объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-89-503

А.А.Бакасов

ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ КВАДРАТУРНЫХ КОМПОНЕНТ СИСТЕМЫ С ДВУХБОЗОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Направлено в журнал "Physics Letters A"

1989

1. Вместо введения

Очевидно, что порой хороший расчет бывает не менее полезен, нежели хорошая идея. Именно поэтому в данной работе будут изложены результаты решения одной простейшей операторной эволюционной задачи, отличительной чертой которой является полная ясность и доступность метода ее решения. Однако, как будет показано, идейная простота решения сопряжена с достаточно большим объемом вычислений, необходимых для получения окончательных явных выражений. Вероятно, последнее обстоятельство и определило то, что ранее были рассмотрены родственные задачи в случаях, не требовавших значительных вычислений.

Нашей целью будет нахождение явных выражений, определяющих временную эволюцию дисперсий квадратурных компонент системы однотипных бозонов, гамильтониан которой является квадратичной формой по операторам рождения и уничтожения с коэффициентами, явно не зависящими от времени. Такие модели актуальны в квантовой оптике [1-4], в теории сверхтекучести [5], в теории систем со смешанным фотон-фононным взаимодействием [6,7]. Главным источником интереса к таким моделям является возможность возникновения сжатых состояний в системах, которые могут быть эффективно описаны в рамках этих моделей. Ранее были получены явные выражения для временной зависимости неопределенностей квадратурных компонент гармонического осциллятора [8], частного случая системы с периодической зависимостью взаимодействия от времени [9], а также фурье-спектр временной зависимости неопределенностей квадратурных компонент для системы [9], когда учитывалось влияние термостата [10].

2. Некоторые формальные соотношения

Рассмотрим в общем виде связь между квадратурными компонентами, а также их неопределенностями, для исходного бозе-поля, задаваемого операторами рождения и уничтожения $\mathbf{a}$ и $\mathbf{a}^+$, и квадратурными компонентами, а также их неопределенностями, для операторов $\mathbf{b}$ и $\mathbf{b}^+$, связанными с исходным невырожденным преобразованием. В общем случае такое преобразование не является каноническим, а операторы $\mathbf{b}$ и $\mathbf{b}^+$ - операторами рождения и уничтожения свободного бозе-поля, поэтому полученные соотношения могут быть полезны и при рассмотрении диссипативных систем.

Пусть операторы исходного бозе-поля задаются соотношениями

$$a = X_1 + i\, X_2, \qquad a^+ = X_1 - i\, X_2, \tag{1}$$

$$[\, a,\, a^+] = 1, \qquad [\, X_1, X_2] = i/2. \tag{2}$$

Невырожденное преобразование к новым операторам имеет вид

$$b = \mu\, a + \nu\, a^+, \quad b^+ = \mu^* a^+ + \nu^* a, \quad |\mu|^2 - |\nu|^2 \neq 0. \tag{3}$$

Определим для новых операторов квадратурные компоненты

$$Y_1 = (b + b^+)/2, \qquad Y_2 = (b - b^+)/(2\, i) \tag{4}$$

и введем операторные столбцы

$$X = (\, X_1,\, X_2), \qquad Y = (\, Y_1,\, Y_2). \tag{5}$$

Преобразование от квадратур X к квадратурам Y имеет вид

$$Y = U_1\, X\,, \tag{6}$$

где матрица прямого преобразования U_1 равна

$$U_1 = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(\mu+\nu) & -\mathrm{Im}(\mu-\nu) \\ \mathrm{Im}(\mu+\nu) & \mathrm{Re}(\mu-\nu) \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Вычисляя обратную матрицу, получим

$$X = U_1^{-1}\, Y, \tag{8}$$

где

$$U_1^{-1} = \frac{1}{|\mu|^2 - |\nu|^2} \begin{pmatrix} \mathrm{Re}(\mu-\nu) & \mathrm{Im}(\mu-\nu) \\ -\mathrm{Im}(\mu+\nu) & \mathrm{Re}(\mu+\nu) \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Определим операторы флуктуаций

$$\Delta X_1 = X_1 - \langle X_1 \rangle, \qquad \Delta Y_1 = Y_1 - \langle Y_1 \rangle, \tag{10}$$

