объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-91-339

Г.Очирбат

ФУНКЦИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ОТКЛИКА, ОТВЕТСТВЕННОГО ЗА ГЕНЕРАЦИЮ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В НЕЛОКАЛЬНОЙ ОПТИКЕ МЕТАЛЛОВ

Направлено в журнал "Оптика и спектроскопия"

1991

Введение

Еще в 1965 году Иха, основываясь на модели свободного электронного газа, предсказал генерацию второй гармоники (ГВГ) при отражении света от металлической поверхности [1]. В понимании механизма, ответственного за это явление, решающий вклад внесли Рудник и Штерн [2]. Они доказали, что в ГВГ существенную роль играет нормальный компонент поверхностного тока, который индуцируется под действием падающего света. В их работе, а также в работе Саипе и других [3] нелинейной отклик металлического образца рассматривали в рамках гидродинамического подхода и нелинейную поляризацию разделили на две части: на объемную и поверхностную и подробно обсуждали поверхностную часть, в которой ввели два феноменологических параметра. Затем один из них экспериментально определили для некоторых металлов [4].

Однако из-за квазилокального характера гидродинамики электронного газа в этих работах вопрос о влияний пространственной дисперсии на ГВГ фактически не затрагивался. Недавно в работах [5-7] была предпринята попытка описать явления ГВГ с детальным учетом пространственной дисперсии. Однако в [5-6] выражения нелинейного тока в явном виде не были выписаны и, как отмечалось в [7], значения констант в нелинейном материальном уравнении, ранее феноменологически введенных в гидродинамической теории ГВГ, не удовлетворяют соотношениям, необходимым для выполнения закона сохранения энергии поля. В [7] теория развивалась в так называемом приближении тонкого переходного слоя и ограничивалась областью частот, далекой от резонансной, а также от области аномального скин-эффекта. В связи с этим авторы рассматривали плазму как бесстолкновительную и использовали метод уравнения Власова. Удовлетворительное согласие результата теории с экспериментом [7] показало хорошую возможность нелокального подхода.

Целью настоящей работы является вычисление нелинейного отклика электронного газа, ответственного за механизм ГВГ в металле, с учетом затухания при помощи уравнения Больцмана, которое неоднократно и небезуспешно использовалось при описании явления аномального скин-эффекта [8-9]. Уравнение Больцмана для электронного газа:

$$\frac{\partial f_k}{\partial t}-\frac{e}{\hbar}(E+\frac{1}{c}[vH])\vec{\nabla}_k f+v\vec{\nabla}_k f_k=-\sum_{k'} W_{kk'}(f_k-f_{k'}), \qquad (1)$$

где f_k-одночастичная функция распределения, $v=\frac{\hbar k}{2m}$ -скорость электрона, k-волновой вектор, m,e-масса, величина заряда электрона, E,H-напряженности электромагнитного поля, $W_{kk'}$-скорость перехода.

Правая часть уравнения (1) описывает процесс рассеяния электронов, структура которой подробно обсуждалось в [10].

Мы ограничиваемся далее простой геометрией, где p-поляризованная световая волна падает на плоскую поверхность ($z=0$) полубесконечного металла ($z>0$), в котором возникает возмущение плотности заряда под действием электромагнитного поля. Случай S-поляризации мы рассмотрим в отдельной работе. Полагаем, что компоненты полей в падающей электромагнитной волне имеют вид

$$b(r,t)=b(z)\exp(iq_x x-i\omega t)+k.c.$$

В соответствии с этим положим, что

$$f_k=f_o+f_1+f_2,$$

$$f_1=f_1(v,z)e^{iq_x x-i\omega t}+k.c. \;,$$

где f_o-ступенчатое распределение Ферми-Дирака. Поле внутри металла [11]

$$E=E_1+E_2+k.c. \qquad H=H_1+H_2+k.c.$$

Независимые элементарные волны

Мы предположим, что E_1, H_1 внутри металла состоят из элементарных поперечных и продольных волн и в соответствии с этим выберем вид функции распределения f_1, отказываясь тем

самым от микроскопического условия типа зеркального или диффузного отражения электронов на поверхности образца. Итак, для E_1

$$E_1=(E^t e^{ip_t z}+E^l e^{ip_l z})e^{iq_x x-i\omega t}, \qquad (2)$$

где E^t перпендикулярен к вектору $q^t=(q_n,0,p_t)$, а E^l паралеллен вектору $q^l=(q_x,0,p_l)$.

