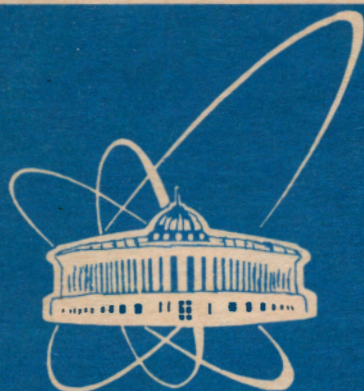


95-87



СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P17-95-87

В.Ю.Беззаботнов, В.В.Нитц, С.А.Олейник

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ
ВОЛНЫ И СОЛИТОНЫ
В ОДНООСНОМ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ
ПРИ СПИН-ФЛОП-ПЕРЕХОДЕ

1995

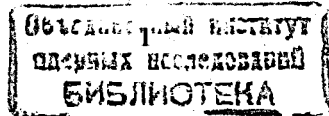
Введение

Удивительная ситуация сложилась с солитонами в конденсированных средах. Так называемые топологические солитоны, примером которых являются доменные стенки, были хорошо известны и наблюдались задолго до того, как их конфигурация была описана теоретически. Но солитон динамического типа (пространственно локализованное возбуждение, удовлетворяющее волновому уравнению движения, которое окружено средой, находящейся в однофазном состоянии) до сих пор является экзотическим объектом. За несколько последних десятилетий опубликовано очень большое количество работ, посвященных теоретическому анализу решений дифференциальных нелинейных уравнений, описывающих колебательные процессы в конденсированных средах, в том числе и локализованные возбуждения в магнитоупорядоченных системах (см., например, обзор^{1/1}). Но пока нельзя с уверенностью считать магнитные солитоны (далее имеются в виду солитоны динамического типа) доступными для наблюдения в эксперименте. Как правило, в других областях физики солитонные модели используются для описания уже известных, наблюдаемых объектов. Магнитные солитоны в магнитоупорядоченных веществах получены теоретически для различных конкретных случаев, но до сих пор нет хоть сколько-нибудь достоверных сведений о наблюдении динамических солитонов в таких системах или о проявлении их в каких-либо процессах.

Связано это, прежде всего, с тем, что в обычных условиях энергия солитонных возбуждений велика. Поэтому вероятность их спонтанного образования ничтожно мала, и образованы они могут лишь каким-нибудь специфическим, пока не ясным способом внешнего воздействия.

В этом отношении фазовый переход первого рода представляет собой, возможно, уникальную ситуацию, в которой появляется надежда на возможность регистрации и экспериментального изучения солитонов^{2,3/}. При таком переходе энергия волновых возбуждений с большими амплитудами, в том числе и солитонов, аномально уменьшается вблизи точек лабильности, т.е. границ метастабильности фазовых состояний. Поэтому представляется интересным рассмотреть характеристики солитонов в этих областях для различных случаев магнитных фазовых переходов первого рода. Так как фазовое состояние около своей точки лабильности является неустойчивым относительно перестройки в другое, стабильное состояние, имеются в виду фазовые переходы, которые индуцируются достаточно быстрым изменением магнитного поля.

Поведение намагниченностей подрешеток для магнитоупорядоченного кристалла в общем случае описывается нелинейным уравнением типа Ландау-Лифшица в широком диапазоне состояний кристалла. Для некоторых случаев найдены решения этого уравнения, в том числе и солитонные. Но аналитическое рассмотрение решений точного уравнения Ландау-Лифшица обычно не позволяет продвинуться существенно в анализе этих решений. Вблизи точек лабильности задача значительно упрощается. В



этом случае векторное уравнение Ландау-Лифшица в ряде конкретных задач может быть приведено к приближенному скалярному уравнению, отличающемуся от обычных линейных уравнений, описывающих спиновые волны, лишь наличием дополнительных членов разложения по степеням какой-либо компоненты намагниченности подрешеток.

В данной работе рассмотрен антиферромагнетик с одноосной анизотропией в магнитном поле, параллельном оси анизотропии. Такая модель в общем случае, т.е. на основе уравнения Ландау-Лифшица, уже была проанализирована в работе^{1A}, где рассмотрены 180°- и 190°-доменные границы и представлено общее соотношение, описывающее конфигурацию квазиодномерного солитона динамического типа в широком диапазоне отклонений вектора антиферромагнетизма от оси анизотропии. Здесь, в отличие от анализа^{1A}, отклонение вектора антиферромагнетизма l от исходного направления, совпадающего с осью анизотропии, предполагается достаточно малым для справедливости разложения эффективного потенциала по степеням одного параметра, характеризующего колебания.

В первой части выведено уравнение для описания нелинейных возбуждений, возможных при спин-флоп-переходе в одноосном антиферромагнетике. Далее рассмотрены решения этого уравнения - периодические модулированные волны прецессии в антиферромагнетике и, как предельный случай их, квазиодномерные магнитные солитоны. В следующей части проанализированы сферические солитоны и зависимость их характеристик от величины магнитного поля и параметров анизотропии кристалла. Затем приведены условия для устойчивости сферического солитона относительно распада на свободные магноны и рассмотрено изменение солитона, обусловленное диссипацией энергии и изменением внешнего магнитного поля. И наконец, обсуждаются экспериментальные возможности для обнаружения и исследования сферических магнитных солитонов.

