x^2}{6} \right\} (x^3 b + 1)^{5/3}}. \quad (28)$$

Используя для определения давления в заряженной области равенство (23а), получаем:

$$\varepsilon_{i1} = \frac{K}{2} b^2 V_1, \quad (29)$$

или в безразмерных единицах:

$$\frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{00}} = \frac{bx^3 \{ x^2 b(1-x) + (1-x^2)/2 + (b+1)^2 x^2/6 \}}{2(x^3 b + 1)^{5/3}}. \quad (30)$$

4. Электрическая энергия

Электрическая энергия существует только во внутреннем объеме:

$$\varepsilon_E = \frac{1}{8\pi} \int_0^{R_1} E(r)^2 4\pi r^2 dr. \quad (31)$$

Величина $E(r)$ определяется в соответствии с равенством (14).

В безразмерных единицах

$$\frac{\varepsilon_E}{\varepsilon_{00}} = \frac{(b+1)^2 x^5}{10(x^3 b + 1)^{5/3}}. \quad (32)$$

5. Полная энергия

Полная энергия тела в безразмерных единицах определяется суммой выражений (24), (25), (28), (30) и (32). Ее график показан на рис.1 как функция относительного радиуса заряженной области x при различных величинах параметра b . Из этого графика видно, что для несжимаемой среды ($b = 0$) появление поляризованной области энергетически невыгодно.

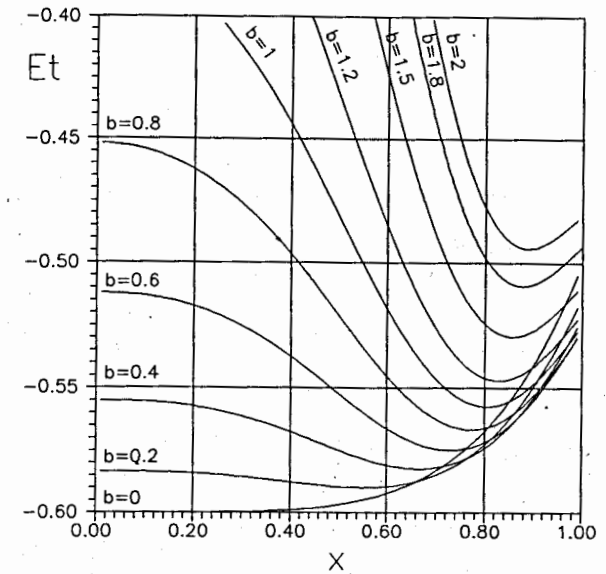


Рис.1 Зависимость полной энергии космического тела от отношения $x = R_1/R_0$ при различных величинах параметра b . Видно, что при $b > 0.2$ возникновение электрической поляризации становится энергетически выгодно

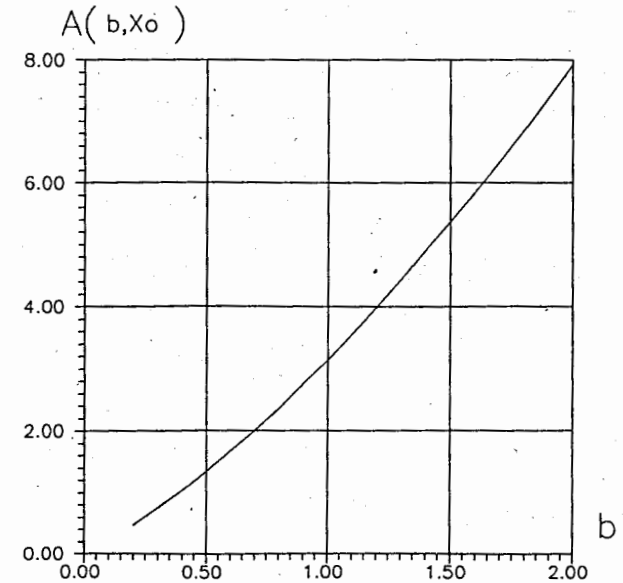


Рис.2
11

Однако при $b \geq 0.2$ на зависимостях $\mathcal{E}_i(x)$ появляется минимум.