где <...> означает усреднение по состоянию или матрице плотности, и введем следующие операторные столбцы:

$$\Delta X^2 = (\, \Delta X_1^2,\, \Delta X_2^2,\, \Delta X_1 \Delta X_2 + \Delta X_2 \Delta X_1\,), \tag{11}$$

$$\Delta Y^2 = (\, \Delta Y_1^2,\, \Delta Y_2^2,\, \Delta Y_1 \Delta Y_2 + \Delta Y_2 \Delta Y_1\,). \tag{12}$$

С помощью преобразований (6)-(9), учитывая линейный характер операторов флуктуаций (10), получим следующие формулы, связывающие операторы моментов второго порядка (11) и (12):

$$\Delta Y^2 = U_2\, \Delta X^2, \tag{13}$$

$$\Delta X^2 = U_2^{-1}\, \Delta Y^2, \tag{14}$$

где матрицы прямого U_2 и обратного U_2^{-1} преобразований есть

$$U_2 = \begin{pmatrix} \mathrm{Re}^2(\mu+\nu) & \mathrm{Im}^2(\mu-\nu) & -\mathrm{Re}(\mu+\nu)\mathrm{Im}(\mu-\nu) \\ \mathrm{Im}^2(\mu+\nu) & \mathrm{Re}^2(\mu-\nu) & \mathrm{Re}(\mu-\nu)\mathrm{Im}(\mu+\nu) \\ 2\mathrm{Re}(\mu+\nu)\mathrm{Im}(\mu+\nu) & -2\mathrm{Re}(\mu-\nu)\mathrm{Im}(\mu-\nu) & \mathrm{Re}(\mu^2-\nu^2) \end{pmatrix}, \tag{15}$$

$$U_2^{-1} = \frac{1}{(|\mu|^2 - |\nu|^2)^2} \begin{pmatrix} \mathrm{Re}^2(\mu-\nu) & \mathrm{Im}^2(\mu-\nu) & \mathrm{Re}(\mu-\nu)\mathrm{Im}(\mu-\nu) \\ \mathrm{Im}^2(\mu+\nu) & \mathrm{Re}^2(\mu+\nu) & -\mathrm{Re}(\mu+\nu)\mathrm{Im}(\mu+\nu) \\ -2\mathrm{Re}(\mu-\nu)\mathrm{Im}(\mu+\nu) & 2\mathrm{Re}(\mu+\nu)\mathrm{Im}(\mu-\nu) & \mathrm{Re}(\mu^2-\nu^2) \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Пусть теперь необходимо формально записать $\Delta X^2(t)$ как функцию времени и начальных условий $\Delta X^2(t_0)$, где t_0 - начальный момент времени, если известно, что временная эволюция $\Delta Y^2(t)$ как функция начальных условий $\Delta Y^2(t_0)$ определяется матрицей $U_y(t,t_0)$:

$$\Delta Y^2(t) = U_y(t,t_0)\ \Delta Y^2(t_0). \tag{17}$$

Поскольку соотношения (13)-(16) справедливы для всех моментов времени, то, применяя их к обеим частям равенства (17), получим формальное выражение, определяющее временную эволюцию величин $\Delta X^2(t)$ через матрицы прямого и обратного преобразований к вспомогательным операторам ΔY^2:

$$\Delta X^2(t) = U_x(t,t_0)\ \Delta X^2(t_0) = U_2^{-1}\ U_y(t,t_0)\ U_2\ \Delta X^2(t_0). \tag{18}$$

Еще раз отметим, что единственным условием, которому удовлетворяет преобразование (3), связывающее исходное бозе-поле со вспомогательными операторами b и b^+, является его невырожденность, поэтому все полученные в этом разделе соотношения остаются справедливыми и в том случае, когда преобразования не являются унитарными из-за эффективного учета в них диссипации или влияния стохастичности.