1. Эффективное уравнение

Для анализа длинноволновых возбуждений в антиферромагнетике с одноосной анизотропией будем использовать выражение для полной макроскопической энергии в виде:

$$W = 2M_0 \int \left\{ -\frac{A}{2} |l|^2 + \frac{B}{2} |m|^2 + \frac{C}{2} (lm)^2 + \frac{K_1}{2} (l_x^2 + l_y^2)^2 + \frac{K_2}{4} (l_x^2 + l_y^2)^2 - m_z H + \frac{\alpha}{2} \left[\left(\frac{\partial l}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial Y} \right)^2 \right] + \frac{\alpha_z}{2} \left(\frac{\partial l}{\partial Z} \right)^2 \right\} dXdYdZ, \quad (1)$$

где внешнее магнитное поле H направлено по оси анизотропии Z ; m и l - безразмерные векторы ферро- и антиферромагнетизма, причем абсолютная величина вектора l при $H = 0$ равна единице; M_0 - намагниченность каждой из двух подрешеток. Уравнения Ландау-Лифшица для векторов m и l с учетом диссипации энергии:

$$\frac{M_0 \hbar}{\mu_B} \frac{\partial l}{\partial \tau} = m \times \frac{\delta W}{\delta l} + l \times \frac{\delta W}{\delta m} + \Gamma \frac{M_0 \hbar}{\mu_B} \left(m \times \frac{\partial l}{\partial \tau} + l \times \frac{\partial m}{\partial \tau} \right), \quad (2)$$

$$\frac{M_0 \hbar}{\mu_B} \frac{\partial m}{\partial \tau} = m \times \frac{\delta W}{\delta m} + l \times \frac{\delta W}{\delta l} + \Gamma \frac{M_0 \hbar}{\mu_B} \left(m \times \frac{\partial m}{\partial \tau} + l \times \frac{\partial l}{\partial \tau} \right). \quad (3)$$

Из (1) - (3) получаем уравнения для $l_{\perp} = l_x + il_y$, $m_{\perp} = m_x + im_y$, l_z , m_z (в дальнейшем индекс \perp опускаем):

$$i \frac{\partial l}{\partial \tau} = k_1^{-0.5} (l_z m - m_z l) + (k_1 + k_2 |l|^2) m_z l + hl + (m \Delta l_z - m_z \Delta l), \quad (4)$$

$$i \frac{\partial m}{\partial \tau} = (k_1 + k_2 |l|^2) l_z l + hm - l_z \Delta l + \Gamma l \frac{\partial l}{\partial \tau}. \quad (5)$$

В (4) и (5) производится дифференцирование по безразмерному времени $\tau = 2\mu_B (K_1(A+B))^{0.5} \hbar^{-1} t$ и безразмерным координатам $x = K_1^{0.5} \alpha^{-0.5} X$, $y = K_1^{0.5} \alpha^{-0.5} Y$, $z = K_1^{0.5} \alpha_z^{-0.5} Z$; $h = H(A+B)^{-0.5} K_1^{-0.5}$, $k_1 = K_1/(A+B)$, $k_2 = K_2/(A+B)$. Учитываем только наиболее значительный диссипативный член. Принимая во внимание, что $k_1, k_2 \ll 1$, а для длинноволновых малоамплитудных колебаний $k_1^{0.5} |\Delta l| \ll |l|$, $k_1^{0.5} \ll |\Delta l_z|$, из (4) получаем

$$m \equiv ik_1^{0.5} \frac{\partial l}{\partial \tau} + m_z l - k_1^{0.5} hl \quad (6)$$

(в соотношении (6) величина l_z заменена единицей). Величину m_z в (6) можно заменить ее постоянной составляющей $m_{z0} = H/(C+B)$, получаемой из условия $\delta W / \delta m_z = 0$ без учета неоднородности, т.е. пренебречь изменением m_z :

$$\frac{\partial m_z}{\partial \tau} = i \frac{k_1^{0.5}}{2} (l \Delta l^* - l^* \Delta l), \text{ следующим из (1), (2), (3). В результате имеем:}$$

$$m \equiv k_1^{0.5} \left(i \frac{\partial l}{\partial \tau} - \frac{C-A}{C+B} hl \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial m}{\partial \tau} \equiv k_1^{0.5} \left(i \frac{\partial^2 l}{\partial \tau^2} - \frac{C-A}{C+B} h \frac{\partial l}{\partial \tau} - \frac{C-A}{C+B} l \frac{dh}{d\tau} \right). \quad (8)$$

Подставляя (7) и (8) в (5) и учитывая при этом, что $l_z = 1 - \frac{1}{2} |l|^2$, $l_z |\Delta l| \gg |\Delta l_z|$,

получаем уравнение для l :

$$\Delta l - \frac{\partial^2 l}{\partial \tau^2} - ih(2 - \varepsilon) \frac{\partial l}{\partial \tau} = (1 - h^2 + \varepsilon h^2) l - g |l|^2 l + i \frac{dh}{d\tau} l + \gamma \frac{\partial l}{\partial \tau}, \quad (9)$$

где $\gamma = \Gamma(A+B)^{0.5} K_1^{-0.5}$, $g = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2k_2}{k_1} \right)$, $\varepsilon = (A+B)/(C+B) = \chi_1 / \chi_{\perp} \ll 1$

Лагранжиан, соответствующий уравнению (9) при $h = const$, $\gamma = 0$, имеет вид

$$L(r, \tau) = \frac{ih}{2} \left(1 - \varepsilon \right) \left(l \frac{\partial^*}{\partial \tau} - l^* \frac{\partial}{\partial \tau} \right) + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial l}{\partial \tau} \right|^2 - \frac{1}{2} |\nabla l|^2 - \frac{1 - h^2 + \varepsilon h^2}{2} |l|^2 + \frac{1}{4} |l|^4. \quad (10)$$

Соответственно, получаем следующие инварианты уравнения: плотность эффективного момента:

$$m(r, \tau) = h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) |l|^2 + \frac{i}{2} \left(l \frac{\partial^*}{\partial \tau} - l^* \frac{\partial}{\partial \tau} \right), \quad (11)$$

плотность энергии:

$$e(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1-h^2+eh^2}{2} |l|^2 - \frac{1}{4} g |l|^4 + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial l}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{1}{2} |\nabla l|^2 \quad (12)$$

и плотность импульса:

$$p(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1}{2} \left(\nabla l \frac{\partial l^*}{\partial \tau} + \nabla l^* \frac{\partial l}{\partial \tau} \right) - i \frac{h}{2} \left(l - \frac{\varepsilon}{2} \right) (\nabla l^* - \nabla l^* l). \quad (13)$$

Решения уравнения (9) имеют вид

$$l(\mathbf{r}, \tau) = q(\mathbf{r}, \tau) \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega\tau), \quad (14)$$

где \mathbf{k} - волновой вектор распространения возбуждения, параллельный оси ξ , вообще говоря, произвольно направленной.

