СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р17-95-352

В.Н.Минасян, Г.В.Турян[1]

О ПЛОТНОСТИ БОЗЕ-КОНДЕНСАТА ЖИДКОГО ГЕЛИЯ Не-4

[1]Национальная лаборатория альтернативных источников энергии, Денвер, США

1995

Минасян В.Н., Турян Г.В. P17-95-352

О плотности бозе-конденсата жидкого гелия He-4

На основе микроскопической теории предлагается эффективная модель жидкого гелия He-4, основанная на предположении, что переходы между возбужденными состояниями не разрешены. Модель позволяет рассчитать плотность бозе-конденсата при произвольной температуре $T < T_0$. Теоретические результаты данной работы находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им.Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Minasyan V.N., Touryan G.V. P17-95-352

About the Bose Condensate Density of the Liquid Helium He-4

On the basis of the microscopic theory an effective model for luquid He-4 is proposed. The main assumption of the model is that the transitions of atoms between excited states are forbidden. The model allows to calculate the density of the Bose condensate at arbitrary temperature $T < T_0$. The theoretical predictions of the given work are in good correspondence with the experimental data.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995

1 Введение

К настоящему времени экспериментальные данные, полученные методом неупругого рассеяния нейтронов жидким гелием $He-4$, свидетельствуют о том, что плотность бозе-конденсата (БК) зависит от температуры [1–3]. При этом в основном состоянии жидкого гелия $He-4$ в конденсате находятся менее 0.1 всех атомов. Для объяснения этого явления предлагались разные физические модели жидкого гелия $He-4$. Как правило, эти модели являются феноменологическими, и в основном приводят к частичному согласию с экспериментальными результатами. [4–10].

В настоящей работе мы исследуем явление бозе - конденсации в рамках эффективной модели, описывающей жидкий гелий $He-4$ как неидеальный газ Бозе -Эйнштейна (Б-Э). Данный подход отличается от модели Боголюбова для слабонеидеального газа Б-Э [11,12] тем, что в нем на микроскопическом уровне удается описать жидкий гелий $He-4$ в более широком интервале температур. В п.2 дается описание эффективной модели неидеального газа Б-Э на основе микроскопической теории. Из законов сохранения энергии и импульса для пары квантовых частиц получена определенная зависимость между квантовыми состояниями и показано, что в квантовых процессах рассеяния изменение импульса частицы при столкновении всегда существует. Благодаря данному квантомеханическому свойству взаимодействия гамильтониан неидеального бозе-газа упрощается. Основным допущением модели бозе-газа является предположение о неразрешенности переходов атомов при их взаимодействии между надконденсатными состояниями. При этом переходы между конденсатным состоянием и надконденсатными состояниями и обратно разрешены. Далее при помощи физического условия показано, что химический потенциал рассматриваемой модели газа почти равен нулю. В п.3 приводится расчет плотности БК для жидкого гелия, который рассматривается как газ, описываемый "конденсатом", свободными продольными фононами и атомами. Результаты расчетов показывают существование атомов в конденсатном состоянии при температуре $T < T_0$ (где T_0 - температура бозе-конденсации). Приводятся оценки для величин p_0 и v (где v - скорость фононов).

2 Модель неидеального газа Бозе -Эйнштейна

Рассмотрим систему, состоящую из N одинаковых бесспиновых бозе-частиц, находящихся в объеме V. Пусть газ настолько разрежен, что рассматриваются только бинарные столкновения атомов. Обозначим импульсы атомов до столкновения через $\vec{p_1}$ и $\vec{p_2}$, а импульсы атомов после столкновения - через $\vec{p_1}'$ и $\vec{p_2}'$. В методе вторичного квантования с учетом закона сохранения импульса для пары атомов гамильтониан системы принимает следующий вид:

$$\hat{H} = \sum_{\vec{p}} \frac{p^2}{2m} \hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\vec{p_1},\vec{p_2},\vec{p_1}',\vec{p_2}'} U_{\vec{p}} \hat{a}^+_{\vec{p_1}} \hat{a}^+_{\vec{p_2}} \hat{a}_{\vec{p_2}'} \hat{a}_{\vec{p_1}'} \,, \qquad (1)$$