3. Модельный гамильтониан, преобразование Боголюбова и временная эволюция неопределенностей квадратурных компонент

Применим теперь полученные соотношения для решения задачи о временной эволюции операторов неопределенностей квадратурных компонент для простейшего модельного гамильтониана

$$H = \omega\, a^+ a + f^* a^2 + f\, a^{+2} \tag{19}$$

с целью получения явных окончательных выражений. Здесь ω - несущая частота бозе-поля, а f - константа взаимодействия, не зависящая от времени. Для перехода к вспомогательным операторам определим следующие величины [5]:

$$\mathrm{th}\,\varphi \equiv D \equiv \frac{1}{2|f|}\left(\omega - \sqrt{\omega^2 - 4\,|f|^2}\right), \tag{20}$$

$$\psi = \arg f, \tag{21}$$

через которые выражаются параметры μ и ν преобразования Боголюбова

$$\mu = \mathrm{ch}\,\varphi, \quad \nu = \mathrm{sh}\,\varphi\, e^{i\psi}. \tag{22}$$

Преобразование (3) в этом случае является каноническим, поскольку сохраняются перестановочные соотношения

$$[\, b,\, b^{+}] = 1, \qquad [\, Y_1, Y_2\,] = i/2, \tag{23}$$

а матрицы преобразований U_1 и U_2 - унитарными в силу

$$|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1. \tag{24}$$

Матричные элементы в (15)-(16) при данной параметризации определяются следующими величинами:

$$\mathrm{Re}(\mu\pm\nu) = \mathrm{ch}\,\varphi \pm \mathrm{sh}\,\varphi\,\cos\psi = \frac{1 \pm D\cos\psi}{\sqrt{1 - D^2}}, \tag{25}$$

$$\mathrm{Im}(\mu\pm\nu) = \pm\,\mathrm{sh}\,\varphi\,\sin\psi = \pm\,\frac{D\sin\psi}{\sqrt{1 - D^2}}. \tag{26}$$

В представлении (20)-(24) гамильтониан (19) диагонален:

$$H = \Omega\, b^{+}b + \Omega_0 = \sqrt{\omega^2 - 4\,|f|^2}\; b^{+}b - \sqrt{\omega^2 - 4|f|^2}\,\frac{D^2}{1-D^2}, \tag{27}$$

следовательно, квадратурные компоненты Y_i, $i=1,2$, а также и их вариации ΔY_i, $i=1,2$, эволюционируют со временем как координата и импульс гармонического осциллятора с частотой Ω:

$$\Delta Y_1(t) = \Delta Y_1(t_0)\cos(\Omega(t-t_0)) + \Delta Y_2(t_0)\sin(\Omega(t-t_0)), \tag{28}$$

$$\Delta Y_2(t) = -\Delta Y_1(t_0)\sin(\Omega(t-t_0)) + \Delta Y_2(t_0)\cos(\Omega(t-t_0)). \tag{29}$$

Из формул (28)-(29) получаем, что входящая в (17)-(18) матрица $U_y(t,t_0)$ имеет вид

$$U_y(t,t_0) = \begin{pmatrix} \dfrac{1+\cos(2\Omega(t-t_0))}{2} & \dfrac{1-\cos(2\Omega(t-t_0))}{2} & \frac{1}{2}\sin(2\Omega(t-t_0)) \\ \dfrac{1-\cos(2\Omega(t-t_0))}{2} & \dfrac{1+\cos(2\Omega(t-t_0))}{2} & -\frac{1}{2}\sin(2\Omega(t-t_0)) \\ -\sin(2\Omega(t-t_0)) & \sin(2\Omega(t-t_0)) & \cos(2\Omega(t-t_0)) \end{pmatrix}. \tag{30}$$

