ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р17-90-298

Х.О.Абдуллоев[1], А.Т.Максудов[2], В.Г.Маханьков,
Х.Х.Муминов

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА АНИЗОТРОПНОГО ЛЕГКОПЛОСКОСТНОГО МАГНЕТИКА СО СПИНОМ S = 1

Направлено в журнал "Phys. Cond. Matter"

[1]Таджикский государственнвый университет, Душанбе
[2]Ленинабадский государственный педагогический институт, ТаджССР

1990

В последние годы одномерные магнитные системы явились объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований [I-5]. Особое внимание уделяется изучению ферромагнетиков со спином $S>I/2$, для которых точные результаты не получены и теоретические исследования ограничиваются рамками квазиклассического подхода. Типичным представителем таких магнетиков является $CsNiF_3$, моделью для изучения которого служит легкоплоскостной магнетик Гейзенберга со спином $S=I$. Нелинейная динамика классического спина в рамках такой модели при наличии магнитного поля, как было показано Х.Микешкой [I], приближенно описывается уравнением sin-Гордон. Этот факт,хотя и находит качественное согласие с экспериментальными исследованиями [2-3], однако, как показано в работе [4], до количественного согласия еще далеко. Следует думать,что одна из причин этого кроется в том, что в подходе [I] дается описание спиновой динамики двумя параметрами (θ и φ),в то время как их минимально необходимое количество для полного квазиклассического описания магнетика должно быть 4. (Для произвольного спина 4S). В работах [6-8] для квазиклассического описания $S=I$ магнетика в качестве базиса пробных функций для разложения спиновых состояний предложен переполненный набор плоских состояний. Разработан вариационный метод для получения уравнений динамики спина.

На основе одноузельных когерентных состояний В.С.Островским [9] получена система четырех уравнений, описывающая легкоплоскостную модель магнетика с сильной одноионной анизотропией. Этот подход позволяет учитывать необходимое для квазиклассичесого описания число динамических переменных изучаемого магнетика со спином $S=I$ и допускает выход за рамки уравнения Ландау-Лифшица.

Цель настоящей работы заключается в исследовании магнетика

Гейзенберга со слабой анизотропией типа "легкая плоскость" со спином S=I. Для перехода к квазиклассическому описанию магнетика проводится процедура усреднения гамильтониана по когерентным состояниям, которые с точностью до перепараметризации совпадают с обобщенными спиновыми когерентными состояниями (по Переломову [I0]), которые были построены в работе [II] для группы SU(3) и использовались там же для изучения гейзенберговского магнетика. Для получения динамических уравнений мы используем скобки Пуассона, порождаемые алгеброй SU(3), а затем переходим к новым динамическим переменным: θ и φ – характеризующим направление спина, γ – вращение квадрупольного момента и g – изменение длины вектора классического спина и квадрупольного момента. Полученная таким образом система уравнений дает полное описание динамики спиновых волн в S=I магнетике. При отсутствии квадрупольного момента, т.е. $g = \gamma = 0$, эта система сводится, с точностью до перенормировки, к уравнению Ландау-Лифшица.

Мы будем исследовать находящийся в магнитном поле легкоплоскостной магнетик со спином S=I, который описывается гамильтонианом

$$\hat{H} = -\sum_j \hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1} - \delta \sum_j \hat{S}^z_j \hat{S}^z_{j+1} + h \sum_j \hat{S}^x_j \quad , \qquad (I)$$

где $\delta = \frac{\delta''}{J}$ – константа анизотропии, J – интеграл перекрытия и $h = \mu g H/J$ – напряженность магнитного поля.

