ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р17-91-338

Г.Очирбат

К ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ р-ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА НА НЕЛИНЕЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛЕНКЕ

Направлено в журнал "Физика твердого тела"

1991

Рассеяние электромагнитных волн на нелинейной диэлектрической пленке вызывает теоретический и практический интерес в силу резонансного характера этого явления. В настоящее время существуют исчерпывающие аналитические исследования для случая рассеяния S-поляризованного света [1-2]. В данном случае они связаны с простой структурой уравнений полей.

К.М.Леун [1] представил электрическое поле в пленке в виде

$$E_y=F(z)\exp\{i\int\psi(z)dz\}\exp(ik_o\beta x-i\omega t),$$

где k_o-модуль волнового вектора света частоты ω в вакууме, β-константа распространения. Он нашел конечную связь между амплитудой F(z) и фазовой функцией $\psi(z)$ и решил задачу очень искусно. Вслед за этой работой появилась аналитическая теория резонансного прохождения световых волн S-поляризации через слоистые нелинейные диэлектрические структуры, в которых было использовано аналогичное представление. Насколько нам известно, пока не проведено подобное аналитическое исследование для случая p-поляризованного света.

Известно, что в этом случае компоненты электрических и магнитных полей тесно связаны между собой, и не получено отдельного уравнения для отдельной компоненты поля. Поэтому настоящая работа посвящается данному вопросу, и мы кратко изложим ниже результаты наших исследований.

Первые интегралы уравнений Максвелла

В духе упомянутых работ [1-2] компоненты электрических полей E_x, E_z представим в виде

$$E_x=iA(z)e^{i\Phi(z)},\ A(z)>0,\ E_z=E(z)e^{i\Phi_E(z)},\ E(z)>0. \quad (1.1)$$

Мы не учитываем поглощения и положим, что

$$H_y = H(z)e^{i\Phi_E(z)}, \qquad (1.2)$$

где H(z) представляет собой вещественную величину. В (1.1) и (1.2) для краткости опущен фазовый множитель $\exp(ik_o\beta x - i\omega t)$. Напишем уравнения Максвелла в введенных величинх

$$\frac{dH}{d\tau} = -\frac{c\varepsilon_o}{\beta}\epsilon_{xx}A\cos\Delta\phi, \qquad c\varepsilon_o\frac{dA}{d\tau} = \left(\frac{H}{\beta} + c\varepsilon_o E\right)\cos\Delta\phi$$

$$H\frac{d\phi_E}{d\tau} = \frac{c\varepsilon_o}{\beta}\epsilon_{xx}A\sin\Delta\phi, \qquad c\varepsilon_o A\frac{d\phi}{d\tau} = \left(\frac{H}{\beta} + c\varepsilon_o E\right)\sin\Delta\phi. \qquad (2)$$

Здесь $\beta = \frac{k_x}{k}$, k_x-проекция волнового вектора на направление распространения, $\tau = \beta k_o z$, ϵ_{xx}, ϵ_{zz} -диагональные компоненты диэлектрического тензора:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon + \alpha(A^2 + \gamma E^2), \qquad \epsilon_{zz} = \epsilon + \alpha(E^2 + \gamma A^2), \qquad (3)$$

где постоянная α фиксирует меру нелинейности керровского типа, γ -постоянная для данной среды величина.

Уравнения Максвелла допускают первый интеграл:

$$HA\sin\Delta\phi = C_o, \qquad (4)$$

физический смысл которого заключается в том, что поток электромагнитной энергии в перпендикулярном к плоскости пленки направлении постоянен.

В пределах пленки и внутри подложки величины A, $\Delta\phi$ непрерывны, а магнитное поле нигде не обращается в нуль в силу (4). Это является характерным свойством рассеяния. В задаче поверхностных и волноводных волн из требования обращения полей в нуль на бесконечности с необходимостью вытекает, чтобы $C_o \Rightarrow 0$ или $\Delta\phi \Rightarrow 0$, т.е. функции A(z), E(z), H(z) должны быть действительными. Вот почему солитонные решения уравнений Максвелла всегда являются вещественными функциями с точностью до фазового множителя $\exp(i\beta k_o - i\omega t)$.

Из уравнений Максвелла находим другой первый интеграл

$$\left(\frac{dA}{dz}\right)^2 + A^2\left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2 = -k_o^2(U - \beta^2E^2) + \text{const}, \qquad (5)$$

где

$$U = \epsilon A^2 + \frac{\alpha}{2}A^4 + \alpha\gamma A^2E^2 + \frac{\alpha}{2}E^4 + \epsilon E^2.$$

Он в пределе $\phi \Rightarrow 0$ переходит в результат, полученный впервые А.Л.Берхоером и В.Б.Захаровым [3].