Наконец, мы имеем возможность, пользуясь формулами (18), (16), (30) и (15), явно вычислить искомую матрицу $U_x(t,t_0)$, определяющую временную эволюцию величин $\Delta X_1^2(t)$, $\Delta X_2^2(t)$ и $\Delta X_1(t)\Delta X_2(t)+\Delta X_2(t)\Delta X_1(t)$ как функцию их начальных значений. Вычисленные таким образом матричные элементы $U_x(t,t_0)$ чрезвычайно громоздки, и, что значительно хуже, неинформативны, так как в них перепутаны коэффициенты преобразования Боголюбова и функции времени. Кроме того, необходимо произвести умножение на столбец начальных условий. Поэтому приводить здесь вид элементов $U_x(t,t_0)$ не имеет смысла. Приведем сразу окончательные выражения. Итак, дисперсии квадратурных компонент $X_1(t)$ эволюционируют по закону

$$\Delta X_1^2(t) = K_1 + C_1\cos(2\Omega(t-t_0)) + S_1\sin(2\Omega(t-t_0)), \tag{31}$$

где коэффициенты равны

$$\begin{aligned} K_1 = \frac{1}{2(1-D^2)^2}\Big\{ & (1-4D^2\cos^2\psi + 2D^2 + D^4)\,\Delta X_1^2(t_0) + \\ & +(1-4D\cos\psi + 4D^2\cos^2\psi - 4D^3\cos\psi + 2D^2+D^4)\,\Delta X_2^2(t_0) + \\ & + 2D\sin\psi\,(1-2D\cos\psi + D^2)\,(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0))\Big\}, \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned} K_2 = \frac{1}{2(1-D^2)^2}\Big\{ & (1+4D\cos\psi + 4D^2\cos^2\psi + 4D^3\cos\psi + 2D^2+D^4)\,\Delta X_1^2(t_0) + \\ & + (1-4D^2\cos^2\psi + 2D^2+D^4)\,\Delta X_2^2(t_0) + \\ & +2D\sin\psi\,(1+2D\cos\psi + D^2)(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0))\Big\}, \end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned} C_1 = \frac{1}{2(1-D^2)^2}\Big\{ & (1-4D^2\sin^2\psi - 2D^2+D^4)\,\Delta X_1^2(t_0) - \\ & - (1-4D\cos\psi + 4D^2\cos^2\psi - 4D^3\cos\psi + 2D^2+D^4)\,\Delta X_2^2(t_0) - \\ & - 2D\sin\psi\,(1-2D\cos\psi + D^2)(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0))\Big\}, \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned} C_2 = \frac{1}{2(1-D^2)^2}\Big\{ & -(1+4D\cos\psi + 4D^2\cos^2\psi + 4D^3\cos\psi + 2D^2+D^4)\,\Delta X_1^2(t_0) + \\ & + (1-4D^2\sin^2\psi - 2D^2+D^4)\,\Delta X_2^2(t_0) - \\ & - 2D\sin\psi\,(1+2D\cos\psi + D^2)(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0))\Big\}, \end{aligned} \tag{35}$$

$$S_1 = \frac{1}{2(1-D^2)} \left\{ 4\,D \sin\psi\, \Delta X_1^2(t_0) + \right. \tag{36}$$
$$\left. + (1-2D\cos\psi + D^2)(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_2(t_0)) \right\},$$

$$S_2 = -\frac{1}{2(1-D^2)} \left\{ 4\,D \sin\psi\, \Delta X_2^2(t_0) + \right. \tag{37}$$
$$\left. + (1+2D\cos\psi + D^2)(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0)) \right\}.$$