Имея в виду переход к квазиклассическому описанию модели (I), будем использовать приближение Хартри-Фока, в котором состояние спина в отдельном узле описывается волновой функцией

$$|\psi\rangle = C_1 |u\rangle + C_0 |m\rangle + C_{-1} |d\rangle , \qquad (2)$$

где C_1, C_0 и C_{-1} – комплексные функции. Ввиду произвольности выбора фазы волновой функции и условия нормировки

$$|C_1|^2 + |C_0|^2 + |C_{-1}|^2 = 1 \qquad (3)$$

минимально необходимое число параметров для полного описания квазиклассического поведения системы сокращается до четырех. Учитывая вышесказанное, заключаем что волновая функция (2) с точностью до переобозначений совпадает с обобщенными спиновыми когерентными состояниями группы SU(3). Напомним, что в работе [II] они были построены в виде

$$|\psi\rangle = e^{\sum_{i=1}^{2} \zeta_i \hat{T}_i^+ - \bar{\zeta}_i \hat{T}_i^-} |d\rangle =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2}} \left\{ |d\rangle + \psi_1 |m\rangle + \psi_2 |u\rangle \right\} , \qquad (4)$$

где $\psi_i = \frac{\zeta_i}{|\zeta_i|} \tan|\zeta| , \quad |\zeta|^2 = |\zeta_1|^2 + |\zeta_2|^2$

и $\hat{T}_i^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{T}_i^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ –

генераторы фундаментального представления группы SU(3). Параметризация в виде (2) или (4) оказывается не совсем удачной для описания ориентационной динамики векторов классического спина и квадрупольного момента. Поэтому необходимо перейти к новым, физическим, переменным.

Выберем пробную функцию в виде

$$|\psi\rangle = e^{2ig\,Q^{xy}} |u\rangle , \qquad (5)$$

где $Q^{xy} = \frac{i}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ –

квадрупольный момент (см.[I2]), $|u\rangle$ – референтное состояние. (Заметим, что фактор 2 в экспоненте введен для удобства). Как отмечено в [I3], параметр g характеризует изменение длины вектора классического спина и квадрупольного момента. В качестве остальных трех параметров, характеризующих состояние спина и квадрупольного момента в каждом узле, можно использовать параметры унитарного преобразования, которое имеет следующий вид:

$$U(\theta,\varphi,\gamma) = e^{-i\varphi\hat{S}^z} e^{-i\theta\hat{S}^y} e^{-i\gamma\hat{S}^{z'}} . \qquad (6)$$

Фактически этот унитарный оператор, являющийся функцией Вигнера (см., например, [12]), обеспечивает переход в собственную подвижную систему координат для каждого узла. Два эйлеровых угла θ и φ определяют ориентацию вектора классического спина, а угол γ – вращение квадрупольного момента вокруг вектора спина. Как отмечалось в работе [9], вращение квадрупольного момента является существенным элементом нелинейной динамики анизотропного магнетика.

Пробную функцию гамильтониана (1) можно взять в виде

$$|\Phi\rangle = \prod_j U(\theta_j,\varphi_j,\gamma_j)\,|\psi_j\rangle , \qquad (7)$$

где $|\psi_j\rangle$ определяется из (5). В явном виде одноузельное когерентное состояние определяется соотношением (2), в котором параметры C_{-1}, C_0 и C_1 имеют вид

$$C_1 = e^{-i\varphi}\left(\cos^2\frac{\theta}{2}\cos 2g\, e^{-i\gamma} + \sin^2\frac{\theta}{2}\sin g\, e^{i\gamma}\right),$$
$$C_0 = \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}\left(\cos g\, e^{-i\gamma} - \sin g\, e^{i\gamma}\right), \qquad (8)$$
$$C_{-1} = e^{i\varphi}\left(\sin^2\frac{\theta}{2}\cos g\, e^{-i\gamma} + \cos^2\frac{\theta}{2}\sin 2g\, e^{i\gamma}\right)$$

и удовлетворяют условию нормировки (3).

Выбранное таким образом когерентное состояние (7) является другой параметризацией обобщенных когерентных состояний (4) группы SU(3). Легко показать, что классические основные состояния (минимумы гамильтониана) совпадают как при усреднении по когерентным состояниям (7), так и по когерентным состояниям (4).

