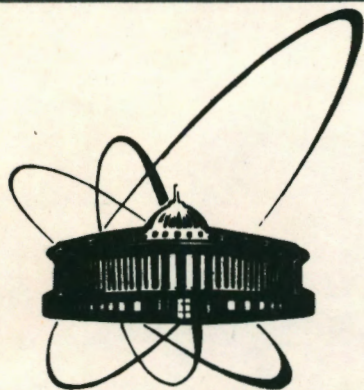


90-353



**Объединенный
институт
ядерных
исследований
Дубна**

X-657

P17-90-353

В. Хмельовски, А. В. Чижов

**КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА БОЗЕ-СИСТЕМ
ПОЛЯРИТОННОГО ТИПА**

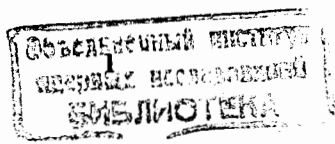
Направлено в журнал "Теоретическая
и математическая физика"

1990

Своим замечательным экспериментом, продемонстрировавшим возможность прямого измерения многовременных корреляционных функций квантового электромагнитного поля, Браун и Твисс [1] открыли новую эпоху развития квантовой оптики. Дело в том, что статистические свойства света, определяемые видом распределения числа фотонов, проявляются в поведении функций корреляции интенсивностей, начиная со второго порядка¹⁾. В одномодовом случае удобно рассматривать корреляционную функцию, определенную в смысле нормального произведения,

$$G_{aa}^{(2)}(t, \tau) = \frac{\langle a^*(t) a^*(t+\tau) a(t+\tau) a(t) \rangle}{\langle a^*(t) a(t) \rangle \langle a^*(t+\tau) a(t+\tau) \rangle}$$

¹⁾ Здесь речь идет не только о распределении Бозе-Энштейна, которое соответствует равновесному (хаотическому) состоянию, но и о распределениях, отвечающих неравновесным состояниям (когерентное, сжатое, субпуассоновское и др.).



так называемую степень когерентности второго порядка (см., например, [2, 3]). В двухмодовом случае возникает также функция кросс-корреляции $G_{ab}^{(2)}$. Аналогичное определение легко можно построить для произвольного числа мод.

Напомним, что в случае когерентного состояния, которому соответствует распределение Пуассона для числа фотонов [5],

$$\forall t \quad G_{aa}^{(2)} = 1 .$$

В том случае, когда $\lim_{t \rightarrow 0} G^{(2)} < 1$, принято говорить о субпуассоновском распределении. Соответственно, при условии $G_{aa}^{(2)}|_{\tau \rightarrow 0} > 1$ имеет место суперпуассоновское распределение фотонов [3].

В связи с представляющим в последнее время большим интересом к исследованию полей в так называемом сжатом состоянии изучаются дисперсии их обобщенных координат и импульсов [3]. В случае поля в безразмерные координата и импульс определяются соотношениями.

$$X_{1b} = \frac{b^+ + b}{2},$$

$$X_{2b} = i \frac{b^+ - b}{2}.$$

По определению состояние поля является сжатым, если для него

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_b \quad \text{или} \quad \langle (\Delta X_2)^2 \rangle_b < 1/4 .$$

Электромагнитное поле с различными статистическими свойствами может быть получено в процессах взаимодействия поля с веществом, сводящихся к эффектам генерации и рассеяния. Для описания таких эффектов обычно используются гамильтонианы двух типов. В одном квантовое электромагнитное поле взаимодействует с квантовой средой, определяемой как совокупность "атомов" с конечным числом уровней [6]. В другом подходе отклик среды моделируется эффективным взаимодействием полей [7, 8]. Возникающие при этом модельные гамильтонианы по своей математической структуре сходны с изучаемыми в физике конденсированных сред и в квантовой теории поля.

Одна из простейших моделей, обычно изучаемых в квантовой оптике в связи с так называемыми параметрическими процессами, описывает двухмодовое взаимодействие вида

$$H_{int} = g(a^{\dagger}b^{\dagger} + b a),$$

отвечающее процессам двухфотонной генерации [7]. Другая возможная форма двухмодового взаимодействия типа рассеяния имеет вид

$$(1) \quad H_{int} = g(a^{\dagger}b + b^{\dagger}a) .$$

Заметим, что такой выбор взаимодействия характерен также для теории поляритона (смотри, например, [9]), где одно из полей интерпретируется как фотоны, а другое - как экситоны. Кроме того, гамильтониан с взаимодействием (1) используется при описании механизма потерь для поля, взаимодействующего с

резонатором конечной добротности.