причем

$$\vec{p} = \vec{p_1} - \vec{p_1}' = \vec{p_2}' - \vec{p_2} \,, \qquad (2)$$

где $\vec{p}$ - изменение импульса частицы при столкновении, m - масса атома; $U_{\vec{p}}$ - парный потенциал взаимодействия атомов бозе-газа в пространстве импульсов; $\hat{a}^+_{\vec{p}}$, $\hat{a}_{\vec{p}}$ - соответственно операторы "рождения" и "уничтожения" свободной частицы с импульсом $\vec{p}$ в состоянии с волновой функцией $\psi_{\vec{p}}$

$$\psi_{\vec{p}} = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left(\frac{i2\pi\vec{p}\vec{r}}{h}\right), \tag{3}$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор частицы с импульсом $\vec{p}$. Отметим, что операторы "рождения" $\hat{a}^+_{\vec{p}}$ и "уничтожения" $\hat{a}_{\vec{p}}$ свободной частицы в состоянии с импульсом $\vec{p}$ удовлетворяют законам коммутации для бозонов.

Парный потенциал взаимодействия $U_{\vec{p}}$ атомов бозе-газа в пространстве импульсов имеет вид

$$U_{\vec{p}} = \int \exp\left(-\frac{i2\pi\vec{p}\vec{r}}{h}\right) U_{12}(r)\, dV \tag{4}$$

где $U_{12}(r)$ - энергия взаимодействия между парой атомов в координатном пространстве, находящихся на расстоянии r друг от друга.

Следует отметить, что одночастичная волновая функция $\psi_{\vec{p}}$ при наличии условии периодичности определяет квантовые состояния газа

$$\vec{p} = \frac{h\vec{n}}{V^{1/3}}, \tag{5}$$

где $\vec{n}$ -вектор, компоненты которого равны целому числу. Тогда импульс $\vec{p}$ принимает квазидискретные значения. Чтобы привести гамильтониан системы к более простому виду, рассмотрим закон сохранения энергии для пары квантовых частиц

$$\left|\frac{{p_1}^2}{2m} + \frac{{p_2}^2}{2m} - \frac{{p_1}'^2}{2m} - \frac{{p_2}'^2}{2m}\right| \simeq \frac{\hbar}{\Delta t}, \tag{6}$$

где $\hbar$ - постоянная Планка; Δt - время взаимодействия пары частиц.

При этом, учитывая соотношение (2), получаем

$$\vec{p} \neq 0,$$
$$|\vec{p_1} - \vec{p_2}| \neq \vec{p}.$$

Таким образом, из закона сохранения энергии и импульса для пары квантовых частиц получаем, что изменение импульса при столкновении отлично от нуля, и модуль разности импульсов пары не может совпадать с изменением импульса при столкновении. Это значит, что при квантомеханическом подходе взаимодействие двух квантовых частиц приводит всегда к существованию процесса передачи импульса от одной частицы к другой. При этом на импульсы этих частиц всегда налагается определенная связь. В классической физике импульсы взаимодействующих частиц и импульс передачи при столкновениях независимы. Поэтому при квантомеханическом подходе к процессам рассеяния гамильтониан системы принимает следующий вид:

$$\hat{H} = \sum_{\vec{p}\neq 0} \frac{p^2}{2m} \hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\vec{p}\neq 0} U_{\vec{p}} \left(\sum_{\vec{p_1}} \hat{a}^+_{\vec{p_1}} \hat{a}_{\vec{p_1}-\vec{p}}\right)\left(\sum_{\vec{p_2}} \hat{a}^+_{\vec{p_2}} \hat{a}_{\vec{p_2}+\vec{p}}\right). \tag{7}$$