Для того чтобы определить неизвестный пока параметр b , воспользуемся равенствами (9), (14) и (26). Обозначим

$$\frac{GM^2}{KV_0R_0} = A(b, X_0) ; V_0 = 4\pi/3R_0^3. \quad (33)$$

При этом следует учесть, что в равновесии космическое тело при данном b будет иметь параметр x , соответствующий минимуму энергии. Обозначим это значение X_0 и в результате подстановки получим:

$$A(b, X_0) = \frac{b(1 + bX_0^3)^2}{X_0^2b(1 - X_0) + (1 - X_0^2)/2 + X_0^2(1 + b)^2/6}. \quad (34)$$

График этой функции показан на рис.2.

Величины M , R_0 и K нам известны как начальные условия задачи. Подставляя их значения в (33) и используя рис.2, можем определить значение b , соответствующее рассматриваемому космическому телу, и из кривых на рис.1 найти значение $X_0 = R_1/R_0$ в минимуме кривой полной энергии \mathcal{E}_i .

Неравенство $b \geq 0.2$ означает, что поляризация возникает, если масса тела достаточно велика. Учитывая, что значению $b = 0.2$ соответствует $X_0 = 0.55$, из (34) получаем $A_{min} = 0.48$ или

$$M_{min} = \left(\frac{A_{min}K}{G\gamma_0^{4/3}(4\pi/3)^{1/3}} \right)^{3/2}. \quad (35)$$

Для космических тел с меньшей массой при данной плотности и упругости вещества существование электрической поляризации энергетически невыгодно.

Важно, что никакого ограничения сверху на массу для существования устойчивого состояния в этой модели, по-видимому, нет. Согласно ей, для космического тела сколь угодно большой массы при нулевой температуре существует устойчивое состояние с конечным радиусом. Т.е. сценарий вынужденного коллапса при выгорании горючего внутри достаточно больших космических тел данная модель исключает.

6. Некоторые выводы

Полученное решение показывает, что для космических тел достаточно большой массы энергетически выгодно перейти в состояние, при котором центральная область тела приобретет радиально направленную электрическую поляризацию такой величины, что ее действие полностью компенсирует действие тяготения в этой области. Хотя необходимая для этого плотность заряда ничтожна, из-за огромных размеров самой области напряженность поля около ее границы может оказаться порядка внутриатомной. Само существование такой огромной напряженности электрического поля в макроскопическом объеме, на первый взгляд, кажется совершенно невозможным из-за большой электропроводности вещества космических тел и большого времени их существования. Здесь важно еще раз подчеркнуть, что электрически поляризованному состоянию соответствует минимум энергии. Это означает, что электрические носители в веществе находятся в ра-

вновесии и на них действует кроме электрической еще сила, связанная с градиентом химического потенциала. В результате они не могут "закоротить" существующую разность потенциалов. При этом они должны были бы вывести систему из минимума энергии. Поэтому присутствие носителей не может помешать возникновению поляризованного состояния и долговременному его существованию.

В соответствии с полученным решением за базовое состояние космического тела должна быть принята модель, при которой внутренняя область тела электрически заряжена и имеет постоянную плотность в несколько раз большую, чем поверхностная область космического тела.

Конечно, такая структура очень схематична. Она совершенно не учитывает изменение температуры и химического состава вдоль радиуса, а значит, она игнорирует связанное с ними изменение плотности и упругости. Эта модель может быть принята лишь как грубое, нулевое приближение для реального описания космических тел. Тем не менее интересно сравнить, насколько даваемая этой моделью схема согласуется с внутренним строением Земли, которое хорошо изучено. Важно, что при этом модель фактически не имеет свободных подгоночных параметров. Действительно, масса и радиус Земли определены однозначно. Определенный произвол существует только в выборе модуля всестороннего сжатия вещества, и в этом смысле он является единственным не строго фиксированным параметром. В соответствии с результатами

геофизических измерений [2] будем считать $K = 6.5 \cdot 10^{11}$ дин/см². Это позволяет из (33) и по графикам на рис.1 и рис.2 определить параметры решения: $A = 5.3$, $b = 1.5$, $X_0 = 0.86$ и, таким образом, найти радиус R_1 , плотности γ_0 и γ_1 , момент инерции тела и его магнитный момент. Подстановка численных значений дает картину, согласно которой внутри Земли в области, простирающейся от центра примерно до 5.5 тыс.км, плотность вещества $\gamma_1 \cong 7$ г/см, далее скачком плотность упадет в 2.5 раза до 2.8 г/см³. Это последнее значение находится в полном согласии с данными геофизических измерений. Согласно геофизическим данным скачок плотности примерно в 2 раза внутри Земли наблюдается на границе между ядром и мантией, т.е. примерно на половине радиуса Земли.