Ограничиваясь пока движением в постоянном магнитном поле без диссипации энергии, после подстановки (14) в уравнение (9) получаем

$$\Delta q - \frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} = \left[1 - (\omega - h)^2 + \kappa^2 - \varepsilon(\omega - h)h \right] q - gq^3, \quad (15)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \frac{-2\kappa}{2(\omega - h) + \varepsilon h} \frac{\partial q}{\partial \xi}. \quad (16)$$

Зависимость q от координат и времени выражается в виде

$$q = q \left(x_1 = \frac{\xi - v\tau}{\sqrt{1-v^2}}, y_1, z_1 \right), \quad (17)$$

где (x_1, y_1, z_1) - декартова система координат, связанная с движущимся возбуждением, ось x_1 которой направлена по ξ . Соответственно, плотности момента, энергии и импульса:

$$m(\mathbf{r}, \tau) = - \left[\omega - h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right] q^2, \quad (18)$$

$$e(\mathbf{r}, \tau) = \frac{1-h^2+eh^2+\omega^2+\kappa^2}{2} q^2 - \frac{g}{4} q^4 + \frac{1}{2} |\nabla_1 q|^2 + \frac{v^2}{1-v^2} \left(\frac{\partial q}{\partial x_1} \right)^2, \quad (19)$$

$$p(\mathbf{r}, \tau) = \left[\omega - h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \right]^2 q^2 v \mathbf{i} + \frac{\partial q}{\partial x_1} \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \frac{\partial q}{\partial x_1} \mathbf{i} + \frac{\partial q}{\partial y_1} \mathbf{j} + \frac{\partial q}{\partial z_1} \mathbf{k} \right), \quad (20)$$

где $\nabla_1 q$ - градиент в системе координат (x_1, y_1, z_1) ; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ - единичные векторы в этой системе. При этом скорость:

$$v = \frac{\kappa}{\omega - h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right)}. \quad (21)$$

Изменением масштаба $\mathbf{r}_2 = \sqrt{1 - (\omega - h)^2 + \kappa^2 - \varepsilon(\omega - h)h} \mathbf{r}_1$ и введением обозначения

$$Q = \sqrt{\frac{g}{1 - (\omega - h)^2 + \kappa^2 - \varepsilon(\omega - h)h}} q \quad \text{уравнение (15) приводится к виду} \\ \Delta_2 Q = Q(1 - Q^2). \quad (22)$$

2. Периодические модулированные волны и плоские солитоны

В случае $\Delta q = \frac{\partial^2 q}{\partial \xi^2}$ при $v^2 < 1$ периодическими решениями уравнения (15)

являются cn и dn - эллиптические функции. Соответственно, имеем два вида модулированных волн прецессии вектора антиферромагнетизма:

$$l_{cn} = b \operatorname{cn} \left[\sqrt{\frac{g(b^2 - a^2)}{2(1-v^2)}} (\xi - v\tau), \frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}} \right] e^{i(\kappa\xi - \omega\tau)} \quad (a^2 \leq 0 \leq b^2), \quad (23)$$

$$l_{dn} = b \operatorname{dn} \left[\sqrt{\frac{g}{2(1-v^2)}} b(\xi - v\tau), \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b} \right] e^{i(\kappa\xi - \omega\tau)} \quad (0 \leq a^2 \leq b^2). \quad (24)$$

Решение уравнения (15) при $|M| > 1$: sn - эллиптическая функция Якоби - неприменимо к обсуждаемой магнитной системе, т.к. связано с большой амплитудой прецессии или с большим градиентом изменения этой амплитуды в модулированной волне.

Волновые возбуждения (23), (24) - трехпараметрические. Если в качестве параметров выбраны значения (a, b, κ) , то v и ω определяются из соотношения (21) и общего для волн дисперсионного соотношения:

$$\omega = h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \pm \sqrt{1 - \frac{g}{2} (a^2 + b^2) + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2 + \kappa^2}. \quad (25)$$

Четвертой характеристикой каждой волны является знак (+ или -) в дисперсионном соотношении; при этом соответствующие групповые скорости $v = d\omega/d\kappa$ при данном κ равны по величине, но противоположны по знаку.

Амплитуда прецессии в cn -волне изменяется симметричным образом между $(-b)$ и b , а в dn -волне изменяется между a и b , оставаясь положительной. Гармонические (немодулированные) спиновые волны являются частным случаем волн (24) при $a = b$; при этом $l_{dn} = b$.