Далее выделением в суммах операторов "рождения" и "уничтожения" атомов с нулевым импульсом гамильтониан системы преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \hat{H} \;=\; & \sum_{\vec{p}\neq 0} \frac{p^2}{2m} \hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\vec{p}\neq 0} U_{\vec{p}} \Big(\hat{a}^+_0 \hat{a}_{-\vec{p}} + \hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_0 + \\ & + \sum_{\vec{p_1}\neq 0, \vec{p_1}\neq\vec{p}} \hat{a}^+_{\vec{p_1}} \hat{a}_{\vec{p_1}-\vec{p}} \Big) \Big(\hat{a}^+_0 \hat{a}_{\vec{p}} + \hat{a}^+_{-\vec{p}} \hat{a}_0 + \\ & + \sum_{\vec{p_2}\neq 0, \vec{p_2}\neq -\vec{p}} \hat{a}^+_{\vec{p_2}} \hat{a}_{\vec{p_2}+\vec{p}} \Big). \end{aligned} \tag{8}$$

Будем аппроксимировать гамильтониан (8), используя следующие предположения:

1). Число атомов в конденсате N_0 много больше единицы. При этом операторы $\hat{a}^+_0 \simeq {N_0}^{1/2}$; $\hat{a}_0 \simeq {N_0}^{1/2}$ можно считать с - числами.

2). Предположим, что рассматриваемая модель газа обладает следующим свойством: переходы атомов, связанные с их взаимодействием, из одного надконденсатного состояния в другое надконденсатное состояние, не разрешены, а переходы атомов из надконденсатных состояний в конденсатное состояние и обратно разрешены. Тогда при $\vec{p} \neq 0, \vec{q} \neq 0$

$$\hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{q}} = \hat{N}_p \delta(\vec{p} - \vec{q}), \tag{9}$$

где $\delta(\vec{p} - \vec{q})$ - символ Кронеккера, $\hat{N}_p$ - оператор числа частиц, находящихся в одночастичном состоянии $\psi_{\vec{p}}$.

При этих условиях гамильтониан системы принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{H} \;=\; & \sum_{\vec{p}\neq 0} \frac{p^2}{2m} \hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\vec{p}\neq 0} U_{\vec{p}} N_0 \Big(\hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}^+_{-\vec{p}} + \hat{a}_{\vec{p}} \hat{a}_{-\vec{p}} + \hat{a}^+_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}} + \\ & + \hat{a}_{-\vec{p}} \hat{a}^+_{-\vec{p}} \Big). \end{aligned} \tag{10}$$

Данный гамильтониан аналогичен гамильтониану Боголюбова. Следует, однако, заметить, что гамильтониан Боголюбова получен при помощи условия макроскопического заполнения конденсата по сравнению с полным числом всех надконденсатных частиц, в то время как при получении данного гамильтониана на число частиц, заполняющих неконденсатные квантовые состояния, никаких допущений не вводится. Именно поэтому данный подход позволяет рассчитать плотность БК при температуре $T < T_0$.

Покажем теперь, что химический потенциал данной модели газа почти равен нулю. Для этого представим гамильтониан большого канонического ансамбля Гиббса $\hat{\Gamma}$

$$\hat{\Gamma} = \hat{H} - \mu\hat{N}. \tag{11}$$

Тогда учитывая, что $U_{\vec p} = U_{-\vec p}$ и закон коммутации для операторов "рождения" и "уничтожения" атомов с импульсом $\vec p$, гамильтониан $\hat\Gamma$ можно привести к виду:

$$\hat\Gamma = \sum_{p\neq 0}\left(\frac{p^2}{2m}-\mu\right)\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p} + \frac{1}{2V}\sum_{p\neq 0} U_{\vec p} N_0\left(\hat a^+_{\vec p}\hat a^+_{-\vec p} + \hat a_{\vec p}\hat a_{-\vec p} + 2\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p}\right) + \frac{N_0}{2V}\sum_{p\neq 0} U_{\vec p}\ . \tag{12}$$

