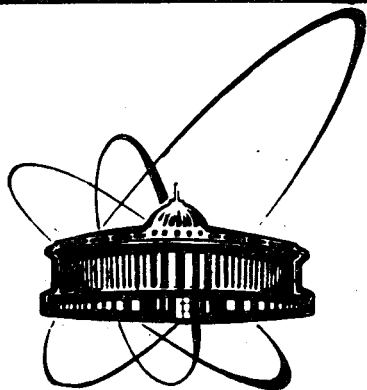


89-441



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

K44

P17-89-441

В.Ф.Киселев, А.С.Шумовский, В.И.Юкалов

ИНДУЦИРОВАННОЕ ТЕПЛОМ ШУМОМ
РАДИОЧАСТОТНОЕ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ
В РЕЗОНАТОРЕ

Направлено в журнал "Modern Phys. Lett. B"

1989

Киселев Ю.Ф., Шумовский А.С., Юкалов В.И. P17-89-441
Индукцированное тепловым шумом радиочастотное
сверхизлучение в резонаторе

Дается теоретическая интерпретация проведенных ранее экспериментов по обнаружению радиочастотного сверхизлучения в системе ядерных спинов. Для рассмотрения используется модельный гамильтониан в псевдоспиновом представлении. Находятся динамические уравнения для псевдоспиновых и фотонных операторов с учетом осцилляторов потерь и тепловых шумов. Показано, что процесс генерации излучения происходит следующим образом: тепловые шумы инициируют появление мазерной генерации, которая приводит к возникновению сверхизлучательного импульса. Важность учета тепловых шумов подкрепляется численными оценками.

Работа выполнена в Лабораторий теоретической физики
ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1989

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Kiselev Yu.F., Shumovsky A.S., Yukalov V.I. P17-89-441
Thermal-Noise Induced Radiofrequency
Superradiance in Resonator

The paper deals with a theoretical interpretation of the experiments on detection of radio frequency superradiation in a system of nuclear spins, conducted in the previous experiments. The model Hamiltonian in the pseudospin representation is used for consideration. Dynamic equations are obtained for pseudospin and photon operators with allowance for oscillators of losses and thermal noise. The radiation generation process is shown to go on as follows: thermal noise initiates maser generation that results in a superradiation pulse. The importance of taking account of thermal noise is stressed by numerical estimations.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1989

В отличие от излучения обычного лазера когерентность сверхизлучения (СИ) обусловлена сильной, самонаведенной за счет взаимодействия излучателей с общим полем излучения корреляцией дипольных моментов излучателей. Для того чтобы вызвать процесс генерации СИ, необходимо инвертировать рабочие переходы в излучателях за время τ , много меньшее времени релаксации дипольного момента T_2 и времени спонтанного распада T_1 . В этом случае система за время $\tau_c \ll T_1, T_2$ испускает импульс СИ, интенсивность которого пропорциональна квадрату числа излучателей и, следовательно, может на много порядков превосходить интенсивность спонтанного излучения^{/4/}. К настоящему времени экспериментально получено СИ оптического и ИК-диапазонов, активно обсуждаются перспективы создания генераторов СИ-рентгеновского и γ -диапазонов^{/4,5/}.

Безусловный интерес представляет также генерация длинноволнового СИ, относящегося к СВЧ и радиочастотному диапазонам. В этом случае в качестве рабочей среды могут быть использованы системы отрицательно поляризованных ядерных спинов. Бломбергенем и Паундом^{/6/} были проведены энергетические оценки, демонстрирующие принципиальную возможность реверса отрицательной поляризации ядерных спинов с излучением радиочастотного поля. Именно такой процесс при соответствующих условиях может быть использован для генерации длинноволнового СИ.