В частном, предельном случае $a = 0$ периоды модуляции cn - и dn -волн обращаются в бесконечность, а возбуждения приобретают вид одиночной плоской волны - одномерного солитона:

$$l_{pl} = b \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{2}{g(1-v^2)}} b(\xi - v\tau) \right] e^{i(\kappa\xi - \omega\tau)}. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (18), (19) и (20) и интегрируя по оси ξ , получаем энергию, импульс и момент солитона, отнесенные к единице его площади (для упрощения выражений принимаем в данном случае $\alpha_z = \alpha$, $\varepsilon = 0$):

$$E_{pl} = \frac{8M_0 \sqrt{\alpha K_1} \sqrt{1 - (\omega - h)^2 (1 - v^2)}}{3gV_0 \sqrt{1 - v^2}} \left[1 - 2(\omega - h)^2 (1 - v^2) + 3h(\omega - h)(1 - v^2) \right], \quad (27)$$

$$P_{pl} = \frac{8M_0 \sqrt{\alpha K_1} \sqrt{1 - (\omega - h)^2 (1 - v^2)}}{3gV_0 \sqrt{1 - v^2}} \left[1 + 2(\omega - h)^2 (1 - v^2) \right] v, \quad (28)$$

$$M_{pl} = \frac{-8M_0 \sqrt{\alpha} \sqrt{1 - (\omega - h)^2 (1 - v^2)}}{g\sqrt{A + B}} (\omega - h) \sqrt{1 - v^2}. \quad (29)$$

Здесь величина V_0 имеет смысл максимальной скорости и зависит от направления в кристалле: вдоль оси z скорость $V_0 = 2\mu_B \hbar^{-1} \sqrt{\alpha_z(A + B)}$; а в направлениях, перпендикулярных этой оси, $V_0 = 2\mu_B \hbar^{-1} \sqrt{\alpha(A + B)}$. Безразмерная скорость $v = V/V_0$. Впрочем, при значениях V , сравнимых с V_0 , все представленные выражения имеют лишь формальный характер, т.к. при увеличении V уменьшается размер солитона (в системе координат (X, Y, Z)), соответственно увеличивается градиент изменения l и, следовательно, при значениях v , близких к 1 , становится неприменимой рассматриваемая модель.

Двум корням дисперсионного соотношения (25) соответствуют солитоны с противоположными знаками моментов. В случае $h < 1$, $M_{pl} > 0$ (т.е. при $(\omega - h) < 0$)

при амплитуде $b = \sqrt{\frac{2}{g} [1 - h^2 (1 - v^2)]}$ энергия принимает максимальное значение, равное

$$E_{pmax} = \frac{8M_0 \sqrt{\alpha K_1} \sqrt{1 - h^2 (1 - v^2)}}{3g\sqrt{1 - v^2}} \left[1 + h^2 (1 - v^2) \right] \quad (30)$$

(при заданной величине скорости v). Причем в точке максимума $\omega = 0$, т.е. при этом частота прецессии изменяет знак. На рис.1 приведена зависимость энергии такого солитона от амплитуды b для ряда значений магнитного поля (при $v = 0, \varepsilon = 0$).

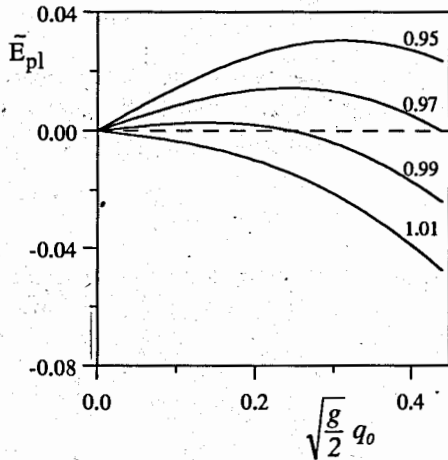


Рис.1. Зависимость энергии квази-одномерного солитона от амплитуды при указанных значениях поля h .

$$\tilde{E}_{pl} = \frac{3g}{8M_0 \sqrt{\alpha K_1}} E_{pl}.$$

Значению $M_{pl} < 0$ (при этом $(\omega - h) > 0$) соответствует солитон с магнитным моментом, антипараллельным относительно поля. Энергия этого солитона положительна при любых значениях поля и амплитуды.

3. Сферические солитоны

Для сферически симметричных решений уравнение (23) имеет вид

$$\frac{d^2 Q}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{dQ}{d\rho} = Q(1 - Q^2), \quad (31)$$

где $\rho = \sqrt{1 - (\omega - h)^2 + \kappa^2 - \varepsilon(\omega - h)h} |r_l|$.

На рис.2 и 3 показано несколько собственных решений уравнения (31) при граничных условиях

$$Q(\rho = 0) = Q_n \neq 0, \quad \frac{dQ}{d\rho}(\rho = 0) = 0, \quad Q(\rho \rightarrow \infty) = 0. \quad (32)$$

Собственные значения уравнения (31) равны: $Q_1 = 4.33738775$, $Q_2 = 14.103448$, $Q_3 = 29.12766117$, $Q_4 = 49.36667537$, ... (численные решения уравнения (31) впервые были получены в работе^{15/}). Значению Q_1 соответствует самое простое решение, не имеющее корней, значению Q_2 - решение с одним корнем, т.е. солитон, содержащий "ядро" и "оболочку", прецессирующие в противофазе, и т.д.

Таким образом, решение, соответствующее солитону, имеет вид

$$l_s = \sqrt{\frac{1}{g} [1 - (\omega - h)^2 - \varepsilon(\omega - h)h + \kappa^2]} Q(\rho) e^{i(\kappa\xi - \omega\tau)}. \quad (33)$$

Эффективный радиус солитона

$$r_s = \left[1 - (\omega - h)^2 - \varepsilon(\omega - h)h + \kappa^2 \right]^{-0.5} \quad (34)$$

обратно пропорционален его амплитуде.

Обозначив амплитуду солитона как q_{s0} , можно записать дисперсионное соотношение для сферических солитонов:

$$\omega = h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \pm \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2 \right) - \frac{g}{Q_n^2} q_{s0}^2 + \kappa^2}. \quad (35)$$

Неподвижный солитон ($\kappa = 0$) является сферическим только при $\alpha_z = \alpha$. При движении солитон "сжимается" с коэффициентом $\sqrt{1 - v^2}$ в направлении движения.

