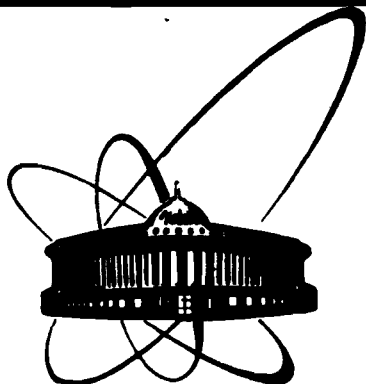


89-880



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

Л 24

P17-89-880

С.С. Лапушкин

РЕАКЦИЯ КВАЗИОДНОМЕРНОЙ СИСТЕМЫ  
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СПИНОВ  
НА ТОЧЕЧНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ

1989

Рассмотрим квазиодномерную систему взаимодействующих спинов, описываемую  $X$ - $Y$  моделью с внешним воздействием <sup>/1/</sup>. Гамильтониан системы имеет вид

$$H = -J \sum_j S_j^z S_{j+1}^z - B \sum_j S_j^x S_{j+1}^x - \Omega \sum_j S_j^x - \sum_j f_j S_j^z - \Delta \sum_j u_j S_j^x. \quad (1)$$

В работе <sup>/1/</sup> показано, что в результате некоторого масштабного преобразования с использованием соответствующей иерархии параметров гамильтониана (1) мы приходим к уравнению ( $t = at$ ,  $x = bx$ )

$$i\Phi_t - \Phi + \Phi_{zz} + |\Phi|^2 \Phi - h\Phi + \alpha \Phi_z^* + \beta p_1 + \gamma p_2 = 0, \quad (2)$$

где  $p_1, p_2$  выражаются через интегралы от  $\Phi(z, t)$ . В случае ферро-, антиферромагнетиков иерархия параметров ( $J \gg B \gg \Omega$ ) приводит к тому, что  $\alpha \gg \beta \gg \gamma$ . Уравнение, полученное в <sup>/1/</sup>, имеет следующий вид:

$$i\Phi_t = (1 + h(z, t))\Phi - \Phi_{zz} - |\Phi|^2 \Phi - \alpha \Phi_z^*. \quad (3)$$

При  $h=0$  уравнение (3) является "возмущенным вариантом" уравнения Шредингера с кубической нелинейностью <sup>/2/</sup>. Возмущение обусловлено наличием члена  $\alpha \Phi_z^*$ , причем параметр возмущения мал:  $\alpha \ll 1$ . В работе <sup>/3/</sup> получено решение этого уравнения, описывающее осциллирующий солитоноподобный объект:

$$\Phi(z, t) = \exp\left\{-i\left[\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{2}\right)t + \frac{\alpha \lambda_0}{2\sqrt{2}} \operatorname{th}\left(\frac{\lambda_0 z}{\sqrt{2}}\right) \sin 2t\right]\right\} \times \\ \times \lambda_0 \operatorname{sech}\left[\frac{\lambda_0}{\sqrt{2}}\left(z + \frac{\alpha}{2} \cos 2t\right)\right]. \quad (4)$$

Мы рассматриваем случай  $h \neq 0$ , когда  $h(z, \tau)$  задана в виде импульсной функции  $h = h_0 \delta(z - \frac{\omega T}{k})$ . Это означает, что в точке  $z = \frac{\omega T}{k}$  приложено точечное возмущение, которое может быть обусловлено каким-либо дефектом в магнитоупорядоченной структуре, например, примесным атомом (см. /4/). Выделив действительную и мнимую часть функции  $\Phi = \varphi + i\Psi = \rho \exp(i\alpha)$ , уравнение

$$i\Phi_z - \Phi + \alpha \Phi_z^* + \Phi_{zz} + |\Phi|^2 \Phi = h_0 \delta(z - \frac{\omega T}{k}) \Phi \quad (5)$$

запишем в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_z - \Psi - \alpha \Psi_z + \Psi_{zz} + \rho^2 \Psi = h_0 \delta(z - \frac{\omega T}{k}) \Psi; \\ -\Psi_z - \varphi + \alpha \varphi_z + \varphi_{zz} + \rho^2 \varphi = h_0 \delta(z - \frac{\omega T}{k}) \varphi. \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \Psi_{zz} - \alpha \Psi_z - \Psi \{1 + h_0 \delta(z - \frac{\omega T}{k})\} = -\varphi_z - \rho^2 \Psi; \\ \varphi_{zz} + \alpha \varphi_z - \varphi \{1 + h_0 \delta(z - \frac{\omega T}{k})\} = \Psi_z - \rho^2 \varphi. \end{cases}$$