Приведем, для наглядности, вид операторов спина в подвижной

системе координат, т.е. применим оператор унитарного преобразования (6) к операторам спина. Имеем

$$\hat{\tilde{S}}^+ = \sin\theta\, e^{i\varphi}\hat{S}^z + \frac{1+\cos\theta}{2}e^{i(\varphi+\gamma)}\hat{S}^+ - \frac{1-\cos\theta}{2}e^{i(\varphi+\gamma)}\hat{S}^- ,$$

$$\hat{\tilde{S}}^- = \sin\theta\, e^{-i\varphi}\hat{S}^z + \frac{1+\cos\theta}{2}e^{-i(\varphi+\gamma)}\hat{S}^+ - \frac{1-\cos\theta}{2}e^{-i(\varphi-\gamma)}\hat{S}^- , \qquad (9)$$

$$\hat{\tilde{S}}^z = \cos\theta\,\hat{S}^z - \frac{\sin\theta}{2}\left(e^{i\gamma}\hat{S}^+ + e^{-i\gamma}\hat{S}^-\right),$$

где $\tilde{S}^n$ означает проекции оператора спина на соответствующие оси подвижной системы координат, $\hat{S}^n$–обычные спиновые операторы.

Усредненные по когерентному состоянию (7) операторы спина имеют теперь физически наглядный вид

$$\langle\hat{\tilde{S}}^+\rangle = \cos 2g\,\sin\theta\, e^{i\varphi} ,$$
$$\langle\hat{\tilde{S}}^-\rangle = \cos 2g\cdot\sin\theta\, e^{-i\varphi} , \qquad (10)$$
$$\langle\hat{\tilde{S}}^z\rangle = \cos 2g\cdot\cos\theta .$$

Под вектором классического спина мы будем понимать

$$\langle\vec{S}\rangle = \cos 2g\,(\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta) .$$

Ниже мы приводим вид нескольких двойных корреляторов, которые могут нам понадобиться в дальнейшем*):

---

*) В дальнейшем для удобства знак тильды опущен.

$$\langle \hat S^z \hat S^z\rangle = \frac{1+\cos^2\theta}{2} + \cos g\cdot \sin g \sin^2\theta \cos 2\gamma ,$$

$$\langle \hat S^+ \hat S^+\rangle = \frac{e^{2i\varphi}}{2}\left[\sin^2\theta + \sin 2g\big((1+\cos^2\theta)\cos 2\gamma + 2i\cos\theta\sin\gamma\big)\right], \tag{11}$$

$$\langle \hat S^- \hat S^-\rangle = \overline{\langle \hat S^+ \hat S^+\rangle} ,$$

$$\langle \hat S^z \hat S^+\rangle = \frac{\sin\theta}{2} e^{i\varphi}\left[\cos\theta + \cos 2g - \sin 2g(\cos\theta\cos 2\gamma + i\sin 2\gamma)\right],$$

$$\langle \hat S^- \hat S^z\rangle = \overline{\langle \hat S^z \hat S^+\rangle} ,$$

$$\langle \hat S^+ \hat S^z\rangle = \frac{\sin\theta}{2} e^{i\varphi}\left[\cos\theta - \cos 2g - \sin 2g(\cos\theta\cos 2\gamma + i\sin 2\gamma)\right],$$

$$\langle \hat S^z \hat S^-\rangle = \overline{\langle \hat S^+ \hat S^z\rangle} ,$$

$$\langle \hat S^+ \hat S^-\rangle = \cos 2g\cos\theta + 1 + \frac{1}{2}\sin^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2g\cos 2\gamma\sin^2\theta ,$$

$$\langle \hat S^- \hat S^+\rangle = -\cos 2g\cos\theta + 1 + \frac{1}{2}\sin^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2g\cos 2\gamma\sin^2\theta ,$$

Видно,что оператор Казимира

$$\langle \hat C^2\rangle = \frac{1}{2}\left(\langle \hat S^+\hat S^-\rangle + \langle \hat S^-\hat S^+\rangle\right) + \langle \hat S^z\hat S^z\rangle = 2 . \tag{12}$$

Приступим теперь к процедуре получения уравнений. Для этого проведем усреднение гамильтониана (I) по когерентным состояниям (7). Принимая во внимание,что

$$\langle \Phi | \hat S_j^n \hat S_{j+1}^m | \Phi\rangle = \langle \Phi | \hat S_j^n | \Phi\rangle \langle \Phi | \hat S_j^m | \Phi\rangle$$