Линеаризуя (1), получим для $f_1(v,z)$ следующее уравнение

$$\frac{\partial f_1(v,z)}{\partial z}+\xi f_1(v,z)=e\left(\frac{v_x}{v_z}E_x+E_z\right)\frac{\partial f_o}{\partial \epsilon_k}+\frac{1}{v_z}\sum_{k'} W_{kk'} f_1(v',z), \qquad (3)$$

где

$$\xi=\frac{1}{v_z}\left[\frac{1}{\tau}+i(q_x v_x-\omega)\right], \qquad \frac{1}{\tau}=\sum_{k'} W_{kk'}$$

ϵ_k-кинетическая энергия электронов, τ-время затухания. Магнитное поле выпало из уравнения (3), так как

$$[vH_1]\nabla_v f_o=0 .$$

Решаем уравнение (3) в предположении, что в рассеянии участвуют те электроны, которые находятся на ферми-поверхности, т.е. $W_{kk'}$ имеет дельта-образную особенность на этой поверхности ($W_{kk'} \sim \delta(v-v')$).

Функция $f_1(v,z)$ должна иметь вид

$$f_1(v,z)=f_1^t(v,z)e^{ip_t z}+f_1^l(v,z)e^{ip_l z},$$

так как она определяется из уравнения (3) через полевые функции вида (2), а они, в свою очередь, определяются из уравнений Лоренца с источником:

$$j_1(z)=-2e\left(\frac{m}{\hbar}\right)^3\int v f_1(v,z)d^3v, \qquad (4)$$

содержащим $f(v,z)$.

Уравнение (3) представляет собой, по существу, линейное интегро-дифференциальное уравнение. Его решение:

$$f_1^n=e(v+us^n,E^n)\frac{1}{\xi+ip_n}\frac{1}{v_z}\frac{\partial f_o}{\partial\epsilon_k}e^{ip_nz},\qquad n=l,t. \tag{5}$$

Здесь $\lambda=u\tau$, $\lambda'=\lambda/(1-i\omega\tau)$, $s^n=u^{-1}g(u,q^n)q^n$,

$$g(u,q^n)=\frac{1}{2\tau-r_o^n}(q^n)^{-2}\left(-2i+\frac{1}{q^n\lambda'}\ln\frac{1+iq^n\lambda'}{1-iq^n\lambda'}\right),$$

где u-скорость электрона на ферми-поверхности, r_o^n определено в приложении I формулой (1,2). В f_1^t отсутствует член с $g(u,q^t)$, так как $q^tE^t=0$.

Если вычислить ток с помощью функции (5) по формуле (4) и написать уравнения Лоренца с источником $j_1=j_1^l+j_1^t$, то в силу линейности и однородности функции $f_1^n(v,z)$ по напряженности электрического поля E^n получаются линейные и однородные уравнения для E^t и E^l.

Если этим уравнениям придать вид однородных уравнений Максвелла с вектором электрической индукции

$$D_i=\epsilon_{ij}^lE_j^le^{ip_lz}+\epsilon_{ij}^tE_j^te^{ip_tz},$$

где

$$\epsilon_{ij}^t=\epsilon_t(\omega,q^t)\left(\delta_{ij}+\frac{q_i^tq_j^t}{(q^t)^2}\right),\qquad \epsilon_{ij}^l=\epsilon_l(\omega,q^l)\frac{q_i^lq_j^l}{(q^l)^2} \tag{6a}$$

и магнитной проницаемостью $\mu=1$, то мы получим, что

$$\epsilon_t(\omega,q)=1+\frac{ic^2k}{\omega^2q}\left[-\frac{i}{q\lambda'}+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{(q\lambda')^2}\right)\ln\frac{1+iq\lambda'}{1-iq\lambda'}\right],$$

$$\epsilon_l(\omega,q)=1+\frac{2i\tau c^2k\lambda'}{\omega(q\lambda')^2}\left[\left(q\lambda'+\frac{1}{2}i\ln\frac{1+iq\lambda'}{1-iq\lambda'}\right)\Big/\left(q\lambda+\frac{1}{2}i\ln\frac{1+iq\lambda'}{1-iq\lambda'}\right)\right],$$

где

$$k=-16\pi^2im^2e^2u^2\omega^2/c^2h^3.$$

Необходимо отметить, что эти выражения впервые получены в [9].