В настоящей работе мы исследуем квантовые корреляционные свойства в двухмодовой системе с взаимодействием типа (1). Полный гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$(2) \quad H = \omega a^* a + \Omega b^* b + H_{int}.$$

Здесь a, b - бозе-операторы, удовлетворяющие перестановочным соотношениям:

$$[a, a^*] = [b, b^*] = 1,$$

$$[a, b] = [b^*, a] = 0.$$

Безусловным методическим достоинством модельной задачи с гамильтонианом (2) является возможность получения точного операторного решения, описывающего динамику рассматриваемой системы. С этой целью представим гамильтониан (2) в матричном виде:

$$(3) \quad H = (a^*, b^*) \begin{pmatrix} \omega & g \\ g^* & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

С помощью канонического преобразования Боголюбова вида

$$(4a) \quad (\zeta_1^*, \zeta_2^*) = (a^*, b^*) X,$$

$$(4b) \quad \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} = X^* \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix},$$

где ζ_1, ζ_2 - новые бозе-операторы:

$$[\zeta_i, \zeta_j^*] = \delta_{ij},$$

$$[\zeta_i, \zeta_j] = [\zeta_i^*, \zeta_j^*] = 0$$

и X - матрица с с-числовыми коэффициентами:

$$X = -1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{1+\Delta} \exp(-i\psi_1) & \sqrt{1-\Delta} \exp[-i(\psi_2+\psi_g)] \\ \sqrt{1-\Delta} \exp[-i(\psi_1-\psi_g)] & \sqrt{1+\Delta} \exp(-i\psi_2) \end{pmatrix},$$

где

$$\Delta = (\omega - \Omega) / \sqrt{(\omega - \Omega)^2 + 4|g|^2},$$

гамильтониан (3) приводится к диагональному виду

$$(5) \quad H = (\zeta_1^*, \zeta_2^*) U \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$U = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}$$

и

$$E_1 = 1/2 (\omega + \Omega + \sqrt{(\omega - \Omega)^2 + 4|g|^2}),$$

$$E_2 = 1/2 (\omega + \Omega - \sqrt{(\omega - \Omega)^2 + 4|g|^2}).$$

Теперь для гамильтониана (5) перейдем к представлению Гейзенберга и запишем уравнения движения для операторов ζ_j :

$$i \zeta_1(t) = E_1 \zeta_1(t),$$

$$i \zeta_2(t) = E_2 \zeta_2^*(t).$$

Их решение, очевидно, есть

$$(6a) \quad \zeta_j(t) = \zeta_j(0) \exp[-iEt],$$

$$(6b) \quad \zeta_j^*(t) = \zeta_j^*(0) \exp[iEt],$$

где $\zeta_j(0)$ и $\zeta_j^*(0)$ определены начальным состоянием системы.

Теперь с учетом преобразования (4) и соотношений (6) находим для точной зависимости от времени исходных операторов a , b :

$$(7a) \quad a(t) = (\cos[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] - i\Delta\omega \sin[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] \times \\ \times \exp[-1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] a(0) + i\sqrt{1 - \Delta\omega^2} \exp(-i\psi_g) \sin[1/2(\omega_1 - \\ - \omega_2)t] \exp[-1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] b(0) ;$$

$$(7b) \quad b(t) = i\sqrt{1 - \Delta\omega^2} \exp(i\psi_g) \sin[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] \times \\ \times \exp[-1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] a(0) + (\cos[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] + i\Delta\omega \sin[1/2(\omega_1 - \\ - \omega_2)t] \exp[-1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] a(0) ;$$

$$(7b) \quad a^*(t) = (\cos[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] + i\Delta\omega \sin[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] \times \\ \times \exp[1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] a^*(0) - i\sqrt{1 - \Delta\omega^2} \exp(i\psi_g) \sin[1/2(\omega_1 - \\ - \omega_2)t] \exp[1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] b^*(0) ;$$

$$(7d) \quad b^*(t) = -i\sqrt{1 - \Delta\omega^2} \exp(-i\psi_g) \sin[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] \times \\ \times \exp[1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] a^*(0) - (\cos[1/2(\omega_1 - \omega_2)t] - i\Delta\omega \sin[1/2(\omega_1 - \\ - \omega_2)t] \exp[1/2i(\omega_1 + \omega_2)t] a^*(0).$$

Соотношения (7) определяют точную зависимость операторов $a(t)$, $b(t)$ от времени и начальных условий, задаваемых операторами $a(0)$, $b(0)$. Теперь с помощью (7) легко получить зависящие от времени корреляционные функции второго порядка $G_{aa}^{(2)}$, $G_{bb}^{(2)}$, $G_{ab}^{(2)}$.

Для числителей и знаменателей степеней когерентности $G_{aa}^{(2)}$, $G_{bb}^{(2)}$ находим

$$\langle a^*(t) a^*(t+\tau) a(t+\tau) a(t) \rangle = [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \times \\ \times \langle a^* a^* a a \rangle + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \langle b^* b^* b b \rangle + [4 - \lambda_3(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau) + \\ + \lambda_5(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \langle a^* a \rangle \langle b^* b \rangle - (A_1^*(t) A_2(t) ([2 + \lambda_5(t, \tau) + \\ + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^2 \langle a^* \rangle \langle b^* b b \rangle + [2 + \lambda_5(t, \tau) - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^2 \times \\ \times \langle a^* a^* a \rangle \langle b \rangle) - [1 + \lambda_5(t, \tau)] [A_1^*(t) A_2(t)]^2 \langle a^* a^* \rangle \langle b b \rangle + h.c.) ;$$