и перехода к континуальному пределу, мы получим классический гамильтониан

$$\mathcal{H}_{cl} = \frac{J}{a_0}\int\Big\{-\cos^2 2g\left[1+\delta\cos^2\theta\right] + \frac{a_0^2}{2}\Big[4\sin^2 2g\, g_x^2 + \cos^2 2g\,\theta_x^2 + \cos^2 2g\sin^2\theta\,\varphi_x^2 + \delta\big(4\sin^2 2g\cos^2\theta\, g_x^2 + \cos^2 2g\sin^2\theta\,\theta_x^2 + \frac{1}{2}\sin 4g\sin 2\theta\, g_x\theta_x\big)\Big] + h\cos 2g\sin\theta\cos\varphi\Big\}dx . \tag{13}$$

Для получения уравнений динамики воспользуемся классическими скобками Пуассона в пространстве $CP^2=SU(3)/SU(2)\otimes U(1)$ [II]

$$i\dot X = \{\mathcal{H}, X\} , \tag{14}$$

где $$\{A, B\} = (1+|\psi_1|^2+|\psi_2|^2)^2\sum_{k=1}^{2}\left(\frac{\delta A}{\delta\psi_k}\frac{\delta B}{\delta\bar\psi_k} - \frac{\delta A}{\delta\bar\psi_k}\frac{\delta B}{\delta\psi_k}\right),$$

$$\{\psi_\alpha, \bar\psi_\beta\} = \delta_{\alpha\beta}\,\delta(x-y)$$

Здесь используются те же обозначения, что и в (4). Искомые уравнения теперь примут вид:

$$i\langle \dot{\hat S}^+\rangle = 2\left(\langle \hat S^z\rangle + \frac{a_0^2}{2}\langle \hat S^z\rangle_{xx}\right)(\delta+1)A(S) + \left(\frac{h}{2} + \langle \hat S^+\rangle + \frac{a_0^2}{2}\langle \hat S^+\rangle_{xx}\right)B(S),$$

$$-i\langle \dot{\hat S}^-\rangle = 2\left(\langle \hat S^z\rangle + \frac{a_0^2}{2}\langle S^z\rangle_{xx}\right)(\delta+1)\overline{A(S)} + \left(\frac{h}{2} + \langle \hat S^-\rangle + \frac{a_0^2}{2}\langle \hat S^-\rangle_{xx}\right)B(S), \tag{15}$$

$$i\langle \dot{\hat S}^z\rangle = \left(\frac{h}{2} + \langle \hat S^+\rangle + \frac{a_0^2}{2}\langle \hat S^+\rangle_{xx}\right)\overline{A(S)} - \left(\frac{h}{2} + \langle \hat S^-\rangle + \frac{a_0^2}{2}\langle \hat S^-\rangle_{xx}\right)A(S) .$$

где

$$A = -\langle \hat S^+\rangle + \left(\langle \hat S^z\rangle + \langle \hat S^z\hat S^z\rangle\right)\frac{\langle \hat S^-\hat S^z\rangle}{\langle \hat S^-\hat S^-\rangle} + \langle \hat S^+\hat S^-\rangle\frac{\langle \hat S^z\hat S^+\rangle^2}{\langle \hat S^z\hat S^-\rangle\langle \hat S^+\hat S^+\rangle} ,$$

$$\bar{A} = -\langle \hat{S}^- \rangle + \left(\langle \hat{S}^z \rangle + \langle \hat{S}^z \hat{S}^z \rangle \right) \frac{\langle \hat{S}^z \hat{S}^+ \rangle}{\langle \hat{S}^+ \hat{S}^+ \rangle} + \langle \hat{S}^+ \hat{S}^- \rangle \frac{\langle \hat{S}^- \hat{S}^z \rangle^2}{\langle \hat{S}^z \hat{S}^- \rangle \langle \hat{S}^- \hat{S}^- \rangle} ,$$