Поскольку поперечные и продольные волны независимы, из

уравнений Максвелла получаем

$$(q^t)^2-\epsilon_t(\omega,q^t)\frac{\omega^2}{c^2}=0,\qquad \epsilon_l(\omega,q^l)=0.$$

Волновые векторы q^t,q^l, введенные в (2), будут находиться из этих уравнений при заданном q_x.

Так как здесь рассматриваются две независимые волны, то число максвелловских граничных условий недостаточно для решения задачи отражения и прохождения волн на границе, и требуется еще одно дополнительное макроскопическое условие. Таким образом, приходится рассматривать эту задачу с позиции теории дополнительных волн[12].

Не затрагивая вопроса о дополнительном граничном условии, отметим лишь, что наше рассмотрение не зависит от конкретного вида этого условия.

Нелинейный ток

Из (1) получаем следующее уравнение для второго приближения

$$\frac{\partial f_2}{\partial z}-\frac{e}{m}(E_2+\frac{1}{c}[vH_2])\vec{\nabla}_vf_o+(v\vec{\nabla}_r)f_2+\sum_{k'}W_{kk'}(f_2-f_2')=$$

$$=\frac{e}{m}(E_1+\frac{1}{c}[vH_1])\vec{\nabla}_vf_1; \tag{7}$$

здесь

$$[vH_2]\vec{\nabla}_vf_o=0.$$

Правая часть уравнения (7) ввиду (2) и

$$H^t=\frac{c}{\omega}[q^tE^t],\qquad H^l=0,$$

будет содержать члены с частотами $\pm(\omega\pm\omega)$ и с волновыми векторами $\pm(q^m\pm q^n)$. Мы обращаем внимание только на частоты $\pm2\omega$ и не будем рассматривать члены с нулевой частотой.

Решение уравнения (7) будет состоять из двух частей.

$$f_2=f_{одн}+f_{ист}.$$

Одна из них, $f_{одн}$, является решением однородного уравнения, а другое, $f_{ист}$, вынужденное решение. Если с помощью этой функции f_2 вычислить ток

$$j_2=j_{одн}+j_{ист}$$

и написать уравнения Лоренца с этим источником, то им можно придать вид уравнений Максвелла с нелинейным источником $J_{ист}$ и с диэлектрическим тензором

$$\epsilon_{ij}=\epsilon^{t}_{ij}(\omega,q)+\epsilon^{l}_{ij}(q), \qquad (6b)$$

где ϵ^{t}_{ij}, ϵ^{l}_{ij} определяются формулой (6а).

Таким образом, для определения оптических полей внутри металла приходится решать уравнения Максвелла с диэлектрическим тензором (6b) и с нелинейным источником $J_{ист}$.

Из решения $f_{ист}$, которое состоит из членов с частотами $2\omega, 0, -2\omega$, мы рассмотрим только члены с частотой 2ω. Члены с частотой -2ω получаются из них заменой

$$\omega\to-\omega, \qquad p_n\to-p_n .$$

Выпишем ту часть $f_{ист}$, которая содержит члены с частотой $\Omega=2\omega$.

$$f_{ист}(\Omega)=\sum_{mn}\{[2\pi v_z(2\tau-R^{mn}_{o})]^{-1}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{A^{mn}(v',z)\sin\Theta'}{\xi_2(v')+i(p_m+p_n)}\,d\Theta'd\varphi'+$$

$$+A^{mn}(v,z)\}\frac{1}{\xi_2+ip_m+ip_n}\,e^{i(2q_x x-\Omega t)}; \qquad (8)$$

здесь

$$A^{mn}(v,z)=-\frac{e^2}{m^2uv_z}(E^n+\frac{1}{c}[vH^n_1])\vec{\nabla}_v\{(v+us^n,E^n)\frac{\delta(v-u)}{v_z(\xi+ip_n)}\},$$

$$\xi_2=\frac{1}{v_z}[\frac{1}{\tau}+i(2q_x-\Omega)] ,$$

где R^{mn}_i, r^n_i определены в приложении I формулой (1,1)-(1,2). С помощью функции (8) находится ток второго порядка по формуле

$$j_{ист}=-2e(\frac{m}{h})^3\int vf_{ист}(v)d^3v .$$

После длительных и громоздких вычислений получены выражения для $j_{ист}$, которые вполне можно использовать в расчете ГВГ на