Чтобы привести гамильтониан $\hat\Gamma$ к диагональному виду, воспользуемся преобразованием Боголюбова:

$$\hat a_{\vec p} = (\hat b_{\vec p} + L_{\vec p}\hat b^+_{-\vec p})/\sqrt{1-L^2_{\vec p}}\ , \tag{13}$$

где $L_{\vec p}$ -действительная, симметричная функция относительно импульса $\vec p$; $\hat b^+_{\vec p}$, $\hat b_{\vec p}$ - операторы "рождения" и "уничтожения" квазичастицы с импульсом $\vec p$.

Тогда гамильтониан $\hat\Gamma$ представляется в виде

$$\hat\Gamma = \sum_{p\neq 0}\varepsilon_{\vec p}\hat b^+_{\vec p}\hat b_{\vec p} + \frac{1}{2}\sum_{p\neq 0}\left(\varepsilon_{\vec p} - \frac{p^2}{2m} + \frac{N_0 U_p}{2V} + \mu\right)\ , \tag{14}$$

где $\varepsilon_{\vec p}$ представляет собой энергию квазичастицы с импульсом $\vec p$ и равна

$$\varepsilon_{\vec p} = \left[\left(\frac{p^2}{2m}-\mu\right)^2 + \frac{p^2 N_0 U_p}{mV} - \frac{2\mu N_0 U_p}{V}\right]^{1/2}\ . \tag{15}$$

При этом для $L^2_{\vec p}$ имеем следующее выражение:

$$L^2_{\vec p} = \left(-\varepsilon_{\vec p} + \frac{p^2}{2m} + \frac{N_0 U_p}{V} + \mu\right)\Big/\left(\varepsilon_{\vec p} + \frac{p^2}{2m} + \frac{N_0 U_p}{V} + \mu\right)\ . \tag{16}$$

Из эксперимента известно, что при $\vec p \to 0$, $\varepsilon_{\vec p} \to 0$, поэтому из (15) следует, что μ можно считать равным нулю.

Теперь мы предположим, что атомы с импульсами, не превышающими некоторого граничного импульса p_0, участвуют в процессах рассеяния, а атомы, у которых импульсы больше p_0, являются свободными частицами. Таким образом, наличие граничного импульса p_0 для атомов, участвующих в процессах рассеяния, приводит к тому, что парный потенциал взаимодействия атомов газа в пространстве импульсов $U_{\vec p}$ представляется таким, что $U_{\vec p} = 0$ при $p > p_0$. Это условие обеспечивает сходимость сумм, входящих в выражение для гамильтониана системы.

При этом гамильтониан $\hat H$ принимает вид:

$$\hat H = \sum_{p\neq 0}\frac{p^2}{2m}\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p} + \frac{1}{2V}\sum_{0<p\leq p_0} U_{\vec p} N_0\left(\hat a^+_{\vec p}\hat a^+_{-\vec p} + \hat a_{\vec p}\hat a_{-\vec p} + 2\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p}\right) + \frac{N_0}{2V}\sum_{0<p\leq p_0} U_{\vec p} \tag{17}$$

или же

$$\hat H = \sum_{0<p\leq p_0}\varepsilon_p\hat b^+_{\vec p}\hat b_{\vec p} + \frac{1}{2}\sum_{0<p\leq p_0}\left(\varepsilon_{\vec p} - \frac{p^2}{2m} + \frac{N_0 U_p}{2V}\right) + \sum_{p>p_0}\frac{p^2}{2m}\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p}\ , \tag{18}$$

где

$$\varepsilon_{\vec p} = \left[\left(\frac{p^2}{2m}\right)^2 + \frac{p^2 N_0 U_p}{mV}\right]^{1/2} \tag{19}$$

$$L^2_{\vec p} = \left(-\varepsilon_{\vec p} + \frac{p^2}{2m} + \frac{N_0 U_p}{V}\right)\Big/\left(\varepsilon_{\vec p} + \frac{p^2}{2m} + \frac{N_0 U_p}{V}\right)\ . \tag{20}$$

Таким образом, жидкий гелий $He-4$ можно описать совокупностью "конденсата", свободными квазичастицами с импульсами из интеравала $0 < p \leq p_0$ и свободными атомами с импульсами $p > p_0$.