Попытка экспериментальной реализации этого процесса была предпринята Безигером с соавторами^{/7,8/}, использовавшими в качестве рабочей системы ядерные спины ^{27}Al в рубине $\text{Al}_2\text{O}_3 : \text{Cr}^{3+}$. Кристалл рубина с инвертированными в сильном магнитном поле методом динамической поляризации при температуре 1,6К зеemanовскими подуровнями помещался в индуктивность LC-контура, с помощью которого и наблюдалось излучение при выполнении условия резонанса для одной из пяти линий ЯМР-спектра ^{27}Al . Так как достигавшаяся в этих экспериментах начальная инверсия (отрицательная намагниченность M_0 ядерных спинов) была невелика, а пиковая интенсивность в низкодобротном ($Q = 40$) контуре слабо отличалась от уровня спонтанного излучения, явторы работ^{/7,8/} в качестве основного критерия наблюдения СИ использовали упоминавшееся выше условие для характерных времен, которое, применительно к ситуации, было записано в виде

$$\tau_R^{-1} T_2 = 2\pi \chi \eta Q M_0 T_2 = 2\pi \chi \eta \chi_0 \omega_0 T_2 = 4\pi \eta Q \tau_{\text{max}}^{-1} > 1, \quad (I)$$

ОБЪЕКТЫ И ИНСТИТУТ
 ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
 БИБЛИОТЕКА

где T_R - время радиационного демпфирования, T_2 - время поперечной спиновой релаксации, γ - гиромагнитное отношение, η - фактор заполнения, $\omega_0 = \gamma H_0$ - зеемановская частота, χ_s - статическая восприимчивость ядер, χ'' - мнимая часть высокочастотной восприимчивости ядер. Как легко убедиться, (1) совпадает с условием возбуждения некогерентной мазерной генерации следующим из стационарного решения уравнений Блоха^{/4/} при $M_z \approx M_0$, где M_z - компонента намагниченности, коллинеарная внешнему полю H_0 . В этом случае интенсивность излучения определяется величиной χ''_{max} , пропорциональной разности заселенностей магнитных подуровней, а не квадрату разности, как это должно быть в случае СИ. Кроме того, соотношение для характерных времен^{/4/} является лишь необходимым условием СИ. Поэтому утверждение авторов^{/7,8/} о наблюдении именно СИ нельзя считать надежно обоснованным.

В выполненных нами экспериментах^{/1-3/} рабочей системой являлись отрицательно поляризованные спины протонов (ядер водорода) в пропандиоле $C_3H_8O_2$, охлажденном до температуры ~ 50 мК. Поляризация ядер осуществлялась во внешнем магнитном поле 2,6 Тл. Отметим, что использование ядерного спина $S = 1/2$ обладает тем преимуществом, что зеемановские подуровни в этом случае образуют двухуровневую систему; в случае ^{27}Al система уровней значительно сложнее^{/7,8/}. Кроме того, более низкие температуры позволили получить гораздо большую начальную инверсию. Состояние такой системы термодинамически неустойчиво, но обладает большим временем спонтанного распада ($T_1 \approx 100$ ч) из-за слабой связи ядерного спина с решеткой при сверхнизких температурах.

При низкой начальной поляризации ($-3,35 < P_0 < -0,09$) в системе, помещенной в LC-резонатор с добротностью $Q \approx 300-600$, наблюдалась некогерентная мазерная генерация длительностью до 0,5 с и с интенсивностью, пропорциональной разности населенностей зеемановских уровней. Модуляция подмагничивающего поля позволяла, в зависимости от амплитуды, прерывать и снова возобновлять процесс, либо осуществлять амплитудную модуляцию широкого импульса лазерной генерации. Подобный эффект модуляции импульса наблюдался также и в работах^{/7,8/}.

При дальнейшем увеличении начальной инверсии (модуля отрицательной поляризации) наблюдалось^{/1-3/} качественное изменение процесса генерации: в системе возникал характерный импульс СИ с длительностью $\tau_c \sim 0,2 - 0,7$ мс, имеющей зависимость от величины начальной поляризации

$$\tau_c(P_0|\Delta) \sim \frac{|P_0|}{|P_0| + \Delta} = \frac{1}{1 + \xi}, \quad \xi \equiv \frac{\Delta}{|P_0|},$$

где Δ - изменение начальной поляризации. Подчеркнем, что такое поведение длительности импульса характерно для СИ. Опыты с образцами достаточно большого объема позволили осуществить частичный реверс начальной поляризации, что в принципе невозможно при мазерной генерации. Подчеркнем, что в работах^{/7,8/} реверс начальной поляризации не наблюдался.

Указанные обстоятельства позволяют классифицировать результаты экспериментов^{/1-3/} как первое наблюдение длинноволнового СИ, генерируемого на зеемановских переходах в системе отрицательно поляризованных ядерных спинов.