ЭВМ. Приведем эти выражения

$$j_{ист}=j^{(1)}+j^{(2)}+j^{(3)}+j^{(4)},$$

где

$$j^{(1)}=-2\sum_{mn}Q[E^m*\Lambda^{mn}*E^n+(s^nE^n)(E^m\lambda^{mn})]e_{mn}\frac{\partial}{\partial u}g(u,Q) .$$

Здесь $Q=(2q_x,0,p_m+p_n)$, λ^{mn} - вектор, Λ^{mn} - симметричный тензор второго ранга при каждом mn ((2.1)-(2.5), (3.1)-(3.5) в приложениях),

$$e_{rj}=2\pi mu^2\tau^2(\frac{e}{h})^3e^{i(p_r+p_j)z}$$

$$j^{(2)}=2i\sum_{mn}Q\{(QE^m)[(\sigma^{mn}E^n)+(s^nE^n)U^{mn}_o]+$$

$$\frac{u}{c}[H^mQ]*[U^{mn}*E^n+(s^nE^n)\sigma^{mn}]\}e_{mn}g(u,q)$$

Здесь U^{mn}_o - скаляр, σ^{mn} -вектор, U^{mn} - симметричный тензор второго ранга при каждом mn ((2.6)-(2.11), (3.6)-(3.11) в приложениях)

$$j^{(3)}=2iu\sum_{mn}\{(QE^m)[U^{mn}*E^n+(s^nE^n)\sigma^{mn}]+$$

$$\frac{u}{c}[H^mQ]*[\mu^{mn}*E^n+(s^nE^n)U^{mn}]\}e_{mn} .$$

Здесь μ^{mn} - симметричный по всем индексам тензор третьего ранга при каждом mn ((2.12)-(2.15),(3.12)-(3.15) в приложениях)

$$j^{(4)}=-2\sum_{mn}\{E^m[(\lambda^{mn}E^n)+(s^nE^n)\lambda^{mn}_o]-$$

$$-\frac{u}{c}[H^m,\Lambda^{mn}*E^n+(s^nE^n)\lambda^{mn}]\}e_{mn} .$$

Здесь λ^{mn}_o - скаляр ((2.16),(3.16) в приложениях). Для краткости записи опущен множитель $\exp[i(2q_x x-\Omega t)]$ в этих выражениях.

В заключение автор считает своим долгом выразить благодарность проф Н.Н.Ахмедиеву за интерес к данной работе и проф. В.Г.Соловьеву и доктору физ.-мат. наук Л.А.Малову за поддержку.

Приложение I

Обозначения:

$k_1=iuq_x\tau,\quad k_2=2k_1,\quad \nu_1=1-i\omega\tau,\ \nu_2=1-i\Omega\tau,$

$p_1=iup_n\tau,\quad p_2=iu(p_n+p_m)\tau,\quad \Delta p=p_2-2p_1,$

$$x_1=(k_1^2+p_1^2)\xi^2+2p_1\nu_1\xi+\nu_1^2-k_1^2,$$

$$x_2=(k_2^2+p_2^2)\xi^2+2p_2\nu_2\xi+\nu_2^2-k_2^2,$$

$$R^{mn}_{si}=\int_{-1}^{1}-\frac{1}{(-1+\Delta p\xi)^i}\,\frac{d\xi}{x_s^{1/2}},\quad s=1,2,\quad i=1,2,\quad m\neq n, \tag{1.1}$$

$$r^{mn}_{si}=\int_{-1}^{1}\frac{\xi^i}{x_s^{1/2}},\quad s=1,2,\quad i=0,1,2,3. \tag{1.2}$$

Эти интегралы берутся в тех или иных элементарных функциях в зависимости от значений параметров, входящих в x_1, x_2 и Δp.

Приложение II. Случаи m≠n

$$\lambda^{mn}_x=\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i}[(\nu_i+\alpha_i)R^{mn}_{i1}+\alpha_i r^{mn}_{i0}], \tag{2.1}$$

$$\lambda^{mn}_z=-\Delta p^{-1}\sum_i(-1)^i i(r^{mn}_{i0}+R^{mn}_{i1}), \tag{2.2}$$

$$\Lambda^{mn}_{xx}=-\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i^2}[2-i+(\nu_i+\alpha_i)^2R^{mn}_{i1}+\alpha_i^2\Delta p r^{mn}_{i1}+$$
$$+(2\alpha_i\nu_i+\alpha_i^2)r^{mn}_{i0}], \tag{2.3}$$