Обозначив  $\Theta_z = \delta(z - \frac{\omega T}{k})$ , с помощью подстановки  $U = \Psi_z - (h_0 \Theta + z) \Psi$  приходим к системе

$$\begin{cases} \Psi_z = U + (h_0 \Theta + z) \Psi; \\ U_z = (\alpha - z + h_0 \Theta) [(z + h_0 \Theta) \Psi + U] - \varphi_z - \rho^2 \Psi. \end{cases} \quad (7)$$

Аналогично, подстановка  $V = \varphi_z - (h_0 \Theta + z) \varphi$  приводит к системе

$$\begin{cases} \varphi_z = V + (h_0 \Theta + z) \varphi; \\ V_z = (-\alpha - z - h_0 \Theta) [(z + h_0 \Theta) \varphi + V] + \Psi_z - \rho^2 \varphi. \end{cases} \quad (8)$$

Системы уравнений (7) и (8) эквивалентны (6). В итоге получаем

$$\begin{cases} \Psi_z = [h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k}) + z] \Psi + U(z, \tau), \\ U_z = \left\{ [\alpha + h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k})] - z \right\} [h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k}) + z] \Psi + \\ + \left\{ [\alpha + h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k})] - z \right\} U(z, \tau) - \varphi_z - \rho^2 \Psi, \\ \varphi_z = [h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k}) + z] \varphi + V(z, \tau), \\ V_z = -\left\{ [\alpha + h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k})] + z \right\} [h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k}) + z] \varphi - \\ - \left\{ [\alpha + h_0 \Theta(z - \frac{\omega T}{k})] + z \right\} V(z, \tau) + \Psi_z - \rho^2 \varphi. \end{cases} \quad (9)$$

Интересно заметить, что похожие системы встречаются при выводах уравнений типа (3) с помощью так называемого псевдолагранжиана /5/.

Система (9), в свою очередь, эквивалентна уравнению (5) и переходит в соответствующую систему для уравнения, решенного в работе /3/, /3/, если в ней положить  $h_0 = 0$ . Значит, введение  $\delta$ -функции в правую часть равносильно изменению параметра  $\alpha$  на постоянную величину.

Частицеподобное возмущение через время  $T$  реагирует на дефект структуры. В случае малого дополнительного возмущения, создаваемого дефектом, параметр возмущения  $\alpha$  заменяется на  $\alpha_0 = \alpha + h_0/q$ , и сохраняется солитоноподобное решение (4) при условиях

$$\alpha_0 \lambda_0 \ll 1, \quad \lambda_0^2 \ll 1.$$

Здесь следует подчеркнуть, что решение (4) не может быть использовано при больших значениях  $h_0$ .

Через время  $\tau = 2T$  часть возмущения, "отраженная" от дефекта и бегущая обратно с той же скоростью, вернется в точку  $z = 0$ . В торце образца наблюдаемой величиной будет  $Z$ -компонента спина:

$$S^z(0, 2T) = \frac{1}{2} - |\Phi(0, 2T)|^2. \quad (10)$$

Для того чтобы получить  $\Phi(0, 2T)$ , проведем интегральный учет возмущения [6], выражая значение функции  $\Phi(z, \tau)$  в точке  $(0, 2T)$  через интегралы от решения. Интегрируя (5), имеем

$$\Phi\left(\frac{\omega T}{k}, \tau\right) = \frac{1}{k_0} \int_{-\infty}^{\infty} (L\Phi) dz, \quad (k_0 \neq 0), \quad (11)$$

где  $L\Phi = i\dot{\Phi} - \Phi + |\Phi|^2\Phi$  - оператор, который можно поставить в соответствие нелинейному уравнению, описывающему нелинейное взаимодействие с учетом самодействия поля.