В настоящей работе мы дадим теоретическую интерпретацию указанных экспериментов^{/1-3/}.

Система спинов $S = 1/2$ (в нашем случае это спины протонов) в постоянном внешнем магнитном поле H_0 представляет собой двухуровневую систему с частотой перехода, равной зеемановской частоте $\omega_c = \gamma H_0$. В том случае, когда H_0 антипараллельно начальной намагниченности M_0 (отрицательная поляризация), такая двухуровневая система инверсно заселена. Принимая направление начальной намагниченности за ось \vec{z} , модельный гамильтониан рассматриваемой системы можно записать в виде

$$\hat{H} = \hbar \gamma H_0 S_z + \hbar \gamma H_x S_x + \hat{H}_f. \quad (2)$$

Здесь S_x - соответствующая компонента суммарного спина протонов ($S_x = \sum_{i=1}^N S_x(i)$), H_x - поле радиочастотного излучения, \hat{H}_f - оператор энергии свободного электромагнитного поля. В соответствии с условиями эксперимента будем считать начальное состояние поля излучения равновесным состоянием с температурой T .

Для рассматриваемой двухуровневой системы справедливо условие сосредоточенности: $l \ll \lambda$, где l - линейный размер системы ($l \sim 1$ см) и λ - длина волны излучения ($\lambda \sim 10^3$ см). Это условие обычно рассматривается в теории СИ, основанной на модели Дике^{/4,9/}, но не выполняется для оптического диапазона. Для установления соответствия с гамильтонианом Дике перейдем в (2) к представлению вторичного квантования для поля, сохраняя лишь ту циркулярно поляризованную компоненту поля, направление вращения которой совпадает с направлением лармовской прецессии спинов в поле H_0 (так называемое приближение вращающейся волны^{/4,9/}). Тогда вместо (2) получаем

$$\hat{H} = \hbar \omega_0 S_z - \sum_k \hbar g_k (S^+ a_k + a_k S^-) e^{\epsilon t} + \sum_k \hbar \omega_k (a_k^+ a_k + \frac{1}{2}) \quad (3)$$

Здесь, как обычно, $S^{\pm} = S_x \pm i S_y$ - спиновые операторы повышения и понижения, a_k^+ , a_k - операторы рождения и уничтожения квантов поля, g_k - эффективный параметр связи спинов с полем излучения. Фактор $e^{i\omega_k t}$ в (3) обеспечивает адиабатическое включение взаимодействия поля со спинами. Подчеркнем, что представление об адиабатическом включении взаимодействия соответствует условиям экспериментов^{/I-3/}, в которых процесс СИ возникал при изменении частоты ω_0 (т.е. внешнего поля H_0) до совпадения с собственной частотой LC-резонатора, причем характерное время изменения поля было много меньше τ_c .

В терминах модели Дике оператор S_z можно интерпретировать как полуразность заселенностей зеемановских подуровней, а операторы S^{\pm} описывают, соответственно, переход на верхний и нижний подуровни, происходящий в силу (3) с поглощением и испусканием кванта излучения.

В связи с выбором (3) сделаем два замечания. Во-первых, необходимо учесть существование конечной ширины линии излучения. С этой целью будем считать, что распределение собственных частот излучателей ω_k симметрично относительно ω_0 , не зависит от координат излучателей и

$$e^{i\omega_k t} \rightarrow e^{i\omega_k t} e^{-t/2\bar{\tau}}$$

(лоренцево неоднородное уширение^{/9/}), где $\bar{\tau}$ - так называемое время жизни осциллятора.

Во-вторых, гамильтониан (3) описывает систему в идеальном резонаторе, т.к. имеет место закон сохранения полного числа возбуждений

$$\sum_k a_k^+ a_k + S_z = const \quad (4)$$

Проблема СИ в резонаторе с конечной добротностью рассматривалась для коротковолнового диапазона в работах^{/10,11/}, в которых, в частности, исследовалась зависимость интенсивности от коэффициента отражения. Так как в рассматриваемом случае резонатор представляет собой колебательный контур, для учета конечной величины добротности удобнее воспользоваться другим подходом, связанным с введением в гамильтониан (3) взаимодействия поля излучения с осцилляторами потерь^{/12/}:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \hat{H} + \hat{H}_x, \\ \hat{H}_x &= \sum_q \hbar \Omega_q b_q^+ b_q + \sum_{q,k} \hbar (\chi_q a_k^+ b_q + \chi_q^* b_q^+ a_k) \end{aligned} \quad (5)$$