$$\Lambda^{mn}_{xz}=\Delta p^{-1}\sum_i\frac{(-1)^i}{k_i}[(\nu_i+\alpha_i)(R^{mn}_{i1}+r^{mn}_{i0})+\alpha_i\Delta p r^{mn}_{i1}], \tag{2.4}$$

$$\Lambda^{mn}_{zz}=-\Delta p^{-2}\sum_i(-1)^i i(r^{mn}_{i0}+R^{mn}_{i1}+\Delta p r^{mn}_{i1}), \tag{2.5}$$

$$U^{mn}_o=-\tau\sum(-1)^i iR^{mn}_{i2}, \tag{2.6}$$

$$\sigma^{mn}_x=\tau\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i}[(\nu_i+\alpha_i)R^{mn}_{i2}+(\alpha_i-1)R^{mn}_{i1}], \tag{2.7}$$

$$\sigma^{mn}_z=-\Delta p^{-1}\tau\sum(-1)^i i(R^{mn}_{i1}+R^{mn}_{i2}), \tag{2.8}$$

$$U^{mn}_{xx}=-\tau\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i^2}[(\nu_i+\alpha_i)^2R^{mn}_{i2}+2(\alpha_i+\nu_i)(\alpha_i+1-i)R^{mn}_{i1}+$$
$$+\alpha_i(\alpha_i-2(i-1))r^{mn}_{i0}], \tag{2.9}$$

$$U^{mn}_{xz}=\Delta p^{-1}\tau\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i^2}[(\nu_i+\alpha_i)R^{mn}_{i2}+(2\alpha_i+\nu_i+1-i)R^{mn}_{i1}+$$
$$+(\alpha_i+1-i)r^{mn}_{i0}], \tag{2.10}$$

$$U^{mn}_{zz}=-\Delta p^{-2}\tau\sum_i(-1)^i[i(r^{mn}_{i0}+2R^{mn}_{i1})+R^{mn}_{i2}], \tag{2.11}$$

$$\mu^{mn}_{xxx}=\tau\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i^3}\{(\nu_i+\alpha_i)^3R^{mn}_{i2}+3[(\alpha_i+1-i)(\alpha_i+\nu_i)^2+$$
$$+(1-i)\nu_i^2]R^{mn}_{i1}+\alpha_i[(3\nu_i+2\alpha_i)\alpha_i+3(2\nu_i+\alpha_i)(1-i)]r^{mn}_{i0}+$$
$$+\alpha_i^2(\alpha_i+3(1-i))\Delta p r^{mn}_{i1}\}+\frac{1}{2}\tau k_1^{-3}, \tag{2.12}$$

$$\mu^{mn}_{xxz}=-\Delta p^{-1}\tau\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i^2}((\nu_i+\alpha_i)^2R^{mn}_{i2}+[2(\alpha_i+\nu_i)(\alpha_i+1-i)+$$
$$+(\nu_i+\alpha_i)^2]R^{mn}_{i1}+2(\nu_i+\alpha_i)(\alpha_i+1-i)r^{mn}_{i0}+\alpha_i(\alpha_i+2(1-i))\Delta p r^{mn}_{i1}\}, \tag{2.13}$$

$$\mu^{mn}_{xzz}=\Delta p^{-2}\tau\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i^2}\{(\nu_i+\alpha_i)R^{mn}_{i2}+(3\alpha_i+2\nu_i+1-i)R^{mn}_{i1}+$$
$$+(\nu_i+2\alpha_i-i+1)r^{mn}_{i0}+(\alpha_i+1-i)\Delta p r^{mn}_{i1}\}, \tag{2.14}$$

$$\mu^{mn}_{zzz}=\Delta p^{-3}\tau\sum_i R^{mn}_{i2}+3R^{mn}_{i1}+2r^{mn}_{i0}+\Delta p r^{mn}_{i1}, \tag{2.15}$$

$$\lambda^{mn}_o=-\sum(-1)^i iR^{mn}_{i1}. \tag{2.16}$$

Приложение III. Случаи m=n

$$\lambda^{mm}_x=-\sum_i\frac{(-1)^i i}{k_i}(\nu_i r^{mm}_{i0}+p_i r^{mm}_{i1}), \tag{3.1}$$

$$\lambda^{mm}_z=2r^{mn}_{21}-r^{mn}_{11}, \tag{3.2}$$

$$\Lambda_{xx}^{mm}=[k_l^{-2}+\sum\frac{(-1)^{l}\,l}{k_l^2}(\nu_l^2 r_{10}^{mm}+2\nu_l p_l r_{11}^{mn}+p_l^2 r_{12}^{mm})], \tag{3.3}$$