$$B = 2\langle \hat{S}^z \rangle + 2\langle \hat{S}^z \rangle \frac{\langle \hat{S}^- \hat{S}^z \rangle \langle \hat{S}^z \hat{S}^+ \rangle}{\langle \hat{S}^+ \hat{S}^z \rangle \langle \hat{S}^z \hat{S}^- \rangle} - 2\left(\langle \hat{S}^+ \hat{S}^- \rangle - \langle \hat{S}^z \rangle - \langle \hat{S}^z \hat{S}^z \rangle \right) \times \tag{16}$$

$$\times \frac{\langle \hat{S}^- \hat{S}^z \rangle \langle \hat{S}^z \hat{S}^+ \rangle}{\langle \hat{S}^+ \hat{S}^+ \rangle \langle \hat{S}^- \hat{S}^- \rangle} + 2 \frac{\langle \hat{S}^z \hat{S}^+ \rangle^2}{\langle \hat{S}^+ \hat{S}^+ \rangle} + 2 \frac{\langle \hat{S}^- \hat{S}^z \rangle^2}{\langle \hat{S}^- \hat{S}^- \rangle} .$$

Выражая (16) через (10) и (11), имеем

$$A = e \cdot 2\sin\theta \cdot e^{i\varphi} \left[\left(-\cos\theta + \sin 2g (\cos\theta \cos 2\gamma + i \sin 2\gamma) \right) \times \right.$$

$$\left. \times (1 + \cos 2g \cos\theta) + \cos 2g (\cos 2g \cos\theta - 1) \right] ,$$

$$\bar{A} = e \cdot 2\sin\theta \, e^{-i\varphi} \left[\left(-\cos\theta + \sin 2g (\cos\theta \cos 2\gamma - i \sin 2\gamma) \right) \times \right.$$

$$\left. \times (1 + \cos 2g \cos\theta) + \cos 2g (\cos 2g \cos\theta - 1) \right] , \tag{17}$$

$$B = e \cdot 4 \left[\sin 2g \cos 2\gamma \sin^2\theta \, (1 + \cos 2g \cos\theta) + \right.$$

$$\left. + \cos 2g \cos\theta \, (1 + \cos^2\theta) - \sin^2 2g \sin^2\theta \right] ,$$

$$e = \frac{1}{(1 + \cos^2\theta + \sin 2g \cos 2\gamma \sin^2\theta - 2\cos 2g \cos\theta)} .$$

инамические уравнения для параметров θ, φ, γ и g можно получить из кобок Пуассона (14), используя процедуру перехода к новым еременным, а также можно использовать систему (15) для получения

трех уравнений, а вид четвертого восстановить из скобок Пуассона. В итоге получаем следующую систему уравнений:

$$\dot{\varphi} = \frac{J}{a_0} \left\{ \left[\cos 2g (1 + \delta \cos^2\theta) - \frac{h}{2} \sin\theta \cos\varphi - \frac{a_0^2}{2} \left(2\sin 2g \, g_{xx} + 4\cos 2g \, g_x^2 + \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. + \cos 2g \, \theta_x^2 + \cos 2g \sin^2\theta \, \varphi_x^2 \right) \right] \frac{B + 2c \cdot \mathrm{ctg}\,\theta}{\cos 2g} + \left[\delta \cdot \cos 2g \sin\theta \cos\theta + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{h}{2} \cos\theta \cos\varphi - \frac{a_0^2}{2} \left(\cos 2g \, \theta_{xx} - 4\sin 2g \, g_x \theta_x - \cos 2g \sin\theta \cos\theta \, \varphi_x^2 \right) \right] \frac{2c - B\,\mathrm{ctg}\,\theta}{\cos 2g} \right\} ,$$

$$\dot{\theta} = \frac{J}{a_0} \left\{ - \left[\cos 2g (1 + \delta \cos^2\theta) - \frac{h}{2} \sin\theta \cos\varphi - \frac{a_0^2}{2} \left(2\sin 2g \, g_{xx} + 4\cos 2g \, g_x^2 \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. + \cos 2g \, \theta_x^2 + \cos 2g \sin^2\theta \, \varphi_x^2 \right) \right] \frac{2d}{\cos 2g} + \left[\frac{h}{2} \sin\varphi + \frac{a_0^2}{2} \left(\cos 2g \sin\theta \, \varphi_{xx} - \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. - 4\sin 2g \sin\theta \, g_x \varphi_x + 2\cos 2g \cos\theta \, \theta_x \varphi_x \right) \right] \frac{2c - B\,\mathrm{ctg}\,\theta}{\cos 2g} \sin\theta \right\} ,$$