Интегрируя выражения (18), (19) и (20) по объему и переходя к зависимостям от амплитуды и скорости, получаем момент, энергию и импульс сферического солитона,

соответственно (введено обозначение $A_s = \frac{\sqrt{g}}{Q_n} q_{s0}$):

$$M_{sn} = \frac{\pm 8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_z} I_n}{K_1 g \sqrt{A + B} A_s} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2 \right) - A_s^2}, \quad (36)$$

$$E_{sn} = \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_z} I_n}{g \sqrt{K_1} \sqrt{1 - v^2} A_s} \left[\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2 \right) \mp h \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) \sqrt{1 - v^2} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2 \right) - A_s^2} \right], \quad (37)$$

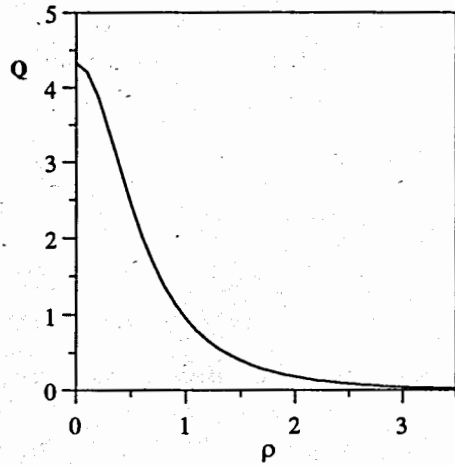


Рис.2. Конфигурация сферического солитона первого порядка ($n = 1$).

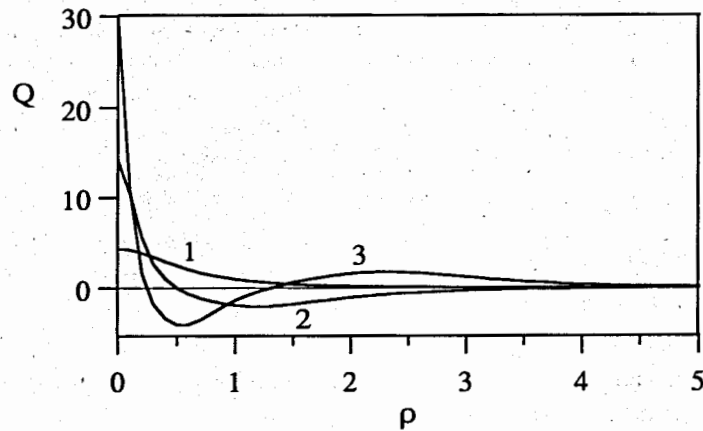


Рис.3. Конфигурации сферических солитонов при $n = 1, 2, 3$.

$$P_{sn} = \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_2} I_n v}{8\sqrt{K_1} V_0 \sqrt{1-v^2} A_s} \left[\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2\right) \pm \frac{1}{2} \varepsilon h \sqrt{1-v^2} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2\right) - A_s^2} \right]. \quad (38)$$

Здесь $I_n = \int_0^\infty \rho^2 Q^2(\rho) d\rho$ - значения интегралов для соответствующих собственных решений уравнения (31): $I_1 = 1.503796$, $I_2 = 9.468312$, $I_3 = 28.713877$, $I_4 = 64.011677$. При получении выражений (36), (37) и (38) использованы соотношения, соответствующие уравнению (31) и граничным условиям (32):

$$\int \rho^2 Q^4(\rho) d\rho = 4 \int \rho^2 Q^2(\rho) d\rho, \quad (39)$$

$$\int \rho^2 \left(\frac{dQ}{d\rho}\right)^2 d\rho = 3 \int \rho^2 Q^2(\rho) d\rho. \quad (40)$$

Двум типам солитонов соответствуют двойные знаки в выражениях (36)-(38). Из (37) следует, что в отличие от плоских солитонов образование сферических солитонов имеет пороговый характер. Энергия солитонов с положительным моментом ($M_{sn} > 0$) минимальна при амплитуде

$$q_{s0} = Q_n \sqrt{\frac{1}{g} \left[\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2\right) - h^2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 (1-v^2) \right]} \quad (41)$$

(для заданной величины скорости) и равна при этом

$$E_{sn \min} = \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_2} I_n}{\sqrt{K_1} g \sqrt{1-v^2}} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{4} \varepsilon^2 h^2\right) - h^2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 (1-v^2)}. \quad (42)$$

При значении поля h , превышающем некоторое значение, близкое к 1, энергия солитонов (в случае $M_{sn} > 0$) становится отрицательной при любой амплитуде. На рис.4 приведена зависимость энергии E_{s1} от амплитуды для солитонов с положительным моментом при нескольких значениях магнитного поля в случае $P_{s1} = 0$ (при этом пренебрегалось величиной $\varepsilon = \chi_1/\chi_1$). Энергия солитонов с $M_{sn} < 0$ велика при любом значении поля, и поэтому они не представляют практического интереса.

Отметим, что для рассмотренных солитонов, плоских и сферических, выполняется соотношение между тремя интегралами движения:

$$E_s = \frac{P_s V_0^2}{V} - H M_s. \quad (43)$$

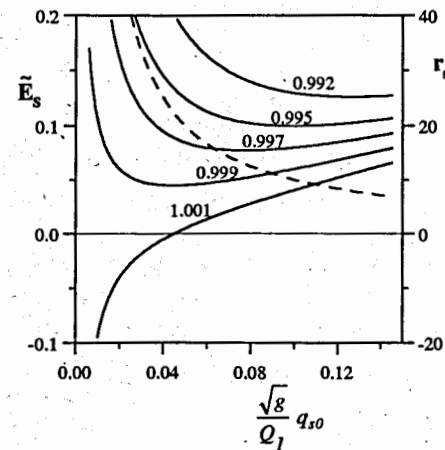


Рис.4. Зависимости энергии сферического солитона от амплитуды при указанных значениях величины h .

$\bar{E}_s = \frac{8\sqrt{K_1}}{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_2} I_1} E_s$. Пунктирной линией показана зависимость эффективного радиуса r_s солитона от амплитуды.