В итоге интегрирования по промежуточной переменной, полагая

$$U(z') = \int_{z'}^{\infty} (L\Phi)|_{\tau=2T} dz'', \quad (12)$$

приходим к следующему выражению для  $\Phi(0, 2T)$ :

$$\begin{aligned} \Phi(0, 2T) = & \int_0^{\frac{\omega T}{k}} U(z') dz' + \Phi\left(\frac{\omega T}{k}, 2T\right) + \\ & + \alpha_0 \Phi^*\left(\frac{\omega T}{k}, 2T\right) + \frac{\omega T}{k} k_0 \Phi\left(\frac{\omega T}{k}, 2T\right). \end{aligned} \quad (13)$$

Окончательно имеем

$$\Phi(0, 2T) = U_1 + z_0 U_2 + \frac{\alpha_0}{k_0} U_2^*, \quad (14)$$

где

$$U_1 = \int_0^{\frac{\omega T}{k}} U(z) dz, \quad U_2 = U(-\infty), \quad z_0 - \frac{\omega T}{k} = \frac{1}{k_0}.$$

Оценим теперь интегралы  $U_1$  и  $U_2$ . Подставляя решение (4) с "добавленным" на  $k_0/2$  параметром возмущения в выражение для  $L\Phi$ , получаем

$$|L\Phi(z, \tau)| \leq \frac{\lambda_0}{\text{ch } y} \left\{ \frac{\alpha_0 \lambda_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\sin^2 2\tau + \cos^2 2\tau} + \frac{\lambda_0^2}{2} + \frac{\lambda_0^2}{\text{ch}^2 y} \right\}. \quad (15)$$

Здесь  $y = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2}} (z + \frac{\alpha_0}{2} \cos 2\tau)$ .

В результате интегрирования от  $-\infty$  до  $\infty$  имеем оценку для  $U_2$ :

$$|U_2| \leq 2\pi (\alpha_0 \lambda_0 + 3\lambda_0^2). \quad (16)$$

Вспоминая условия, при которых сохраняется решение (4):  $\alpha_0 \lambda_0 \ll 1$ ,  $\lambda_0^2 \ll 1$ , можно говорить о малости  $|U_2|$ . Вместе с тем, основным по величине в формуле (14) будет второй член, пропорциональный  $U_2$ , т.к. возмущение мало и  $k_0$  не может быть большим.

Обозначим  $d_0 = (\alpha_0 \lambda_0) + \lambda_0^2$ . С учетом того, что  $U(z)$  - бесконечно гладкая функция, оценка для интеграла  $U_1$  имеет простой вид

$$|U_1| \leq 6 \frac{d_0}{a_0} \frac{\pi \omega T}{k}. \quad (17)$$

Таким образом, система реагирует на малое точечное возмущение в виде отклика, который можно оценить по формулам (16), (17). Было бы интересно в дальнейшем расширить класс рассматриваемых структур и идентифицировать с помощью отклика дефекты изучаемых образцов.

Автор выражает признательность В.К.Федяину и М.Б.Белоненко за обсуждение результатов и ценные замечания.

Литература

1. S.S.Lapushkin, JINR, E17-88-941, Dubna, 1988.
2. V.K.Fedyanin, V.G.Makhankov, L.V.Yakushevich, Phys.Lett., 61A, 256, 1977.
3. В.Г.Маханьков, В.К.Федянин, ОИЯИ Р17-И1489, Дубна, 1978.
4. А.Р.Кессель, Г.О.Берим. "Магнитный резонанс Изинговских магнетиков", Изд. КСАН СССР, Казань, 1982.
5. Дж.Уизем. "Линейные и нелинейные волны", Мир, Москва, 1977.
6. D. ter Haar, "Nonlinear propagation behaviour in optical and other physical systems", Ref. 54/77, Oxford DIP, 1977.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. (2 тома)	7 р. 75 к.
D11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р. 00 к.
D13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р. 80 к.
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
D3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике Алушта, 1986.	4 р. 50 к.
—	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. (2 тома)	13 р. 50 к.
D1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. (2 тома)	7 р. 35 к.
D9-87-105	Труды X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. (2 тома)	13 р. 45 к.
D7-87-68	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Дубна, 1986.	7 р. 10 к.
D2-87-123	Труды Совещания "Ренормгруппа - 86". Дубна, 1986.	4 р. 45 к.
D4-87-692	Труды Международного совещания по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Дубна, 1987.	4 р. 30 к.
D2-87-798	Труды VIII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1987.	3 р. 55 к.
D14-87-799	Труды II Международного симпозиума по проблемам взаимодействия мюонов и пионов с веществом. Дубна, 1987.	4 р. 20 к.
D17-88-95	Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1987.	5 р. 20 к.

Рукопись поступила в издательский отдел  
29 декабря 1989 года.