Параметр потерь $\chi = \tau \sum_k |\chi_k|^2 \delta(\Omega_k - \omega_0)$ связан с добротностью резонатора Q соотношением $\chi = \omega_0 / Q$. Теперь вместо (4) мы имеем интеграл движения

$$\sum_k a_k^+ a_k + S_z + \sum_q b_q^+ b_q = const, \quad (6)$$

наличие которого необходимо учесть при вычислении интенсивности излучения

$$I(t) = \sum_k \hbar \omega_k \frac{d}{dt} \langle a_k^+ a_k \rangle_t \quad (7)$$

Исключая с помощью метода Вайскопфа - Вигнера^{/13/} переменные, относящиеся к осцилляторам потерь, из гейзенберговских уравнений движения, для операторов поля излучения получаем

$$\frac{d}{dt} a_k = -(i\omega_k + \chi/2) a_k + i g_k S^- \quad (8)$$

Запишем теперь уравнение движения для S_z ,

$$i \hbar \frac{d}{dt} S_z = [S_z, \hat{H}] \quad (9)$$

Подставляя в (9) результат формального интегрирования уравнений (8), переходя к усреднению с матрицей плотности начального состояния, исключая бозонные переменные с помощью приема^{/14/}, сходного с методом Вайскопфа - Вигнера, получаем

$$\frac{d}{dt} \langle S_z \rangle = - \sum_k g_k^2 \{ \langle S^+ A \rangle + \langle A^+ S^- \rangle + n_k (\langle [S^+, A] \rangle + \langle [A^+, S^-] \rangle) \} \quad (10)$$

где

$$A = \int_{t_0}^t \exp\{(\epsilon - \chi/2 - i\omega_k)(t - \tau)\} S^-(\tau) d\tau$$

и $n_k = \langle a_k^+ a_k \rangle_0$ - число равновесных тепловых квантов в начальный момент времени, определяемое начальной температурой контура $T \approx 1,6$ К. Для оптического диапазона $n_k \ll 1$ даже при комнатной температуре, и поэтому вторым слагаемым в правой части (10) обычно пренебрегают. Для радиодиапазона число планковских квантов может быть достаточно большим (в условиях экспериментов^{/I-3/} для резонансной частоты ω_0 $n_k \sim 10^2 - 10^3$). Поэтому на начальной стадии эволюции, когда корреляционные эффекты, описываемые первыми двумя слагаемыми в правой части (10), играют малую роль, особенно важен вклад второго слагаемого. Рас-

смотрим этот вопрос подробнее. Воспользуемся приближением Маркова с учетом неоднородного уширения, когда

$$S^{\pm}(\tau) \approx S^{\pm}(t) e^{\mp i\omega_0(t-\tau)} e^{-(t-\tau)/2\bar{\tau}}$$

Теперь можно избавиться от интегралов в правой части (10). Совершая предельный переход $t_0 \rightarrow -\infty$, $\varepsilon \rightarrow 0$, вместо (10) получаем

$$\frac{d}{dt} \langle S_2 \rangle = - \sum_k \Gamma_k (\langle S^+ S^- \rangle + 2n_k \langle S_2 \rangle), \quad (II)$$

где

$$\Gamma_k = \frac{(\chi + 1/\bar{\tau}) g_k^2}{(\chi/2 + 1/2\bar{\tau})^2 + (\omega_k - \omega_0)^2} \quad (I2)$$

На начальной стадии эволюции, когда самонаведенные корреляции еще не возникли, имеют место соотношения

$$\langle S_2 \rangle \approx \frac{N}{2}, \quad \langle S^+ S^- \rangle = \frac{N}{2} + \langle S_2 \rangle + K \approx N,$$

$$K \equiv \sum_{ij}^{i \neq j} \langle S^+(i) S^-(j) \rangle.$$

Поэтому за счет множителя $2n_k$ вклад второго члена в правой части (II), ответственного за неколлективное спонтанное излучение, является основным на этой стадии. Вблизи максимума интенсивности ($t \approx t_D$) имеет место обратная ситуация

$$\langle S_2 \rangle \approx 0, \quad K \sim N^2$$

(динамический дальний порядок [14]). Здесь уже основную роль играют коллективные процессы и вкладом спонтанного слагаемого можно пренебречь. Таким образом, наличие тепловых квантов поля в резонаторе играет положительную роль, усиливая спонтанные процессы на начальной стадии эволюции.