$$\langle a^*(t) a(t) \rangle \langle a^*(t+\tau) a(t+\tau) \rangle = [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \times \\ \times \langle a^* a \rangle^2 + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \langle b^* b \rangle^2 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 ([2 - \\ - \lambda_3(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau)] \langle a^* a \rangle \langle b^* b \rangle + 2[1 + \lambda_5(t, \tau)] |\langle a \rangle|^2 |\langle b \rangle|^2) - \\ - (A_1^*(t) A_2(t) ([2 + \lambda_5(t, \tau) - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^2 \langle a^* a \rangle \langle a^* \rangle \langle b \rangle + [2 + \\ + \lambda_5(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^2 \langle a^* \rangle \langle b^* b \rangle \langle b \rangle) - [1 + \lambda_5(t, \tau)] [A_1^*(t) \times$$

$$\times A_2(t)]^2 \langle a^+ \rangle^2 \langle b \rangle^2 + \text{h.c.}) ;$$

$$\begin{aligned} \langle b^+(t)b^+(t+\tau)b(t+\tau)b(t) \rangle &= [1+\lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^4 \times \\ &\times \langle a^+ a^+ a a \rangle + [1-\lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^4 \langle b^+ b^+ b b \rangle + [4-\lambda_3(t,\tau)+\lambda_4(t,\tau) + \\ &+ 2\lambda_5(t,\tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \langle a^+ a \rangle \langle b^+ b \rangle + (A_1^*(t)A_2(t) ([2+\lambda_5(t,\tau) + \\ &+ \lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^2 \langle a^+ a^+ \rangle \langle b \rangle + [2+\lambda_5(t,\tau)-\lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^2 \langle a^+ \rangle \times \\ &\times \langle b^+ b b \rangle) + [1+\lambda_5(t,\tau)] [A_1^*(t)A_2(t)]^2 \langle a^+ a^+ \rangle \langle b b \rangle + \text{h.c.}) ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle b^+(t)b(t) \rangle \langle b^+(t+\tau)b(t+\tau) \rangle &= [1+\lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^4 \times \\ &\times \langle a^+ a \rangle^2 + [1-\lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^4 \langle b^+ b \rangle^2 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 ([2 - \\ &-\lambda_3(t,\tau)+\lambda_4(t,\tau)] \langle a^+ a \rangle \langle b^+ b \rangle + 2[1+\lambda_5(t,\tau)] \langle a^+ \rangle^2 \langle b \rangle^2) - (A_1^*(t) \times \\ &\times A_2(t) ([2+\lambda_5(t,\tau)-\lambda_3(t,\tau)] |A_2(t)|^2 \langle a^+ a \rangle \langle a^+ \rangle \langle b \rangle + [2+\lambda_5(t,\tau) + \\ &+ \lambda_4(t,\tau)] |A_1(t)|^2 \langle a^+ \rangle \langle b^+ b \rangle \langle b \rangle) - [1+\lambda_5(t,\tau)] [A_1^*(t)A_2(t)]^2 \langle a^+ \rangle^2 \times \\ &\times \langle b \rangle^2 + \text{h.c.}), \end{aligned}$$

где

$$A_1(t) = 1/2[(1-\Delta\omega)\exp[-i\omega_2 t] + (1+\Delta\omega)\exp[-i\omega_1 t]] ,$$

$$A_2(t) = -1/2[\sqrt{1-\Delta\omega^2} \exp[-i\psi_0] (\exp[-i\omega_2 t] - \exp[-i\omega_1 t])] ,$$

$$\lambda_1(\tau) = \cos(\omega_1 - \omega_2)\tau ,$$

$$\lambda_2(\tau) = \sin(\omega_1 - \omega_2)\tau ,$$

$$\lambda_3(t,\tau) = (1-\Delta\omega^2) ([1-\lambda_1(\tau)] \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \lambda_2(\tau) \sin(\omega_1 - \omega_2)t) (1 + \Delta\omega + (1-\Delta\omega) \cos(\omega_1 - \omega_2)t)^{-1} ,$$

$$\lambda_4(t,\tau) = ([1-\lambda_1(\tau)] \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \lambda_2(\tau) \sin(\omega_1 - \omega_2)t) (1 - \cos(\omega_1 - \omega_2)t)^{-1} ,$$

$$\begin{aligned} \lambda_5(t,\tau) &= (\Delta\omega ([1-\lambda_1(\tau)] \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \lambda_2(\tau) \sin(\omega_1 - \omega_2)t) + \\ &+ i([1-\lambda_1(\tau)] \sin(\omega_1 - \omega_2)t - \lambda_2(\tau) \cos(\omega_1 - \omega_2)t)) (\Delta\omega [1 - \cos(\omega_1 - \\ &- \omega_2)t] - i \sin(\omega_1 - \omega_2)t) . \end{aligned}$$

Кросс-корреляционная функция второго порядка $G_{ab}^{(2)}$ определяется следующим образом:

$$G_{ab}^{(2)}(t,\tau) = \frac{\langle a^+(t)b^+(t+\tau)b(t+\tau)a(t) \rangle}{\langle a^+(t)a(t) \rangle \langle b^+(t+\tau)b(t+\tau) \rangle} ,$$