Используя первые интегралы (4) и (5), можно выразить одну из величин ϵ_{xx}, ϵ_{zz} через другую. Например,

$$\epsilon_{xx} = [\pm(B^2 + \beta^2(A + A0))^{1/2} - B]\beta^{-2},$$

где

$$A = 2\gamma\epsilon[\beta^2(\epsilon_{zz} - \epsilon) + \epsilon_{zz}(\beta^2 - \epsilon_{zz})] + (\epsilon_{zz} - \epsilon)[2\epsilon_{zz}(\beta^2 - \epsilon_{zz}) +$$

$$+ \beta^2(\epsilon_{zz} - \epsilon)] + \beta^2\epsilon^2, \quad A0 = 2\beta^2(\gamma^2 - 1)(2\beta^2 - \epsilon_{zz})\frac{\text{const}}{\epsilon_{zz}},$$

$$B = \gamma(\beta^2 - \epsilon_{zz})\epsilon_{zz}.$$

Из уравнений (2) находим, что

$$\left(\frac{d\epsilon_{zz}}{dz}\right)^2 = k_o^2 F(\epsilon_{zz}), \qquad (6)$$

где

$$F(\epsilon_{zz}) = 4\beta^2\epsilon_{xx}^2$$

$$\times \frac{\left\{[\epsilon_{xx} - \epsilon - (\epsilon_{zz} - \epsilon)\gamma][\epsilon_{zz} - \epsilon - (\epsilon_{xx} - \epsilon)\gamma] - \left[\alpha\frac{\beta c_o(1 - \gamma^2)}{c\varepsilon_o\epsilon_{zz}}\right]^2\right\}}{\left[2(\epsilon_{zz} - \epsilon)\gamma - 2(\epsilon_{zz} - \epsilon) + \epsilon_{zz}\left(\frac{d\epsilon_{xx}}{d\epsilon_{zz}}\gamma - 1\right)\right]^2}.$$

Отсюда

$$z = z_o + k_o^{-1}\int \text{sign}\left(\frac{d\epsilon_{zz}}{dz}\right)F(\epsilon_{zz})^{-1/2}d\epsilon_{zz}. \qquad (7)$$

Таким образом, задача рассеяния электромагнитных волн на пленке, обладающей нелинейностью керровского типа, приводится к квадратуре. Формулы (6) и (7) отличаются от подобных выражений, полученных ранее для поверхностных и волноводных волн [4], своей общностью. Они в пределе $C_o \Rightarrow 0$ переходят в соответствующие результаты работы [4].

Граничные условия

Плоскую поверхность нелинейной пленки, на которую свет падает из вакуума, возьмем в качестве координатной плоскости OXY и ось OZ направим в сторону подложки.

Волна в среде I представляет собой суперпозицию падающей и отраженной волн

$$H_y = H_o(e^{ip_1 z} + re^{-ip_1 z})\exp[i(\beta k_o x+\delta)], \qquad (8)$$

где r-комплекснозначная амплитуда отражения, δ-фаза.

Условия непрерывности H_y- и E_x -компонентов электромагнитных полей на границе I и II сред:

$$H_o(1+r)=H(0)e^{i\Phi_E(0)-i\delta}, \quad \frac{1}{c}\cdot\frac{H_o P_1}{\varepsilon_o k_o}(1-r)=iA(0)e^{i\Phi(0)-i\delta}.$$

Волна, распространяющаяся в III среде:

$$H_{3y}=H_3\exp[i(p_3(z-d)+\beta k_o x+\varphi)].$$

Для III среды определяем величину $A_3(z), E_3(z)$ по формуле (1.1). На границе II и III сред (z=d, d-толщина пленки)

$$H(d)e^{i\Phi_E(d)} = H_3 e^{i\varphi}.$$

Из (8) получаем

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{H_o^2 P_1}{\varepsilon_o k_o}(1-|r|^2)=H(0)A(0)\sin\Delta\Phi(0)=C_o. \qquad (9)$$

Для III среды перепишем закон сохранения потока энергии в направлении z

$$A_3 H_3 \sin\Delta\Phi_3=C_o. \qquad (10)$$

Здесь $\Delta\Phi_3$- разность фаз величин E_3 и A_3 в III среде. Если диэлектрическая константа ϵ_3 III среды положительна, то

$$H_3<0 \ , \quad \Delta\Phi_3 = -\frac{\pi}{2}.$$

Принимая это во внимание, получаем из (9) и (10)

$$\frac{1}{c}\cdot\frac{H_o^2}{\varepsilon_o}\ \frac{P_1}{k_o}(1-|r|^2)= |H_3|P_3\ \frac{1}{c\varepsilon_o\epsilon_3 k_3}, \qquad (11)$$