Для сферического солитона с точностью до V^2 выполняется и следующее соотношение (в данном случае для некоторого упрощения записи пренебрегаем величиной ε):

$$E_s = \mathcal{M}_0 V_0^2 + \frac{P_s^2}{2\mathcal{M}_0} - \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_z} I_n (1 - A_s^2) V^2}{g \sqrt{K_1} V_0^2 A_s^3} \frac{V^2}{2}, \quad (44)$$

$$\text{где } \mathcal{M}_0 = \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_z} I_n}{g \sqrt{K_1} V_0^2 A_s}, \quad (45)$$

- эффективная масса "покоя" солитона. Третий член справа является поправкой, учитывающей изменение массы солитона, связанное со "сжатием" его при движении.

Соотношения, аналогичные (44) и (45), получаются и для плоских солитонов.

Таким образом, солитон может рассматриваться как частица, обладающая массой покоя \mathcal{M}_0 , с магнитным моментом M_s и импульсом P_s , движущаяся во внешнем магнитном поле:

4. Условие устойчивости солитона и поведение солитона при диссипации энергии и изменении магнитного поля

Не имея здесь достаточных возможностей для анализа такого важного в теоретическом и экспериментальном отношении вопроса, как время жизни солитонов, ограничимся только результатами рассмотрения устойчивости сферического солитона относительно самопроизвольного распада на гармонические спиновые волны (см. описание процедуры такого анализа, например, в книге¹¹). Представляя солитон как

комплекс связанных магнонов, число которых равно $N = \frac{M_s}{2\mu_B}$, и сравнивая энергию

E_s солитона (выражение (37) при $\varepsilon = 0$) с энергией свободных магнонов $E_{mg} = N 2\mu_B \sqrt{(A+B)K_1} \omega$, получаем положительную энергию связи $(E_{mg} - E_s)$, т.е. устойчивость относительно полного распада, при выполнении условия

$$A_s < \left\{ 1 - \left[h\sqrt{1-v^2} - \sqrt{h^2(1-v^2) - 1} \right]^2 \right\}^{0.5}. \quad (46)$$

При больших значениях амплитуды энергия связи отрицательна. Если $h^2(1-v^2) < 1$, энергия связи отрицательна при любых значениях амплитуды. Не исключено, что при отрицательной энергии связи распаду препятствует потенциальный барьер.

Для рассмотрения поведения солитона при диссипации энергии и изменении магнитного поля ограничимся случаем $v = 0$, $\varepsilon = 0$. Допустим, что сферический солитон возник в момент времени $\tau = 0$ с конфигурацией, описываемой уравнением (9) без дополнительных членов $\left(i \frac{dh}{d\tau} l - \gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \right)$. Последующая конфигурация солитона

в линейном по τ приближении имеет вид

$$l(r, \tau) = q(r) \left[1 - \frac{l}{2\sqrt{1-A_s^2}} \left(\frac{dh}{d\tau} l - \gamma \omega \right) \tau \right] e^{i(\varphi_0 - \omega \tau)}. \quad (47)$$

Изменение плотности энергии и момента определяется соотношениями, соответствующими уравнению (9):

$$\frac{\partial e(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \nabla \left(\nabla l \frac{\partial^*}{\partial \tau} - \nabla l^* \frac{\partial}{\partial \tau} \right) + \frac{i}{2} \frac{dh}{d\tau} \left(l \frac{\partial^*}{\partial \tau} - l^* \frac{\partial}{\partial \tau} \right) - \gamma \left| \frac{\partial}{\partial \tau} \right|^2, \quad (48)$$

$$\frac{\partial m(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{i}{2} \nabla (l \nabla l^* - l^* \nabla l) - \frac{i}{2} \gamma \left(l \frac{\partial^*}{\partial \tau} - l^* \frac{\partial}{\partial \tau} \right) + |l|^2 \frac{dh}{d\tau}. \quad (49)$$

Соответственно, энергия и момент сферического солитона в линейном по τ приближении при $n = 1$ равны:

$$E_s = \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_z} I_1}{\sqrt{K_1} g A_s} \left[1 - h\sqrt{1-A_s^2} + \omega \left(\frac{dh}{d\tau} - \gamma \omega \right) \tau \right], \quad (50)$$

$$M_s = \frac{8\pi M_0 \alpha \sqrt{\alpha_z} I_1}{K_1 g \sqrt{A+B} A_s} \left[\sqrt{1-A_s^2} - \left(\frac{dh}{d\tau} - \gamma \omega \right) \tau \right]. \quad (51)$$

Естественно, что диссипация в любом случае приводит к уменьшению энергии солитона ($\gamma > 0$). Рассмотрим несколько случаев.

1) $\frac{dh}{d\tau} = 0$, малые значения поля.

При этом $\omega < 0$, следовательно, амплитуда возникшего солитона уменьшается, соответственно его радиус, который обратно пропорционален амплитуде, увеличивается. Солитон расплывается. Магнитный момент его уменьшается.

2) $\frac{dh}{d\tau} = 0$, $h < 1$, но величина поля близка к 1.

При $A_s < A_1 \equiv \sqrt{1-h^2}$ солитон расплывается, как в п.1. Но при $A_s > A_1$ первоначальная амплитуда увеличивается, соответственно радиус уменьшается. Солитон "сжимается". Момент его в линейном по τ приближении увеличивается.

3) $\frac{dh}{d\tau} = 0$, $h > 1$.

При этом $\omega > 0$. Поэтому амплитуда и момент солитона растут. Если $A_s < A_2 \equiv \sqrt{1-\frac{1}{h^2}}$, энергия возникшего солитона отрицательна относительно однородного состояния, диссипация энергии приводит к его росту по амплитуде и локализации, превращая таким образом солитон в домен новой фазы. В случае $A_s > A_2$ начальная энергия солитона положительна, его радиус при диссипации энергии уменьшается и он схлопывается. Следовательно, солитоны с большой начальной амплитудой не могут служить зародышами нового фазового состояния.