где

$$\begin{aligned} \langle a^+(t)b^+(t+\tau)b(t+\tau)a(t) \rangle &= [1+\lambda_4(t,\tau)] |A_1(t)|^2 \times \\ &\times |A_2(t)|^2 \langle a^+ a^+ a a \rangle + [1-\lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \langle b^+ b^+ b b \rangle + \\ &+ ([1+\lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^4 + [1-\lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^4 - 2[1+\lambda_5(t,\tau)] \times \\ &\times |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2) \langle a^+ a \rangle \langle b^+ b \rangle + (A_1^*(t)A_2(t) ([1+\lambda_5(t,\tau)] |A_1(t)|^2 - \\ &- [1+\lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^2) \langle a^+ a^+ \rangle \langle b \rangle + ([1+\lambda_5(t,\tau)] |A_2(t)|^2 - [1 - \\ &- \lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^2) \langle a^+ \rangle \langle b^+ b b \rangle - [1+\lambda_5(t,\tau)] [A_1^*(t)A_2(t)]^2 \times \\ &\times \langle a^+ a^+ \rangle \langle b b \rangle + \text{h.c.}) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle a^\dagger(t)a(t) \rangle \langle b^\dagger(t+\tau)b(t+\tau) \rangle &= |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 ([1 + \\
&+ \lambda_4(t,\tau)] \langle a^\dagger a \rangle^2 + [1 - \lambda_3(t,\tau)] \langle b^\dagger b \rangle^2) + ([1 + \lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^4 + \\
&+ [1 - \lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^4) \langle a^\dagger a \rangle \langle b^\dagger b \rangle - 2[1 + \lambda_5(t,\tau)] |A_1(t)|^2 \times \\
&\times |A_2(t)|^2 |\langle a \rangle|^2 |\langle b \rangle|^2 + \{A_1^*(t)A_2(t) [(1 + \lambda_5(t,\tau)) |A_1(t)|^2 - [1 + \\
&+ \lambda_4(t,\tau)] |A_2(t)|^2] \langle a^\dagger a \rangle \langle a \rangle \langle b \rangle + ([1 + \lambda_5(t,\tau)] |A_2(t)|^2 - [1 - \\
&- \lambda_3(t,\tau)] |A_1(t)|^2) \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger b \rangle \langle b \rangle\} - [1 + \lambda_5(t,\tau)] [A_1^*(t)A_2(t)]^2 \times \\
&\times \langle a^\dagger a^\dagger \rangle \langle b b \rangle + \text{h.c.} \} .
\end{aligned}$$

Дисперсии обобщенных координат и импульсов полей a и b принимают следующий вид

$$\begin{aligned}
\langle (\Delta X_j)^2 \rangle_a &= 1/4 + 1/4 \{ ([A_1(t)]^2 (\langle a^2 \rangle - \langle a \rangle^2) + \\
&+ [A_2(t)]^2 (\langle b^2 \rangle - \langle b \rangle^2)) \exp(-2i\psi_j) + \text{h.c.} \} + 1/2 \{ (|A_1(t)|^2 (\langle a^\dagger a \rangle - \\
&- \langle a \rangle \langle a \rangle) + |A_2(t)|^2 (\langle b^\dagger b \rangle - \langle b \rangle \langle b \rangle)) \} ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle (\Delta X_j)^2 \rangle_b &= 1/4 + 1/4 \{ ([B_1(t)]^2 (\langle a^2 \rangle - \langle a \rangle^2) + \\
&+ [B_2(t)]^2 (\langle b^2 \rangle - \langle b \rangle^2)) \exp(-2i\psi_j) + \text{h.c.} \} + 1/2 \{ (|A_2(t)|^2 (\langle a^\dagger a \rangle - \\
&- \langle a \rangle \langle a \rangle) + |A_1(t)|^2 (\langle b^\dagger b \rangle - \langle b \rangle \langle b \rangle)) \} ,
\end{aligned}$$

где $j = 1, 2$; $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = \pi/2$.

Заметим, что средние здесь определяются как обычно:

$$\langle u \rangle = \text{Tr}(U(t) \circ \rho(0)) ,$$

где $\rho(0)$ - статистический оператор начального состояния системы.

В дальнейшем будем считать, что в начальный момент времени имеет место условие факторизации:

$$\rho(0) = \rho_a(0) \circ \rho_b(0) .$$

Так как начальное состояние любого из полей не обязательно является хаотическим (равновесным с заданной температурой), то у нас имеется возможность исследования эволюции системы для весьма широкого выбора начальных условий. Из соображений простоты и наглядности ограничимся исследованием одновременных корреляций ($\tau = 0$).

Рассмотрим некоторые интересные случаи:

1) поле a находится в когерентном состоянии, b - в гауссовском (хаотическом) состоянии. Тогда

$$\rho_a(0) = |\alpha\rangle \langle \alpha| ,$$

$$|\alpha\rangle = e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a} |0\rangle$$