Для функции корреляции флуктуаций можно аналогичным образом записать

$$\Delta X_1(t)\Delta X_2(t)+\Delta X_2(t)\Delta X_1(t)=K+C\cos(2\Omega(t-t_0))+S\sin(2\Omega(t-t_0)), \tag{38}$$

где коэффициенты определяются выражениями

$$K = -\frac{2\,D\sin\psi}{(1-D^2)^2} \left\{ (1+2D\cos\psi + D^2)\Delta X_1^2(t_0)+(1-2D\cos\psi + D^2)\Delta X_2^2(t_0)+ \right. \tag{39}$$
$$\left. + 2D\sin\psi(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0)) \right\},$$

$$C = \frac{1}{(1-D^2)^2} \left\{ 2D\sin\psi(1+2D\cos\psi + D^2)\Delta X_1^2(t_0) + \right.$$
$$+ 2D\sin\psi\,(1-2D\cos\psi + D^2)\,\Delta X_2^2(t_0) + \tag{40}$$
$$\left. +(1-4D^2\cos^2\psi + 2D^2 + D^4)(\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0)) \right\},$$

$$S = \frac{1}{1-D^2} \left\{ -(1+2D\cos\psi + D^2)\Delta X_1^2(t_0) + (1-2D\cos\psi + D^2)\Delta X_2^2(t_0) \right\}. \tag{41}$$

4. Стационарное сжатие и квантовые ограничения на начальные условия

Полученное явное решение эволюционной задачи о неопределенностях квадратурных компонент простейшей системы с двухбозонным взаимодействием позволяет впервые точно рассмотреть вопрос о принципиальной возможности стационарного сжатия. Чтобы последнее имело место, необходимо равенство нулю коэффициентов C_i и S_i, стоящих в выражениях (31) перед функциями времени. Формально

получается система четырех уравнений относительно трех величин $\Delta X_1^2(t)$, $\Delta X_2^2(t)$ и $\Delta X_1(t)\Delta X_2(t)+\Delta X_2(t)\Delta X_1(t)$

$$S_i = C_i = 0, \quad i=1,2. \tag{42}$$

Однако более внимательное рассмотрение показывает, что на самом деле система (42) есть две одинаковые системы двух уравнений относительно трех вышеупомянутых переменных

$$S_1 = C_1 = 0, \tag{43}$$

или, что то же самое,

$$S_2 = C_2 = 0. \tag{44}$$

Эквивалентность уравнений (43) и (44) не является тривиальным фактом. Действительно, исключая одну из переменных из системы (43), получаем для оставшихся двух пропорцию

$$\langle\Delta X_2^2(t_0)\rangle/\langle\Delta X_1^2(t_0)\rangle = r_1/q_1, \tag{45}$$

где r_1 и q_1 имеют вид

$$r_1 = -\frac{1}{4}(1+2D^2-2D^6-D^8)+\frac{D\cos\psi}{2}(1+D^2-D^4-D^6) + \tag{46}$$
$$+ D^2\cos^2\psi(1-D^2) - 2D^3\cos^3\psi(1-D^2),$$

$$q_1 = -\frac{1}{4}(1+2D^2-2D^6-D^8)+\frac{3D\cos\psi}{2}(1+D^2-D^4-D^6) -$$
$$-3D^2\cos^2\psi(1-D^4)+ 2D^3\cos^3\psi(1-D^2). \tag{47}$$

Из системы (44) аналогично получаем

$$\langle\Delta X_2^2(t_0)\rangle/\langle\Delta X_1^2(t_0)\rangle = r_2/q_2, \tag{48}$$

где величины r_2 и q_2 равны

$$r_2 = \frac{1}{4}(1+2D^2-2D^6-D^8) + \frac{3D\cos\psi}{2}(1+D^2-D^4-D^6)+ \tag{49}$$
$$+3D^2\cos^2\psi(1-D^4)+2D^3\cos^3\psi(1-D^2),$$

$$q_2 = \frac{1}{4}(1+2D^2-2D^6-D^8)+\frac{D\cos\psi}{2}(1+D^2-D^4-D^6) - \tag{50}$$
$$- D^2\cos^2\psi(1-D^4) - 2D^3\cos^3\psi(1-D^2).$$