4) $\frac{dh}{d\tau} \neq 0$.

Амплитуда и момент уменьшаются при росте поля и увеличиваются при его уменьшении. В случае $h > 1$ при $A_s < A_2$, когда диссипация энергии способствует росту солитона и превращению его в зародыш новой фазы, увеличение магнитного поля препятствует этому процессу.

5. О возможностях экспериментального обнаружения магнитных солитонов

При значениях h , существенно меньших единицы, модулированные периодические волны и солитоны принципиально возможны, но имеют большую энергию возбуждения и поэтому едва ли могут наблюдаться экспериментально без какого-нибудь специфического способа их генерации. Поэтому практически такие нелинейные образования могут иметь отношение только к области лабильности фазового состояния, т.е. при $h \cong 1$. Периодические модулированные волны являются лишь обобщением обычных гармонических спиновых волн, и их образование вблизи границ метастабильности фазовых состояний не представляется удивительным. Наибольший интерес представляют сферические солитоны, которые топологически отличаются от всех остальных рассмотренных видов возбуждений и являются пока экзотическими в физике конденсированных сред. Актуальной является проблема не только экспериментального обнаружения таких солитонов, но и выяснения их роли в образовании зародышей новой фазы в переходах первого порядка. Наиболее доступными в экспериментальном отношении представляются солитоны первого порядка ($n = 1$). Конечно, весьма интересны сферические солитоны второго и более высокого порядка, состоящие из нескольких сферических слоев, прецессирующих в противофазе. Но их энергия по абсолютной величине, как следует из анализа, по крайней мере, в шесть раз (при $n = 2$) превышает энергию солитонов первого порядка.

По-видимому, следует рассматривать два процесса, в которых солитоны могли бы проявляться при действии магнитного поля на антиферромагнетик с одноосной анизотропией.

Первый случай это значения поля h , близкие, но не достигающие критической величины $h = 1$. При этом энергия возбуждения солитонов положительна, но аномально уменьшается при приближении к 1. Если допустить, что величина $(1 - h) = 0.01$, то при типичных значениях констант взаимодействия: $M_0 = 10^{22}$ эрг/(э·А³), $\alpha = 3 \times 10^6$ э·А², $K_1 = 10^4$ э, $g = 0.5$ энергия сферического солитона первого порядка (в соответствии с (42)) $E_{s1} = 34.5$ мэВ. При этом эффективный радиус солитона $R_s = 122$ А, а его амплитуда $q_{s0} = 0.865$. Обеспечение значения $(1 - h) = 0.01$ представляется вполне осуществимым, имея также в виду необходимую при этом однородность магнитного поля в объеме образца. Если $(1 - h) = 0.005$, то $E_{s1} = 24.5$ мэВ, $R_s = 173$ А, $q_{s0} = 0.61$. Для наблюдения таких солитонов можно использовать неупругое рассеяние нейтронов с возбуждением солитона. Если падающий пучок нейтронов монохроматический, то в спектре рассеянного пучка следует ожидать возрастание интенсивности нейтронов с энергией, меньшей значения, соответствующего пороговой энергии возбуждения солитонов. Пока остается открытым вопрос о вероятности таких возбуждений, но термодинамика этого процесса, по-видимому, доступна для теоретического анализа. Существенным препятствием для наблюдения неупругого рассеяния с возбуждением солитонов является фазовая перестройка в кристалле, которая может происходить вблизи точки лабильности за счет роста доменов спин-флор-фазы путем движения доменных

стенок. Поэтому заданное значение поля должно достигаться быстро, чтобы фазовая перестройка путем роста доменов, образовавшихся на различных неоднородностях (примесные вкрапления, границы кристаллитов, доменные стенки исходного антиферромагнитного состояния, дислокации), не произошла прежде, чем будет зафиксировано неупругое рассеяние.

Во втором случае, когда достигнутое поле h превышает критическое значение, фазовое состояние становится абсолютно неустойчивым и происходит его распад. Определяющую роль при этом играют флуктуации энергии и передача ее как другим степеням свободы магнитной подсистемы, так и колебаниям кристаллической решетке. Все, что можно сейчас с определенностью утверждать о процессе распада исходного состояния, сводится к тому, что кристалл становится при этом смесью областей с большими аномалиями в распределении величины I_{\perp} , быстро изменяющихся как по значениям I_{\perp} , так и по занимаемому ими объему. Можно лишь предположить, что в этом хаосе больших флуктуаций магнитные солитоны играют особую роль и приносят некоторый элемент упорядоченности в процесс фазовой перестройки. Спонтанно образуясь, магнитные солитоны растут и непрерывным образом превращаются в макроскопические домены нового фазового состояния. Пока не представляется возможным оценить эту роль магнитных солитонов, так как не ясна ни вероятность их образования, ни время их жизни.

Экспериментальный подход в попытке регистрации солитонов в этом случае мог бы состоять в малоугловом упругом когерентном рассеянии нейтронов. Имеется в виду регистрация нейтронов при малых отклонениях от брэгговских положений кристалла. Из-за относительно малых размеров солитонных образований угловая расходимость пучка при дифракции на них увеличивается, или увеличивается ширина распределения рассеянных нейтронов по длине волны в случае использования "белого" пучка первичных нейтронов (по времени пролета). Можно пытаться проводить измерения даже в простейшей геометрии, когда монокристалл установлен точно в брэгговское положение и детектором регистрируются все нейтроны, рассеянные от выбранной кристаллографической плоскости, включая и дифракцию от однофазного состояния образца. В этом случае выбором достаточно совершенного монокристалла следует свести к минимуму интенсивность основного рассеяния на матрице образца, чтобы на "фоне" этого рассеяния было заметно увеличение интенсивности, связанное с увеличением ширины функции дифракционного рассеяния $\Delta\lambda = \lambda_0 (d / 2R_s)$ на солитонах (λ_0 - средняя длина волны нейтронов, d - межплоскостное расстояние). При изучении пространственной конфигурации солитонов необходимо определение углового распределения рассеяния нейтронов вблизи точного брэгговского направления. Ширина этого распределения $\Delta\theta = \text{tg}\theta_0 (d / R_s)$ для рассмотренных примеров может составлять несколько градусов.