Вычисление момента инерции Земли дает величину, превышающую наблюдаемое значение примерно в 1.05 раза.

Однако самое важное, на наш взгляд, то, что существование внутри Земли электрически поляризованной области ведет к возникновению у нее магнитного момента M . Так как угловая скорость вращения Земли $\Omega \cong 7 \cdot 10^{-5}$ с⁻¹, получаем

$$M = \frac{2G^{1/2}}{15c} \gamma_0 \Omega \frac{4\pi}{3} R_0^5 (b+1) X_0^5 \cong 1.23 \cdot 10^{26} \text{ Гс/см}^3, \quad (36)$$

что составляет примерно 3/2 от наблюдаемой величины, которая есть $8.05 \cdot 10^{25}$ Гс/см³.

Значение минимальной массы из (35) при выбранном модуле упругости составит

$$M_{min} = 6.2 \cdot 10^{26} \text{ г.} \quad (37)$$

Другое замечательное следствие рассмотренной модели — возможность обосновать линейную зависимость магнитных моментов космических тел от их моментов вращения. Такая линейная зависимость, или, другими словами, постоянство гироманнитного отношения, реально наблюдается для всех космических тел, для которых сегодня известны магнитные моменты и моменты вращения (рис.3), и она не имеет никакого объяснения в рамках гидродинамической модели, обычно используемой для описания магнитных полей космических тел. Постоянство гироманнитного отношения характеризует как планеты и их спутники, так и звезды и даже пульсары. “Выпадает” только Луна, что в свете нашей модели вполне естественно, т.к. ее масса меньше M_{min} .

В соответствии с выше проведенными расчетами, гироманнитное отношение

$$\vartheta = \frac{G^{1/2}}{3c} \left\{ 1 - \frac{1 - x_0^5}{1 + bX_0^5} \right\} \quad (38)$$

должно быть несколько различным для каждого тела, но по порядку величины выражение в скобках в этой формуле близко к 1. Поэтому приближенно

$$\begin{aligned} \vartheta &\cong \frac{G^{1/2}}{3c} \cong 2.88 \cdot 10^{-15} (\text{см/г})^{1/2}, \\ \lg \vartheta &\cong -14.54. \end{aligned} \quad (39)$$

На рис.3 эта зависимость показана штрихпунктирной линией. На этом же рисунке приведены наблюдаемые значения магнитных моментов в зависимости от моментов вращения для всех космических объектов, для которых они известны.