и

$$\rho_b(0) = \sum_n \rho(n) |n\rangle \langle n| ,$$

$$\rho(n) = \frac{\langle b^\dagger b \rangle_0^n}{(1 + \langle b^\dagger b \rangle_0)^{1+n}} ,$$

$$\langle b^*b \rangle_0 = (e^{\hbar\Omega/\vartheta} - 1)^{-1},$$

где ϑ - температура равновесного излучения. В этом случае для степеней когерентности и кросс-корреляционных функций получаем

$$G_{aa}^{(2)}(t, \tau) = 1 + ([1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + 2[1 + \lambda_5(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 |\alpha|^2 \langle n_b \rangle) \{ [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 |\alpha|^4 + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + [2 - \lambda_3(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau)] |A_1(t)|^2 \times |A_2(t)|^2 |\alpha|^2 \langle n_b \rangle \}^{-1};$$

$$G_{aa}^{(2)}(t) = 1 + (|A_2(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + 2|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \times |\alpha|^2 \langle n_b \rangle) \{ |A_1(t)|^4 |\alpha|^4 + |A_2(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + 2|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \times |\alpha|^2 \langle n_b \rangle \}^{-1};$$

$$G_{bb}^{(2)}(t, \tau) = 1 + ([1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 - 2[1 + \lambda_5(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 |\alpha|^2 \langle n_b \rangle) \{ [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 |\alpha|^4 + [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + [2 - \lambda_3(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau)] |A_1(t)|^2 \times |A_2(t)|^2 |\alpha|^2 \langle n_b \rangle \}^{-1};$$

$$G_{bb}^{(2)}(t) = 1 + (|A_1(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 - 2|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \times |\alpha|^2 \langle n_b \rangle) \{ |A_2(t)|^4 |\alpha|^4 + |A_1(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + 2|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \times |\alpha|^2 \langle n_b \rangle \}^{-1};$$

$$G_{ab}^{(2)}(t, \tau) = 1 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \{ [1 - \lambda_3(t, \tau)] \langle n_b \rangle^2 -$$

$$- 2[1 + \lambda_5(t, \tau)] |\alpha|^2 \langle n_b \rangle \} \{ [1 + \lambda_4(t, \tau)] |\alpha|^4 + [1 - \lambda_3(t, \tau)] \langle n_b \rangle^2 \} + ([1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4) \times |\alpha|^2 \langle n_b \rangle^{-1};$$

$$G_{ab}^{(2)}(t) = 1 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \{ [1 - \lambda_3(t, \tau)] \langle n_b \rangle^2 -$$

$$- [1 + \lambda_5(t, \tau)] |\alpha|^2 \langle n_b \rangle \} \{ [1 + \lambda_4(t, \tau)] |\alpha|^4 + [1 - \lambda_3(t, \tau)] \langle n_b \rangle^2 \} + ([1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4) \times |\alpha|^2 \langle n_b \rangle^{-1};$$

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_a = \langle (\Delta X_2)^2 \rangle_a = 1/4 + 1/2 |A_2(t)|^2 \langle n_b \rangle;$$

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_b = \langle (\Delta X_2)^2 \rangle_b = 1/4 + 1/2 |A_1(t)|^2 \langle n_b \rangle.$$

Соответствующее временное поведение изображено на рис.1. Как нетрудно видеть, имеет место периодическое изменение статистических свойств взаимодействующих полей. Так, изначально хаотическое состояние поля b в процессе временной эволюции переходит в когерентное состояние, при этом поле a переходит в хаотическое состояние. В случае поляритонов в ионном кристалле полученный результат показывает, что, например, когерентное состояние фононов будет хаотизироваться при одновременном переходе фотонов в когерентное состояние. Последнее можно наблюдать по характеру люминесценции.