$$\dot{g} = \frac{J}{a_0} \left\{ \left[\delta \cos 2g \sin\theta \cos\theta + \frac{h}{2} \cos\theta \cos\varphi - \frac{a_0^2}{2} \left(\cos 2g \, \theta_{xx} - 4\sin 2g \, g_x \theta_x - \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. - \cos 2g \sin\theta \cos\theta \, \varphi_x^2 \right) \right] \frac{d}{\sin 2g} + \left[\frac{h}{2} \sin\varphi + \frac{a_0^2}{2} \left(\cos 2g \sin\theta \, \varphi_{xx} - \right. \right.$$

$$\left. \left. - 4\sin 2g \sin\theta \, g_x \varphi_x + 2\cos 2g \cos\theta \, \theta_x \varphi_x \right] \frac{B + 2c \cdot \mathrm{ctg}\,\theta}{2\sin 2g} \sin\theta \right\} , \tag{18}$$

$$\dot{\gamma}=\frac{J}{a_0}\Big\{\Big[\cos 2g\,(1+\delta\cos^2\theta)-\frac{h}{2}\sin\theta\cos\varphi-\frac{a_0^2}{2}\big(2\sin 2g\; g_{xx}+$$

$$+4\cos 2g\cdot g_x^2+\cos 2g\;\theta_x^2+\cos 2g\,\sin^2\theta\,\varphi_x^2\big)\Big]\frac{2\,(b\cos 2g+\cos\theta(1-\sin 2g\cos 2\gamma)a)}{\sin 2g\,\sin 2\gamma\,\sin\theta\cos 2g}$$

$$+\Big[\delta\cos 2g\sin\theta\cos\theta-\frac{a_0^2}{2}\big(\cos 2g\;\theta_{xx}-4\sin 2g\,g_x\,\theta_x-\cos 2g\sin\theta\cos\theta\,\varphi_x^2\big)+$$

$$+\frac{h}{2}\cos\theta\cos\varphi\Big]\frac{\cos 2g}{\sin 2g\,\sin 2\gamma}\left(\frac{\cos 2\gamma}{\sin 2\gamma}\,d-\frac{2\cos\theta}{\cos 2g\,\sin^2\theta}\,b\right)+$$

$$+\Big[\frac{h}{2}\sin\varphi+\frac{a_0^2}{2}\big(\cos 2g\sin\theta\,\varphi_{xx}-4\sin 2g\sin\theta\,g_x\,\varphi_x+2\cos 2g\cos\theta\,\theta_x\varphi_x\big)\times$$

$$\times\frac{\cos 2g}{\sin 2g\,\sin 2\gamma}\left(\frac{\cos\theta\cdot\sin\theta}{2\sin 2g}\,(B+2c\cdot\mathrm{ctg}\,\theta)-\frac{2d}{\cos 2g\,\sin\theta}-\right.$$

$$\left.-\frac{\cos\theta\,(\sin 2g\cos 2\gamma-1)}{\cos^2 2g}\,(B\,\mathrm{ctg}\,\theta-2\cdot c)\right\}\,,$$

где

$$c=e\big[2\sin\theta(\cos 2g(\cos 2g\cos\theta-1)+\cos\theta(\sin 2g\cos 2\gamma-1)(1+\cos 2g\cos\theta))\big]\,,$$

$$d=e\cdot 2\sin\theta\sin 2g\sin 2\gamma\,(1+\cos 2g\cos\theta)\,,$$

$$a=e\,\sin\theta\cdot(1-\sin 2g\cos 2\gamma)(3\cos\theta+\cos^3\theta+\cos 2g\sin^2\theta+$$

$$+\sin 2g\cos 2\gamma\cos\theta\sin^2\theta)\,,$$

$$b=-e\,\sin 2g\sin\theta\sin 2\gamma\,(3+\cos^2\theta+\sin 2g\cos 2\gamma\sin^2\theta)\,,$$

$$e=\frac{1}{1+\cos^2\theta+\sin 2g\cos 2\gamma\sin^2\theta-2\cos 2g\cos\theta}\,.$$

Система (I8) полностью описывает спиновую динамику легкоплоскостного ферромагнетика при наличии магнитного поля.