Найдем теперь вид гамильтониана $\hat H$ при выборе потенциала парного взаимодействия атомов в пространстве импульсов $U_{\vec p}$ таким образом, чтобы квазичастицы, описывающие коллективное движение атомов газа, являлись продольными фононами. Тогда при $0 < p \leq p_0$ имеем, что $\varepsilon_{\vec p} = pv$. Учитывая это, для потенциала парного взаимодействия атомов в пространстве импульсов $U_{\vec p}$ получим

$$\frac{N_0 U_{\vec p}}{V} = mv^2 - \frac{p^2}{4m}\ . \tag{21}$$

Так как при $p > p_0$: $U_{\vec p} = 0$, то граничный импульс $p_0 = 2mv$. В этом случае для энергии взаимодействия между парой атомов в координатном пространстве находим

$$U_{12}(r) = \frac{V\hbar^2}{4\pi^2 r^5 N_0 m}\left|3 - \left(\frac{2mvr}{\hbar}\right)^2\right|\left(1 + \frac{2mvr}{\hbar}\right)\sin\left\{\frac{2mvr}{\hbar} + \operatorname{arctg}\left(\frac{2mvr}{\hbar}\right)\right\}. \tag{22}$$

При таком потенциале взаимодействия гамильтониан $\hat H$ записывается в виде

$$\hat H = \sum_{0<p\leq p_0} pv\hat b^+_{\vec p}\hat b_{\vec p} + \frac{1}{2}\sum_{0<p\leq p_0}\left(pv + \frac{mv^2}{2} - \frac{5p^2}{8m}\right) + \sum_{p>p_0}\frac{p^2}{2m}\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p}\ . \tag{23}$$

В состоянии статистического равновесия средние числа заполнения свободных атомов $\overline{N_{\vec p}}$ и фононов $\overline{n_{\vec p}}$ с импульсом $\vec p$ по большому каноническому ансамблю Гиббса представляются в виде

$$\overline{N_{\vec p}} = \overline{\hat a^+_{\vec p}\hat a_{\vec p}} = \frac{1}{\exp(\frac{p^2}{2mkT}) - 1}\ , \tag{24}$$

$$\overline{n_{\vec p}} = \overline{\hat b^+_{\vec p}\hat b_{\vec p}} = \frac{1}{\exp(\frac{pv}{kT}) - 1}\ , \tag{25}$$

причем k - постоянная Больцмана.

3 О плотности БК жидкого гелия $He-4$

Теперь наша задача сводится к нахождению плотности БК неидеального газа Б-Э. Для этого воспользуемся формулой

$$\overline{N}_0 + \sum_{0<p\le p_0} \overline{N}_{\vec p} + \sum_{p>p_0} \overline{N}_{\vec p} = N. \tag{26}$$

Учитывая преобразование Боголюбова, для средних чисел заполнения атомов в состоянии с импульсом из промежутка $0 < p \le p_0$ имеем следующее выражение

$$\overline{N}_{\vec p} = \overline{\hat a^+_{\vec p} \hat a_{\vec p}} = \frac{1+L^2_{\vec p}}{1-L^2_{\vec p}} \overline{\hat b^+_{\vec p} \hat b_{\vec p}} + \frac{L_{\vec p}}{1-L^2_{\vec p}} \left(\overline{\hat b^+_{\vec p} \hat b^+_{-\vec p}} + \overline{\hat b_{\vec p} \hat b_{-\vec p}} \right) + \frac{L^2_{\vec p}}{1-L^2_{\vec p}} \quad . \tag{27}$$