где k_3-модуль волнового вектора волны в III среде. Обозначим через $|t|^2$ коэффициент прохождения волн,

$$|t|^2=\left(\frac{H_3}{H_o}\right)^2 \frac{k_o P_3}{\epsilon_3 k_3 P_1}. \qquad (12)$$

Приведенные выше формулы достаточны для определения коэффициентов отражения и прохождения в зависимости от интенсивности падающей волны. Величины A_3, E_3, H_3 связаны между собой простыми соотношениями, поэтому, задавая одну из них, находим остальные. После этого, учитывая, что $\Delta\Phi_3=-\frac{\pi}{2}$, мы можем определить постоянную C_o по формуле (10). Используя граничные условия, находим A(d), H(d) через A_3, H_3. Оставшуюся величину E(d) определяем через A(d), H(d) из уравнения Максвелла

$$H= -\frac{c\varepsilon_o}{\beta}\epsilon_{zz}E. \qquad (13)$$

Подставляя A(d), E(d) в (5) и в выражение (3) для ϵ_{zz}, находим значения const и $\epsilon_{zz}(d)$. После этого $\epsilon_{zz}(0)$ определяем из уравнения

$$d + k_o^{-1}\int_{\epsilon_{zz}(d)}^{\epsilon_{zz}(0)} \operatorname{sign}\left(\frac{d\epsilon_{zz}}{dz}\right)F(\epsilon_{zz})^{-1/2}\, d\epsilon_{zz}=0.$$

При этом следует обращать внимание на возможную периодичность функции $\epsilon_{zz}(z)$. Решая уравнение

$$\epsilon_{zz}(0) = \epsilon+\alpha[E(0)^2+ \gamma A(0)^2] \qquad (14)$$

совместно с (5) при z=0, находим E(0), A(0). Затем, используя (14), определяем H(0). Коэффициенты отражения и прохождения находятся из уравнений (11),(12).

Теперь переходим к анализу уравнения (6). Если сравнить его с формулой закона сохранения энергии в механике, то станет ясно, что оно имеет вид того закона. Поскольку одномерное финитное движение в механике является периодическим движением, то по аналогии мы можем ожидать, что при конкретных условиях функция $\epsilon_{zz}(z)$ будет периодической функцией.

С целью иллюстрации рассмотрим изотропный случай (γ=1). Тогда формула (6) приобретает вид

$$\left(\frac{dG}{dz}\right)^2 = (\beta k_o)^2\ \beta^2\frac{\epsilon_{zz}}{2\beta^2-\epsilon_{zz}}\left[\frac{1}{2}\ \frac{1}{\alpha}(\epsilon_{zz}^2-\epsilon^2)-\frac{\text{const}}{k_o^2}\right]\left\{\frac{\epsilon_{zz}-\epsilon}{\alpha}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2\beta^2-\epsilon_{zz}}\ \frac{\beta^2}{\epsilon_{zz}}\left[\frac{1}{2}\ \frac{1}{\alpha}\ (\epsilon_{zz}^2-\epsilon^2)-\frac{\text{const}}{k_o^2}\right]-\left[\frac{k_o\ \beta^2 c_o}{c\ \varepsilon_o}\right]^2\right\}, \quad (15)$$

где

$$G= -\frac{1}{2}\ \frac{\beta^2}{\alpha}\epsilon_{zz}+\beta^2\left(\frac{\beta^4}{\alpha}-\frac{\epsilon^2}{4\alpha}-\frac{\text{const}}{2k_o^2}\right)\frac{1}{2\beta^2-\epsilon_{zz}}-$$

$$-\left(\frac{\epsilon_z^2}{8\alpha}+\frac{\text{const}}{4k_o^2}\right)\ln|\epsilon_{zz}|+\left(-\frac{\beta^4}{2\alpha}+\frac{\epsilon^2}{8\alpha}+\frac{\text{const}}{4k_o^2}\right)\ln|2\beta^2-\epsilon_{zz}|$$

Отсюда будем определять точки возврата, где "кинетическая энергия" $(\frac{dG}{dz})^2$ обращается в нуль. В этих точках соблюдаются условия

$$H^2A^2 = C_o^2\ ,\ \sin\Delta\Phi = \pm 1 \quad (16)$$

где

$$A^2=\frac{\epsilon_{zz}-\epsilon}{\alpha}-\frac{1}{2\beta^2-\epsilon_{zz}}\ \frac{\beta^2}{\epsilon_{zz}}\left[\frac{1}{2}\ \frac{1}{\alpha}\ (\epsilon_{zz}^2-\epsilon^2)-\frac{\text{const}}{k_o^2}\right] \quad (17)$$

$$E^2=\frac{\beta^2}{2\beta^2-\epsilon_{zz}}\left[\frac{1}{2}\ \frac{1}{\alpha}(\epsilon_{zz}^2-\epsilon^2)-\frac{\text{const}}{k_o^2}\right]. \quad (18)$$