2) Начальное состояние поля a - сжатый вакуум, а поля b -

G_{mn}

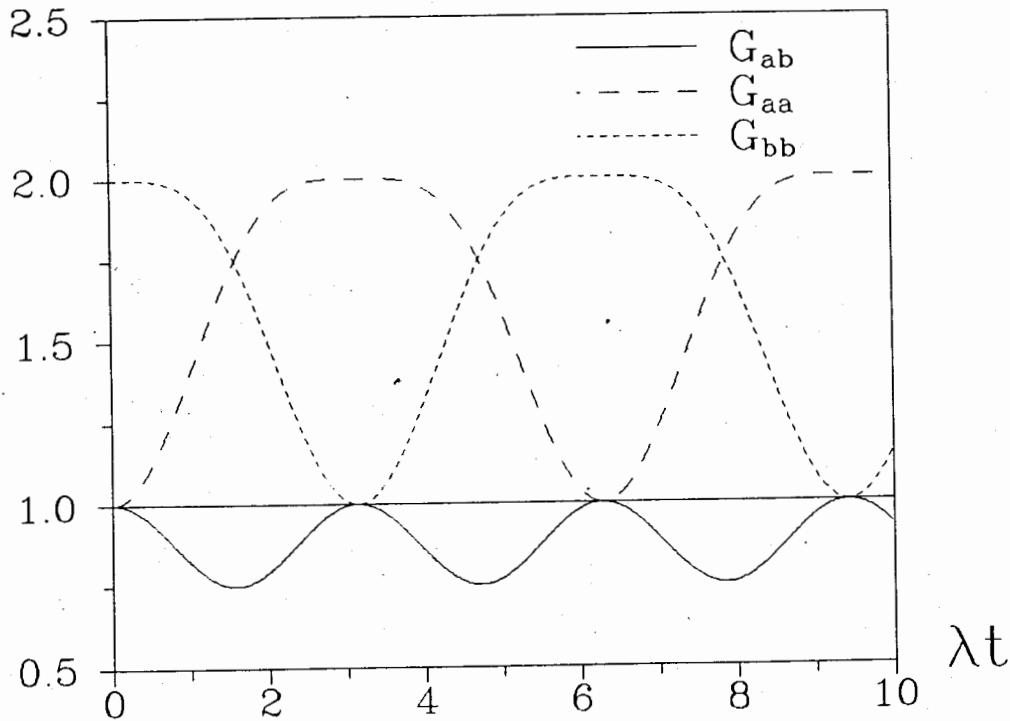


Рис. 1. Зависимость корреляционных функций от времени для случая 1) при параметрах системы : $\omega = \Omega = 2,5$; $g = 1$ ($\lambda = \sqrt{(\omega - \Omega)^2 + 4 |g|^2} = 2$) и начальных состояний полей: $\alpha = 1$; $\hbar\Omega/\vartheta = \ln 2$ ($\langle a^+ a \rangle_0$; $\langle b^+ b \rangle_0 = 1$).

гауссовское состояние. Создание источников света в сжатом состоянии [11] открывает широкие возможности использования последних для различных целей, в том числе и для спектроскопии конденсированных сред. Напомним, что для сжатого состояния [3]

$$\rho_a = |\alpha, \zeta\rangle \langle \alpha, \zeta|,$$

$$|\alpha, \zeta\rangle = e^{\alpha a^+ - \alpha^* a} e^{1/2 \zeta^* a^2 - 1/2 \zeta a^2} |0\rangle.$$

Ниже мы будем рассматривать специальный случай так называемого сжатого вакуума, когда $\alpha = 0$. Тогда для степеней когерентности и кросс-корреляционных функций, а также дисперсий находим

$$G_{aa}^{(2)}(t, \tau) = 1 + ([1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 (\text{sh}^2 2s_a - \text{sh}^2 s_a) + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + 2[1 + \lambda_5(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \times \langle n_b \rangle) ([1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \text{sh}^4 s_a + [1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + [2 - \lambda_3(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle)^{-1};$$

$$G_{aa}^{(2)}(t) = 1 + (|A_1(t)|^4 (\text{sh}^2 2s_a - \text{sh}^2 s_a) + |A_2(t)|^4 \times \langle n_b \rangle^2 + 2|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle) (|A_1(t)|^4 \text{sh}^4 s_a + |A_2(t)|^4 \times \langle n_b \rangle^2 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle)^{-1};$$

$$G_{bb}^{(2)}(t, \tau) = 1 + ([1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 (\text{sh}^2 2s_a - \text{sh}^2 s_a) + [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 - 2[1 + \lambda_5(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \times \langle n_b \rangle) ([1 + \lambda_4(t, \tau)] |A_2(t)|^4 \text{sh}^4 s_a + [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 \langle n_b \rangle^2 + [2 - \lambda_3(t, \tau) + \lambda_4(t, \tau)] |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle)^{-1};$$

$$G_{bb}^{(2)}(t) = 1 + (|A_2(t)|^4 (\text{sh}^2 2s_a - \text{sh}^2 s_a) + |A_1(t)|^4 \times \langle n_b \rangle^2 - 2|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle) (|A_2(t)|^4 \text{sh}^4 s_a + |A_1(t)|^4 \times \langle n_b \rangle^2 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle)^{-1}$$

$$G_{ab}^{(2)}(t, \tau) = 1 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 ([1 + \lambda_4(t, \tau)] (\text{sh}^2 2s_a - \text{sh}^2 s_a) + \langle n_b \rangle^2 - 2\text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle) (|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 ([1 + \lambda_4(t, \tau)] \times$$

$$\times \text{sh}^4 s_a + [1 - \lambda_3(t, \tau)] \langle n_b \rangle^2 + [1 - \lambda_3(t, \tau)] |A_1(t)|^4 + [1 + \lambda_4(t, \tau)] \times \\ \times |A_2(t)|^4 \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle^{-1} ;$$

$$G_{ab}^{(2)}(t) = 1 + |A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 ((\text{sh}^2 2s_a - \text{sh}^2 s_a) + \langle n_b \rangle^2 - \\ - 2\text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle) (|A_1(t)|^2 |A_2(t)|^2 [\text{sh}^4 s_a + \langle n_b \rangle^2] + (|A_1(t)|^4 + \\ + |A_2(t)|^4) \text{sh}^2 s_a \langle n_b \rangle^{-1})^{-1} ;$$

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_a = 1/4 - 1/4 [A_1^2 \exp(i\theta_a) + A_1^{*2} \exp(-i\theta_a)] \text{sh} s_a \times \\ \times \text{ch} s_a + 1/2 [|A_1(t)|^2 \text{sh}^2 s_a + |A_2(t)|^2 \langle n_b \rangle] ;$$

$$\langle (\Delta X_2)^2 \rangle_a = 1/4 + 1/4 [A_1^2 \exp(i\theta_a) + A_1^{*2} \exp(-i\theta_a)] \text{sh} s_a \times \\ \times \text{ch} s_a + 1/2 [|A_1(t)|^2 \text{sh}^2 s_a + |A_2(t)|^2 \langle n_b \rangle] ;$$