Прямым вычислением можно убедиться, что

$$r_1 q_2 = r_2 q_1. \tag{51}$$

Следовательно, выражения (45) и (48) есть разные формы одной пропорции, а значит, системы (43) и (44) эквивалентны. Обозначим правые части (45) и (48) через R. Тогда начальные условия, определяющие стационарное поведение неопределенностей квадратурных компонент, будут задаваться следующими соотношениями:

$$\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0) = -\frac{2D\sin\psi}{1-2D\cos\psi+D^2}\,\Delta X_1^2(t_0), \qquad (52)$$

$$\Delta X_2^2(t_0) = R\,\Delta X_1^2(t_0). \qquad (53)$$

Отметим, что уравнение (52) может быть заменено эквивалентным:

$$\Delta X_1(t_0)\Delta X_2(t_0)+\Delta X_2(t_0)\Delta X_1(t_0) = -\frac{2D\sin\psi}{1+2D\cos\psi+D^2}\,\Delta X_2^2(t_0). \qquad (54)$$

Важным является соотношение (53). Оно показывает, что чем больше параметр R отличен от единицы, тем больше асимметрия значений неопределенностей квадратурных компонент и, следовательно, тем больше стационарное сжатие. Параметр R полностью определяется константами гамильтониана (19). Одно из начальных значений в (52) – (54) является произвольным и при фиксированных константах гамильтониана определяет степень стационарного сжатия.

Однако соотношение неопределенности накладывает ограничение снизу на степень стационарного сжатия. Используя (53), получим

$$\langle\Delta X_1^2(t_0)\rangle \ge 1/(16\,R)^{1/2}, \qquad \langle\Delta X_2^2(t_0)\rangle \ge (R/16)^{1/2}. \qquad (55)$$

Другое ограничение следует из неотрицательности среднего $\langle\Delta a^+\Delta a\rangle$ и соотношения

$$\langle\Delta X_1^2\rangle + \langle\Delta X_2^2\rangle - 1/2 = \langle\Delta a^+\Delta a\rangle, \qquad (56)$$

откуда немедленно получаем

$$\langle\Delta X_1^2(t_0)\rangle \ge \frac{1}{2(1+R)}, \qquad \langle\Delta X_2^2(t_0)\rangle \ge \frac{R}{2(1+R)}. \qquad (57)$$

Следует также отметить, что степень стационарного сжатия очень сильно зависит от фазы ψ константы взаимодействия f. Так, например, если $\psi = \pi/2$, то $R = 1$, и стационарным является когерентное состояние. Поэтому гамильтонианы типа (19) с равными по модулю, но различными по фазе константами взаимодействия не являются эквивалентными, как обычно принято считать.

5. Комментарий

Нами решена задача о временной эволюции неопределенностей квадратурных компонент для простейшей системы с двухбозонным взаимодействием. Были получены явные окончательные выражения как

для временной зависимости операторов дисперсий квадратурных компонент, так и для оператора корреляций их флуктуаций. Попутно были получены некоторые полезные формальные соотношения.

Анализ полученных явных выражений позволил впервые строго установить возможность режима стационарного сжатия. Были получены соотношения, определяющие начальные условия, реализующие стационарное сжатие. Квантовые ограничения на степень стационарного сжатия были явным образом сформулированы в виде простых неравенств.