Применяя теорему Блоха-де Доминисиса

$$\overline{\hat b^+_{\vec p} \hat b^+_{-\vec p}} = \overline{\hat b_{\vec p} \hat b_{-\vec p}} = 0 \ , \tag{28}$$

а также учитывая значение $L^2_{\vec p}$

$$L^2_{\vec p} = \left(1 - \frac{2mv}{p}\right)^2 / \left(1 + \frac{2mv}{p}\right)^2 \quad , \tag{29}$$

для средних чисел заполнения атомов в состоянии с импульсом из интервала $0 < p \le p_0$ имеем:

$$\overline{N}_{\vec p} = \frac{p}{4mv}\left[1 + (2mv/p)^2\right] \overline{n}_{\vec p} + \frac{p}{8mv}\left[1 - 2mv/p\right]^2 \tag{30}$$

Далее для плотности БК имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} n_0(T) &= 1 - \frac{1}{N}\sum_{\vec p \ne 0} \overline{N}_{\vec p} = 1 - \frac{1}{4mvN}\sum_{0<p\le p_0} p\left(1 + (2mv/p)^2\right)\overline{n}_{\vec p} - \\ &- \frac{1}{8mvN}\sum_{0<p\le p_0} p\left(1 - 2mv/p\right)^2 - \frac{1}{N}\sum_{p>p_0} \overline{\hat a^+_{\vec p} \hat a_{\vec p}} \quad . \end{aligned} \tag{31}$$

Поскольку наша задача сводится к исследованию термодинамических свойств газа, то всегда необходимо учитывать термодинамический предельный переход при условии $V \to \infty$, $N \to \infty$, причем удельный объем

$$v_0 = \frac{V}{N}$$

остается постоянным.

$$\begin{aligned} n_0(T) &= 1 - \frac{2\pi v_0 m^3 v^3}{3h^3} - \frac{\pi v_0 k^4 T^4}{h^3 m v^5}\int_0^{\frac{2mv^2}{kT}} \frac{x^3dx}{e^x - 1} - \frac{4\pi v_0 m k^2 T^2}{h^3 v}\int_0^{\frac{2mv^2}{kT}} \frac{xdx}{e^x-1} - \\ &- \frac{4\sqrt{2}\pi v_0 (mk)^{3/2} T^{3/2}}{h^3}\int_{\frac{2mv^2}{kT}}^{\infty} \frac{x^{1/2}dx}{e^x-1} \quad . \end{aligned} \tag{32}$$

Температуру бозе-конденсации T_0 найдем при помощи ее определения, а именно, $n_0(T = T_0) = 0$. Тогда имеем следующее уравнение

$$y^{2.5}\int_y^{\infty} \frac{x^{1/2}dx}{e^x-1} + \int_0^y \frac{x^3dx}{e^x-1} + y^2\int_0^y \frac{xdx}{e^x-1} + \frac{y^4}{24} = 3.97y^{2.5}, \tag{33}$$

где $y = \frac{2mv^2}{kT}$.

Это уравнение будем решать следующим образом. Допустим, что $y \gg 1$, тогда

$$\int_0^y \frac{x^3dx}{e^x-1} = \frac{\pi^4}{15}, \int_0^y \frac{xdx}{e^x-1} = \frac{\pi^2}{6}, \int_y^{\infty} \frac{x^{1/2}dx}{e^x-1} = y^{0.5}e^{-y}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (26) и решая, получим $y = 19.5$. Тогда при $T_0 = 2.19K$ для скорости фононов имеем значение $v = 210$м/с, которое почти на 11 процентов отличается от экспериментального результата $v = 237$м/с. При этом отношение граничного импульса к постоянной Планка равно $\frac{p_0}{\hbar} = 2.65\mathring{A}^{-1}$. Следует отметить,что в предложенной модели в основном состоянии жидкого гелия $He-4$ в конденсате находится 0.096 всех атомов. Это значение согласуется с результатом, полученным в работе [4], где в конденсате при абсолютном нуле температуры находится 0.078 всех атомов. Существование атомов в конденсатном состоянии следует из того факта, что при любых температурах $T < T_0 : n_0(T) > 0$, а при $T > T_0 : n_0(T) < 0$.