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle_b = 1/4 - 1/4 [B_1^2 \exp(i\theta_a) + B_1^{*2} \exp(-i\theta_a)] \text{sh} s_a \times \\ \times \text{ch} s_a + 1/2 [|A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a + |A_1(t)|^2 \langle n_b \rangle] ;$$

$$\langle (\Delta X_2)^2 \rangle_b = 1/4 [B_1^2 \exp(i\theta_a) + B_1^{*2} \exp(-i\theta_a)] \text{sh} s_a \text{ch} s_a + \\ + 1/2 [|A_2(t)|^2 \text{sh}^2 s_a + |A_1(t)|^2 \langle n_b \rangle] .$$

Соответствующее поведение приведено на рис. 2 и 3. Как нетрудно видеть (рис. 2), взаимодействие поля в хаотическом состоянии с полем в состоянии сжатого вакуума приводит к увеличению суперпуассоновского характера статистики первого ($G_{bb}^{(2)}(t) \geq 2$, тогда как $G_{bb}^{(2)}(0) = 2$). С другой стороны, при

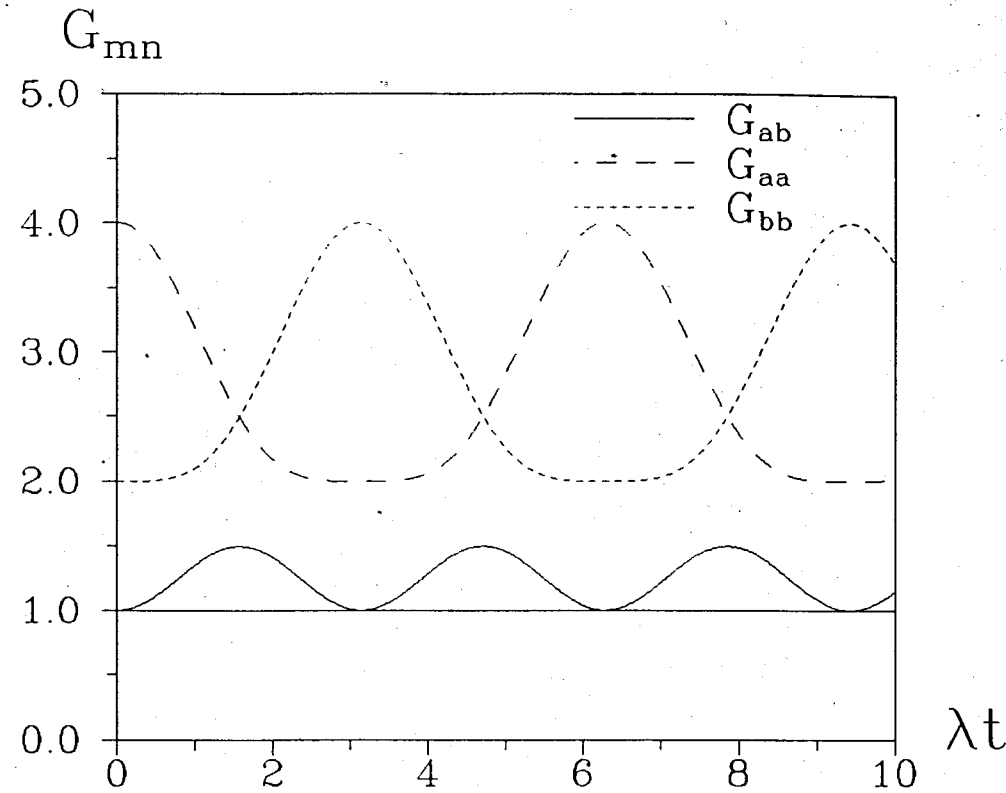


Рис. 2. То же, что и на Рис. 1, для случая 2) при тех же параметрах системы и $\alpha = 0$, $\zeta = \text{Arsh } 1$; $\hbar\Omega/\vartheta = \ln 2$ ($\langle a^+ a \rangle_0 = \langle b^+ b \rangle_0 = 1$).

этом наблюдается эффект перехода из хаотического состояния в сжатое состояние (на рис. 3 значение дисперсии обобщенного импульса фононов $\langle (\Delta X_2)^2 \rangle_b$ в определенные моменты времени становится меньше 1/4).

Таким образом, мы рассмотрели эволюцию системы поляритонного типа во времени и продемонстрировали возможность изменения ее флуктуационных и статистических свойств при взаимодействии с электромагнитным полем, приготовленного в различных физических состояниях.