Оценка степени стационарного сжатия для оптических систем не доставляет оснований для оптимизма. Известно [11], что эффективная константа двухфотонного взаимодействия f на много порядков меньше энергии фотонов ω. Как следует из параметризации (20)-(24), величина D в этом случае становится равной как раз отношению $|f|/\omega$. Тогда, как легко видеть, имеет место следующая оценка для параметра R:

$$R \approx 1 - 4\,D\cos\psi = 1 - 4\,|f|\cos\psi/\omega. \qquad (58)$$

Эта величина практически не отличается от единицы, а соответствующее сжатое состояние – от когерентного.

Более перспективным представляется поиск стационарных сжатых состояний в равновесных конденсированных средах. Так, наличие сжатого состояния после перехода гелия в сверхтекучее состояние может обусловить значительную неопределенность числа частиц в бозе-конденсате [12] и сделать измерение этой величины в принципе бессмысленным. Если такой эффект действительно окажется заметным, то следует искать другие величины, квантовые флуктуации которых не столь значительны и измерение которых будет более точным. Другой интересный вид систем, где вклад стационарных сжатых состояний может оказаться заметным, – это системы со смешанным фотон-фононным взаимодействием. В таких системах стационарное сжатое состояние фононного поля может приводить к изменениям в спектрах излучения и поглощения фотонов [7]. Интересной представляется также и проблема исследования сжатых состояний в глюонных системах [13].

Автор искренне признателен А.С.Шумовскому и группе его коллег в ОИЯИ, чьи работы по теории сжатых состояний инициировали интерес автора к этой теме. Автор благодарит М.И.Потапова за помощь в подготовке рукописи.

Литература

[1] W.H Louissel, Radiation and noise in quantum electronics (McGrow - Hill Book Company, New York - San Francisco - Toronto - London, 1964).
[2] D.F.Walls, Nature 306 (1983) 141.
[3] J.Opt.Soc.Am. B4 (1987) No 10.
[4] J.Mod.Opt. 34 (1987) Nos 6/7.
[5] N.N.Bogolubov, J.Phys.USSR 11 (1947) 92.
[6] J.L.Birman, Theory of the crystal space groups and infra-red and Raman lattice processes of insulating crystals (Springer - Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 1974).
[7] А.А.Бакасов. Генерация сжатого фотон-фононного состояния и возможные принципы его регистрации по спектральным характеристикам электромагнитного поля. Сборник аннотаций $\underline{V}$ Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, D17-89-535, Дубна, 1989 .
[8] M.M.Nieto and V.P.Gutschick, Phys.Rev. D23 (1981) 922.
[9] C.Gerry, Phys.Rev. A35 (1987) 2146.
[10] M.J.Collet and C.W.Gardiner, Phys.Rev. A30 (1984) 1386.
[11] Laser Handbook, ed.by F.T.Arecchi and E.O.Schultz-DuBois (North - Holland Publishing Company, Amsterdam, 1972, vol.1, part D).
[12] А.С.Шумовский. Каноническое преобразование Боголюбова и коллективные состояния квантованных полей. Сборник аннотаций $\underline{V}$ Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, D17-89-535, Дубна, 1989 .
[13] А.В.Чижов. Квантовые ограничения в задаче о глюонной конденсации в квантовой хромодинамике. Сборник аннотаций $\underline{V}$ Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики, D17-89-535, Дубна, 1989 .

Рукопись поступила в издательский отдел
30 июня 1989 года.

Бакасов А.А. P17-89-503

Временная эволюция неопределенностей квадратурных компонент системы с двухбозонным взаимодействием

Получено явное решение задачи о временной эволюции дисперсий квадратурных компонент для системы с двухбозонным взаимодействием. В результате строго установлена возможность стационарного сжатия. Квантовые ограничения сформулированы в виде простых неравенств.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

Перевод М.И.Потапова

Bakasov A.A. P17-89-503

Time Evolution of Quadrature Operator Variances for System with Two-Boson Interaction

An explicit solution of the problem of time evolution of quadrature operator variances for the system with two-boson interaction is obtained. As a result, a possibility of steady-state squeezing is strictly established. The quantum limitations are formulated as simple inequalities.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989