$$\Lambda_{xz}^{mm}=-\sum_l\frac{(-1)^{l}\,l}{k_l}(\nu_l r_{11}^{mm}+p_l r_{12}^{mm}), \tag{3.4}$$

$$\Lambda_{zz}^{mm}=2r_{22}^{mm}-r_{12}^{mm}, \tag{3.5}$$

$$U_o^{mm}=\tau(r_{1o}^{mm}-2r_{2o}^{mm}), \tag{3.6}$$

$$\sigma_x^{mm}=k_1^{-1}\tau[\nu_1(2r_{2o}^{mm}-r_{1o}^{mm})+p_1(2r_{21}^{mm}-r_{11}^{mm})], \tag{3.7}$$

$$\sigma_z^{mm}=\tau(r_{11}^{mm}-2R_{21}^{mm}). \tag{3.8}$$

$$U_{xx}^{mm}=-\tau\sum\frac{(-1)^{l}\,l}{k_l^2}[p_l^2 r_{12}^{mm}+2(\nu_l+i-1)p_l r_{11}^{mn}+\nu_l(\nu_l+2(i-1))], \tag{3.9}$$

$$U_{xz}^{mm}=k_1^{-1}\tau[\nu_1(2r_{21}^{mm}-r_{11}^{mm})+p_1(2r_{22}^{mm}-r_{12}^{mm})], \tag{3.10}$$

$$U_{zz}^{mm}=\tau(r_{12}^{mm}-2r_{22}^{mm}), \tag{3.11}$$

$$\mu_{xxx}^{mm}=\tau\{\tfrac{1}{2}k_1^{-3}+\sum_l\frac{(-1)^{l}\,l}{k_l^3}[p_l^3 r_{13}^{mm}+3(\nu_l+i-1)p_l^2 r_{12}^{mm}+$$
$$+3\nu_l(\nu_l+2i-2)p_l r_{11}^{mm}+\nu_l^2(\nu_l+3i-3)r_{1o}^{mm}]\}. \tag{3.12}$$

$$\mu_{xxz}^{mm}=-\tau\sum_l\frac{(-1)^{l}\,l}{k_l^2}[p_l^2 r_{13}^{mm}+2p_l(\nu_l+i-1)r_{12}^{mm}+$$
$$+\nu_l(\nu_l+2i-2)r_{11}^{mm}], \tag{3.13}$$

$$\mu_{xzz}^{mm}=k_1^{-1}\tau[\nu_1(2r_{22}^{mm}-r_{12}^{mm})+p_1(2r_{23}^{mm}-r_{13}^{mm})], \tag{3.14}$$

$$\mu_{zzz}^{mm}=\tau(r_{13}^{mm}-2r_{23}^{mm}), \tag{3.15}$$

$$\lambda_o^{mm}=2r_{2o}^{mm}-r_{10}^{mm}. \tag{3.16}$$

Список литературы

[1]. Jha S.S.-Phys. Rev., 1965, V. 140A, p.2020
[2]. Rudnik J., Stern E.A.-Phis.Rev. B, 1971, V.4, N12, p. 4274
[3]. Sipe J.E., So V.C.Y., Fukui M., Stegeman G.I.-Phys. Rev.B,1980,V.21,N10, p.4389
[4]. Quail C.,Simon H.J.-Phys.Rev.B, 1985, V.31,N8, p.4900
[5]. Keller O.-JOSA, 1985, B2, p.367
[6]. Keller O.-Phys.Rev.B, 1985,V.31,N8, p.5028
[7]. Ахмедиев Н.Н., Мельников И.В.,Робур Л.И. Препринт ИОФ АНССР, №10, М.,1989
[8]. Reuter G.E.H., Sondheimer E.H.-Proc.Roy.Soc., 1948, A195, p.336
[9]. Kliewer K.L., Fuchs R.-Phys.Rev., 1968,V.172, N3,p.607
[10].Warren J.L., Ferrell R.A.-Phys.Rev., 1960,V.117,p.1252
[11].Сайп.Дж, Стегеман Г.И.-В кн.:Поверхностные поляритоны. М.,"Мир",1985, с.464-492
[12].Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристалл-оптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов.М.,:Наука, 1979, 432 с.

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июля 1991 года.