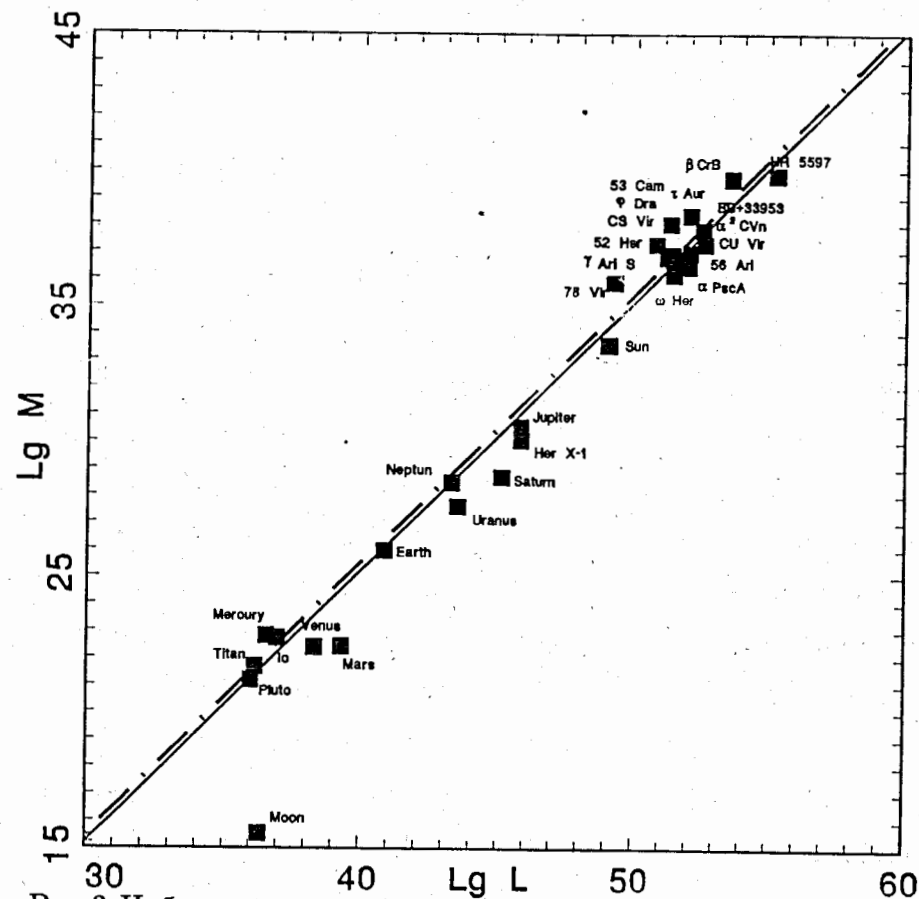


Рис.3 Наблюдаемые значения магнитных моментов космических тел в зависимости от их угловых моментов.

Данные приведены в логарифмическом масштабе. По оси ординат — логарифм магнитного момента, отнесенного к Гс·см³; по оси абсцисс — логарифм углового момента вращения, отнесенного к эрг·с.

Штрихпунктирная линия — результат расчета по формуле (39), сплошная линия — результат фитирования по наблюдаемым значениям

Фитирование наблюдаемых данных по методу наименьших квадратов дает

$$lg\vartheta = -(14.82 \pm 0.87), \quad (40)$$

что удовлетворительно согласуется с (39). Сплошная линия на рис.3 соответствует равенству (40).

Следует отметить, что согласно проведенному рассмотрению минимуму полной энергии тела может соответствовать любой знак электрической поляризации вещества. Это совпадает с наблюдениями в том смысле, что у различных космических объектов наблюдаются магнитные моменты разных знаков, и закономерности в этом не известно. С другой стороны, знак магнитного момента может изменяться за счет действия механизма динамо, который рассмотренный механизм не отменяет. Механизм поляризации должен нести ответственность за возникновение основного магнитного поля космических объектов. Детальная структура и временная зависимость магнитных полей могут быть объяснены действием динамо, для которого основное поле служит затравочным.

Автор выражает глубокую благодарность Л.А.Максимову за полезные обсуждения и уточнение описанной модели и расчетов.

Литература

- [1] Vasiliev B. V., Nuovo Cimento, v.110, N12, (1995), 1381-1389.
- [2] В.Н.Жарков, "Внутреннее строение Земли и планет", Москва, Наука, 1983.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 июля 1996 года.

Васильев Б.В.

P17-96-279

Почему внутри космических тел может возникнуть спонтанная электрическая поляризация?

Показано, что космическому телу под воздействием собственного гравитационного поля энергетически выгодно приобрести электрическую поляризацию, если масса этого тела достаточно велика. Этот эффект объясняет возникновение магнитных полей у космических объектов и их зависимость от моментов вращения.

Работа выполнена в Институте физико-технических проблем, Дубна.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1996

Перевод автора

Vasiliev B.V.

P17-96-279

Why Can Spontaneous Electric Polarization Arise inside Cosmic Bodies?

It has been shown that for a cosmic body under the effect of its own gravitational field it is energetically efficient to obtain an electric polarization if the mass of the body is large enough. This effect explains the appearance of magnetic moments of cosmic bodies and their dependence on the angular momenta.

The investigation has been performed at the Institute in Physical-Technical Problems, Dubna.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1996