В заключении рассмотрим основные положения работы. Рассматривается неидеальный разреженный газ Б-Э, в котором учитываются только бинарные столкновения. Атомы газа заполняют квантовые состояния атомов с дискретным спектром импульсов, в котором находится конденсатное состояние. Из законов сохранений энергии и импульсов для пары квантовых частиц получается определенная связь между квантовыми состояниями. Основное свойство модели заключается в том, что переходы атомов, связанные их взаимодействием, из одного надконденсатного состояния в другое надконденсатное состояние не разрешены, а переходы атомов из надконденсатных состояний в конденсатное состояние и обратно разрешены. Предположение о граничном импульсе p_0 на парный потенциал взаимодействия $U_{\vec p}$ атомов бозе-газа в импульсном пространстве приводит к тому,чтобы суммы входящие в гамильтониан, сходились. Выбор потенциала взаимодействия в импульсном пространстве сделан так, что квазичастицы представляют собой продольные фононы. Это делается для того, чтобы упростить расчет плотности БК. Фактически, такой подход при решении задачи жидкого гелия $He-4$ приводит к результатам, очень сходным с результатами, полученными при помощи модели Боголюбова. В частности, вид энергии квазичастиц в обеих моделях одинаков. Однако, в отличие от модели Боголюбова, данная модель показывает существование конденсатных атомов при $T < T_0$ и и при этих же температурах позволяет рассчитать плотность БК.

Авторы выражают благодарность Н.М.Плакиде, И.Гочеву, В.Юшанхаю за полезные обсуждения данной работы.

Литература

1. I.V.Bogoyavlenskii, L.V.Karnatsevich, Zh.A.Kozlov, A.V.Puchkov, Physica **B 176**, 151 (1992).

2. Miller A., Pines D., Nozieres P.,Phys.Rev. **127**, 2452 (1962)

3. Н.М.Благовещенский, И.В.Богоявленский, Л.В.Карнацевич, Ж.А.Козлов, В.Г.Колобродов, В.Б.Приезжев, А.П.Пучков, А.Н.Скоморохов, В.С.Ярунин: "Структура спектра возбуждений в жидком Не-4", Дубна 1994. -22с.-(Препринт / ОИЯИ; No**Р3 -94 - 125**).

4. Penrose O., Onsager L., Bose - Einstein condensation and liquid helium, Phys. Rev. **104**, No3, pp.576 - 584, (1956)

5. Hyland G.I., Roulands G., The He4 condensate; experiment and theory reconcible,Phys pp.154 -158(1973)

6. Chela - Flores J. Condensate fraction of luiquid helium four, Intern.Centre for Theoretical Phys.JG /75/,86-Miramar. -Trieste,1975.-p.13.

7. Chela - Flores J. Gauge theory of superfluidity J.Low Temp.Phys.-1975.**21**,No3.-pp.307

8. Alexanian M., Brito R.A., Excitation spectrum of a system of interacting bosons Phys.] No9, pp.3547 -3557 (1978)

9. Alexanian M. Temperature dependence of the condensate fraction in superfluid $He-4$, Phys.Rev.Lett.-1981 **46**, No3., p.199 201.

10. Svenson E.G., Sears V.F., Griffin A., Relationships between the pair-correlation function, the superfluid fraction, and the condensate fraction in luiquid He-4 Phys.Rev., pp.4493-4497.

11. Боголюбов Н.Н. "К теории сверхтекучести"-Изв.АН СССР. Сер.физ.1947,Т.11, No 90.

12. Боголюбов Н.Н.,"Энергетические уровни неидеального бозе-эйнштейновского газа." - Вест.Моск.ун-та,1947,No7,стр.43-56.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 августа 1995 года.