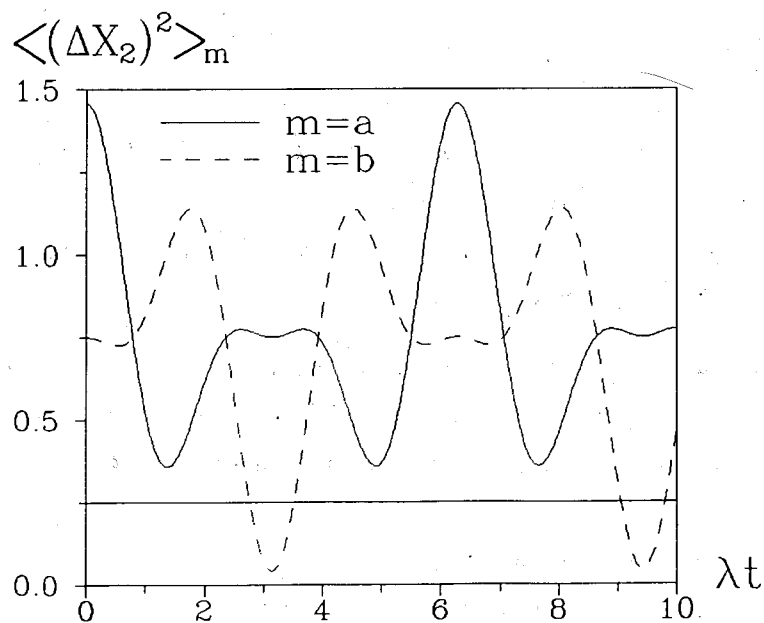
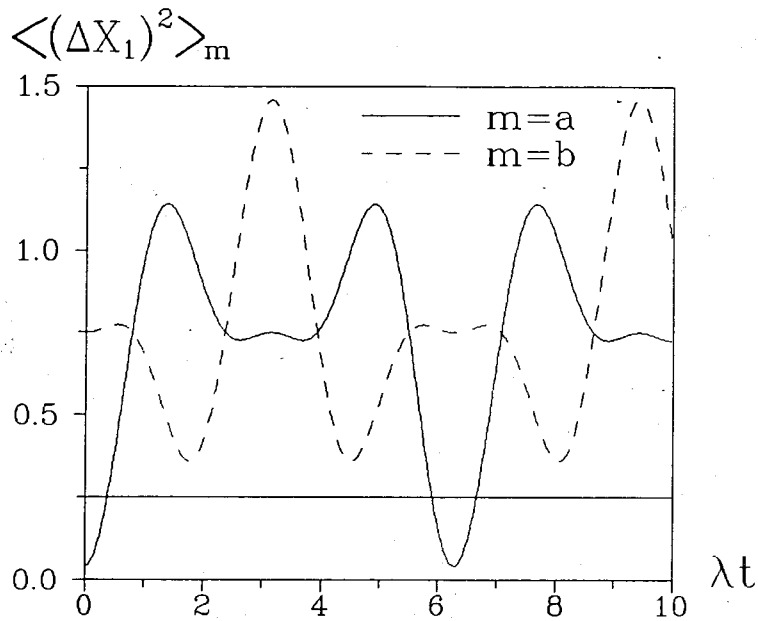


Рис. 3. Временная эволюция дисперсий обобщенных координат (а) и импульсов (б) для случая 2) при тех же параметрах, что и на Рис. 2.

В заключение авторы выражают благодарность Р.Танасю и А.С.Шумовскому за постоянный интерес к работе и полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] Brown Hanbury R., Twiss R. Q. // Nature. 1956. V.177. P.27-29.
- [2] Боголюбов Н.Н.(мл.), Козеровски М., Чан Куанг, Шумовский А.С. // ЭЧАЯ. 1988. Т.19. В.4. С.831-863.
- [3] Walls D.F. // Nature. 1983. V.306. P.141-146.
- [4] Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. М.: Мир, 1987.
- [5] Малкин И.А., Манько В.И. Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М.: Наука, 1979.
- [6] Боголюбов Н.Н.(мл.), Садовников Б.И., Шумовский А.С. Математические методы статистической механики модельных систем. М.: Наука, 1989.
- [7] Yuen H.P. // Phys. Rev. 1976. V.A13. No 6. P.2226-2243.
- [8] Tanas R. Coherence and quantum optics. Eds. Mandel L., Wolf E. N.Y.: Plenum. 1984. V.5. P.643-660.
- [9] Ильинский Ю.А., Келдыш Л.В. Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом. М.: МГУ, 1989.
- [10] Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. М.: Мир, 1972.
- [11] Slusher R.E., Hollberg L.E., Yurke B., Mertz J.C., Valley J.F. // Phys. Rev. Lett. 1985 V.55. No 22. P.2409-2412.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 мая 1990 года.

Хмельовски В., Чижов А.В.
Корреляционные свойства бозе-систем
поляритонного типа

P17-90-353

Исследованы неравновесные квантовые корреляционные и флуктуационные свойства двухмодовой бозе-системы с эффективным гамильтонианом поляритонного типа. Методом канонического преобразования Боголюбова найдена точная эволюция операторов. Показана возможность периодического изменения статистических свойств такой системы, а также возникновения сжатого состояния у поля, изначально находившегося в хаотическом состоянии. Исследование кросс-корреляционной функции демонстрирует возможность обмена статистическими свойствами между взаимодействующими полями.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1990

Перевод авторов

Chmielowski W., Chizhov A.V.
Correlation Properties of the
Polariton-Type Bose-Systems

P17-90-353

Nonequilibrium quantum correlation and fluctuation properties of the two-mode Bose-system with the effective Hamiltonian of the polariton type have been investigated. An exact time-evolution of operators has been found with the help of the Bogolubov canonical transformation. A possibility of periodic alteration in statistical properties of such a system, as well as of rising of a squeezed state of the field, initially being in a chaotic state, has been shown. A study of the cross-correlation function demonstrates an ability for an exchange of statistical properties between the interacting fields.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1990