Посмотрим, к чему приведет пренебрежение квадрупольным моментом. Для этого мы положим $g=\gamma=0$. Видно, что два первых уравнения из системы (I8) дают

$$\sin\theta\cdot\varphi_t=-J\cdot\frac{1+\cos^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}\Big\{a_0(\theta_{xx}-(\varphi_x^2+\Delta)\cos\theta)+\frac{h}{a_0}\cos\theta\cos\varphi\Big\}\,,$$

(I9)

$$\theta_t=J\,\frac{1+\cos^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}\Big\{-a_0(\varphi_{xx}\sin\theta+2\varphi_x\,\theta_x\cos\theta)-\frac{h}{a_0}\sin\varphi\Big\}\,,$$

т.е. с точностью до перенормирующего фактора уравнения Ландау-Лифшица. Можно также проверить, что классическое вакуумное состояние в терминах переменных θ,φ,γ и g есть $\theta=\pi/2$, $\varphi=g=\gamma=0$, т.е. совпадает, как и в [II], с SU(2)-сечением. Этот результат не согласуется с полученным в [I3], что, по-видимому, обусловлено тем, что в [I3] оценивается минимум гамильтониана H при варьировании лишь по одному параметру g, а полученный минимум является поэтому локальным и, естественно, может не совпадать с глобальным минимумом H в CP^2.

Литература

[1] Mikeska H.J. Solitons in a one-dimensional magnet with an easy plane. J.Phys.C, 1978,N1,p.L29-L32

[2] Kjems J.K.,Steiner M. Evidence for solitons modes in the one-dimensional ferromagnet $CsNiF_3$.Phys.Rev.Lett.,1978,N16,p.1137-1140

[3] Steiner M.,Kakurai K.,Knop W. et al. Neutron inelastic scattering study of transversal spin fluctuations in $CsNiF_3$: a soliton only peak .Solid State Communs., 1982, 41, N4, p.329-332

[4] V.K.Fedyanin,V.G.Makhankov. Ideal gas of particle-like excitations at low temperatures. Physica Scripta, v.28, p.221-228, 1983

[5] Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности.Динамические и топологические солитоны. Киев, Наукова Думка, 1983, 192 с.

[6] Mead L. and Papanicolaou N. Semiclassical and variational approximations for spin-1 magnetic chains. Phis.Rev.B, 1982, v.26, N3, p.1416-1429

[7] Mead L. and Papanicolaou N. Improved semiclassical theory for easy-plane ferromagnets ($CsNiF_3$). Phys.Lett., 1983, v.93A, N5, p.247-252

[8] Papanicolaou N. Pseudospin approach for planar ferromagnets. Nucl.Phys.B.,1984,240,N12FS,p.281-311

[9] Островский В.С. ЖЭТФ, 1986, т.91, в.5(11), с.1690-1701

[10] Переломов А.М. Обобщенные когерентные состояния и их применения. М.,Наука,1987, 270 с.

[11] Kh.O.Abdulloev, M.Aguero, A.V.Makhankov, V.G.Makhankov, Kh.Kh.Muminov. Generalized spin coherent states as a tool to study quasiclassical behaviour of the Heisenberg ferromagnet. In proceedings of the 4-th International Workshop "Solitons and Applications", Dubna, USSR, August 1989, World Scientific, Singapore, 1990

[12] Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л., Наука, 1975, 439 с.

[13] Дзюб И.П. Учет сокращения спина в нелинейной динамике легкоплоскостного ферромагнетика. В сб.: Современные проблемы теории магнетизма. Киев, Наукова думка, 1986, с.130-138

Рукопись поступила в издательский отдел
29 апреля 1990 года.