Исследуем уравнение (15) для самофокусирующей среды (α>0) при условии $\epsilon>2\beta^2$. Выделяя в (17),(18) те значения ϵ_{zz}, в

которых выполняются условия $A^2>=0$, $E^2>=0$, мы находим, что величина H^2A^2 обращается в нуль в точках, где A=0 и когда

$$\epsilon_{zz}=\left(\epsilon^2+2\alpha\ \frac{\text{const}}{k_o^2}\right)^{1/2},$$

и имеет смысл между этими точками. Уравнение (16) имеет два решения при условии $c_o^2 =< (H^2A^2)_{max}$, т.е. имеются две точки возврата. Это означает, что в случае самофокусирующих сред диэлектрическая константа $\epsilon_{zz}(z)$ будет периодической функцией своего аргумента. А в противоположном случае, $\epsilon_{zz}(z)<0$, волна в среду глубоко не входит, поэтому $-\epsilon_{zz}$ убывает в глубь среды.

На границе II и III сред (z=d) в силу $\Delta\Phi(d)=\pm\frac{\pi}{2}$ производные от A, H и E обращаются в нуль; это означает, что периодическая функция ϵ_{zz} будет принимать либо максимальное, либо минимальное значение на этой границе. Значения полей на другой границе (z=0) зависят от того, какое из этих двух значений принимает величина ϵ_{zz} на z=d. Поэтому обоим случаям отвечают разные режимы рассеяния.

Величина периода изменения диэлектрической функции является важной и тонкой характеристикой поля в пленке, поскольку мы ожидаем резонансное отражение или прохождение в зависимости от того, равняется ли толщина пленки четному или нечетному числу полупериодов изменения диэлектрической функции.

В заключение автор хотел бы выразить свою благодарность профессорам В.К.Федянину и Д.Михалаке, а также доктору физ.-мат. наук Р.Г.Назмитдинову за интерес к данной работе.

Список литературы

[1] K.M.Leung.// Phys.Rev.B, 1989, v.39, N 6, p.3590
[2] V.Langbein, F.Lederer, T.Peschel, U.Trutschel and D.Mihalache.// Phys.Reports. 1990. V.194. N 5,6, p.325
[3] А.Л.Берхоер, В.Б.Захаров.// ЖЭТФ, 1970, т.58, №3, с.903
[4] Д.Михалаке, Р.Г.Назмитдинов, В.К.Федянин, ЭЧАЯ, 1989, т.20, №1, с.198

Рукопись поступила в издательский отдел
23 июля 1991 года.

Очирбат Г. P17-91-338

К теории рассеяния p-поляризованного света на нелинейной диэлектрической пленке

Проведено аналитическое исследование рассеяния p-поляризованного света на пленке, обладающей нелинейностью керровского типа. Найдены два первых интеграла уравнений Максвелла, описывающих световые поля в нелинейной среде. Один из этих интегралов выражает закон сохранения потока энергии, направленного перпендикулярно к плоскости пленки, а другой представляет собой обобщение первого интеграла, полученного впервые А.Л.Берхоером и В.Б.Захаровым для случая комплексных решений. С помощью этих двух интегралов задача приводится к квадратуре. Показывается, что в случае положительности нелинейной диэлектрической постоянной амплитуды световых полей в пленке периодически меняются в направлении, перпендикулярном к плоскости пленки. Ожидается резонансное отражение или прохождение в зависимости от того, равняется ли толщина пленки четному или нечетному числу полупериодов изменения амплитуд.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1991

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Ochirbat G. P17-91-338

On the Theory of Scattering of p-Polarized Light on a Nonlinear Film

Scattering of p-polarized lihgt waves on a Kerr-Like film is studied analytically. Two first integrals of the Maxwell equations are found which describe light fields in a nonlinear medium. One of the integrals represents the conservation law of the energy flux perpendicular to the film plane and the other is a generalization of the first integral derived by A.L.Berkhoer and V.B.Zakharov to the case of complex-valued solutions. These integrals provide the solution in quadratures. It is shown that if the dielectric constant is positive, the amplitudes of light fields in the film change periodically in the direction perpendicular to the film plane. Resonance reflections or transmissions are expected to occur depending on that the thickness of the film equals either an even or odd number of half-periods of the amplitude change.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1991