Возможно, что при попытке наблюдения дифракции на солитонах возникнут не меньшие сложности, чем при неупругом рассеянии с их возбуждением. Следует иметь в виду, что переход к спин-флор-фазе может осуществляться без образования множества флуктуирующих областей. При наличии реального отклонения внешнего поля от оси симметрии процесс перехода к конечному состоянию может представлять

собой "когерентный" поворот вектора антиферромагнетизма с диссипацией энергии (т.е. одновременный и синхронный в макроскопических объемах кристалла). Этот процесс может быть очень быстрым, и возможно, что лишь как вторичные эффекты следует рассматривать образование неоднородностей, связанное с большими флуктуациями энергии и намагниченностей, в том числе и образование магнитных солитонов. Из приведенных соображений следует, что требования к скорости возрастания внешнего поля в случае дифракционной регистрации солитонов, возникающих при распаде метастабильного состояния, могут оказаться еще более суровыми, чем при наблюдении солитонных возбуждений неупругим рассеянием нейтронов.

Следует отметить, что рассмотренными возбуждениями не исчерпываются все возможные регулярные возбуждения, описываемые уравнением движения. Например, аналогично сферическим, могут быть рассмотрены цилиндрические солитоны. Каждая из разновидностей регулярных образований имеет свою энергетическую зону, причем эти зоны перекрываются. Так что кроме проблемы экспериментального выделения процесса солитонного образования зародышей новой фазы на "фоне" общего, "когерентного" поворота вектора антиферромагнетизма, существует проблема разделения эффектов, связанных с отдельными видами нелинейных возбуждений.

6. Заключение

Рассмотренные в данной работе периодические модулированные волны и магнитные солитоны динамического типа пока не наблюдались в конденсированных средах. Возможно, фазовый переход первого рода представляет собой уникальный случай, в котором они могут быть обнаружены. Энергия таких возбуждений аномально уменьшается и, следовательно, увеличивается вероятность их образования, в области точек лабильности, в частности, при рассмотренном спин-флоп-переходе, индуцированном внешним полем. Существует принципиальная возможность возбуждения магнитных солитонов при неупругом рассеянии нейтронов. Не менее интересной была бы попытка наблюдения дифракционного рассеяния нейтронов на солитонах при распаде метастабильного состояния. Для более точных оценок экспериментальных возможностей, чем это сделано в настоящей работе, необходим дальнейший теоретический анализ процесса образования солитонных возбуждений в фазовом переходе. Видимо, в любом случае обнаружение и экспериментальное изучение этих возбуждений связано с немалыми сложностями, обусловленными, прежде всего, их малым "временем жизни" и наложением других процессов, сопровождающих фазовую перестройку.

Скорее всего, рассмотренный спин-флоп-переход не является наиболее подходящим процессом, в котором следовало бы пытаться наблюдать магнитные солитоны. Было бы интересно проанализировать случаи других магнитных фазовых переходов первого рода в магнитоупорядоченных веществах. По-видимому, принципиально возможно образование солитонов и при немагнитных переходах, например, при структурных фазовых переходах, связанных с диффузионными процессами в кристалле. Возможно, более медленные процессы релаксации при этом значительно облегчают реализацию эксперимента.

Литература

1. А.М.Косевич, Б.А.Иванов, А.С.Ковалев. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев, Наукова думка, 1988.
2. В.В.Нитц, Сообщение ОИЯИ, Р17-87-28, Дубна, 1987.
3. В.В.Нитц, Сообщение ОИЯИ, Р17-87-121, Дубна, 1987.
4. И.В.Барьяхтар, Б.А.Иванов, Физика низких температур, 5, №7, 759, 1979.
5. В.Б.Гласко, Ф.Лерюст, Я.П.Терлецкий, С.Ф.Шушурин, ЖЭТФ, 35, 459, 1958.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 февраля 1995 года.

Беззаботнов В.Ю., Нитц В.В., Олейник С.А.

P17-95-87

Нелинейные периодические волны и солитоны
в одноосном антиферромагнетике при спин-флоп-переходе

Получено эффективное уравнение, описывающее нелинейные возбуждения в магнитной подсистеме одноосного антиферромагнетика при спин-флоп-переходе, индуцированном внешним магнитным полем. Проанализированы решения этого уравнения: периодические модулированные волны, плоские и сферические солитоны динамического типа. Вероятность образования таких возбуждений аномально увеличивается в области точек лабильности. Рассмотрены экспериментальные возможности обнаружения и исследования сферических солитонов с помощью дифракционного и неупругого рассеяния нейтронов.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И.М.Франка ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Bezzabotnov V. Yu., Nietz V. V., Oleynik S. A.

P17-95-87

Nonlinear Periodic Waves and Solitons
in Uniaxial Antiferromagnets at Spin-Flop Transition

The effective equation describing nonlinear excitation in the magnetic subsystem of uniaxial antiferromagnets at the spin-flop transition, induced by an external magnetic field, is obtained. The following solutions of this equation are analyzed: periodic modulated waves and dynamic type plane and spherical solitons. The probability of their formation increases anomalously in the region of the lability point. The experimental potentialities of the detection and research of magnetic spherical solitons using diffraction and inelastic scattering of the neutrons are considered.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995