Действуя по аналогии с выводом уравнения (II), можно получить марковское уравнение для парной корреляционной функции

$$\frac{d}{dt} \langle S^+ S^- \rangle = - \sum_k \Gamma_k \left\{ (1+n_k) \langle S^+ S^- \rangle + \langle S^+ S^- S_2 \rangle + n_k \langle S_2^2 \rangle \right\} \quad (I3)$$

Замечая, что гамильтониан (5) имеет точный интеграл движения

$$S^+ S^- + S_2^2 - S_2 \equiv \hat{I},$$

являющийся оператором Казимира группы $SU(2)$, и производя стандартное расщепление

$$\langle S^+ S^- S_2 \rangle \approx \langle S^+ S^- \rangle \langle S_2 \rangle, \quad ([S^+ S^-, S_2] = 0),$$

вместо (II), (I3) получаем замкнутую систему уравнений

$$\frac{d}{dt} \langle S_2 \rangle = -\mu \langle S^+ S^- \rangle - 2\nu \langle S_2 \rangle, \quad (I4)$$

$$\frac{d}{dt} \langle S^+ S^- \rangle = 4\nu \bar{I}_0 + 4\nu \langle S_2 \rangle - 2(\mu + 3\nu) \langle S^+ S^- \rangle + 2\mu \langle S^+ S^- \rangle \langle S_2 \rangle,$$

где

$$\mu \equiv \sum_k \Gamma_k, \quad \nu \equiv \sum_k n_k \Gamma_k, \quad \bar{I}_0 \equiv \langle \hat{I} \rangle.$$

В силу определения (I2) функции Γ_k имеют острый максимум при $\omega_k = \omega_0$. Иначе говоря, основную роль играют резонансные процессы. Заметим, что система (I4) является обобщением известных уравнений Блоха на случай существования тепловых шумов. Вернемся теперь к определению интенсивности генерации (7). В силу (8) имеем

$$\frac{d}{dt} \langle a_k^+ a_k \rangle = -\chi \langle a_k^+ a_k \rangle + \chi n_k + g_k^2 (\langle S^+ A \rangle + \langle A^+ S^- \rangle) + n_k g_k^2 (\langle [S^+, A] \rangle + \langle [A^+, S^-] \rangle).$$

После перехода к марковскому приближению получаем отсюда

$$\frac{d}{dt} \langle a_k^+ a_k \rangle = -\chi \langle a_k^+ a_k \rangle + \chi n_k + \Gamma_k (\langle S^+ S^- \rangle + 2n_k \langle S_2 \rangle). \quad (I5)$$

Систему (I4) можно решать независимо от (I5). Подставляя затем решения уравнений (I4) в правую часть (I5) и решая полученное уравнение, можно определить интенсивность процесса СИ. Таким образом, совокупность уравнений (I4), (I5) полностью определяет динамику СИ в рассматриваемой системе.

Анализ полученных уравнений показывает, что процесс излучения происходит следующим образом. Сначала тепловые шумы инициируют появление мазерной генерации, в которой принимают участие все инвертированные спины N , при этом в катушке наводится поле H_2 , затем часть спинов $N_{\text{ср}} \sim (\Delta H / H_2) N$, где $\Delta H \ll H_2$ соответ-

вует ширине когерентного спинового пакета, становятся взаимно скоррелированными и вызывают возникновение сверхизлучательного импульса. Число тепловых фотонов n_k можно подсчитать, зная тот факт, что для узкополосного колебательного контура применима теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы^{/15/}, что в условиях наших экспериментов^{/1-3/} дает $n_k = 10^2 - 10^3$.

Авторы благодарны за обсуждения и полезные советы А.В. Андрееву, В.И. Рупасову и В.В. Самарцеву.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.F. Kiselev, A.F. Prudkoglyad, A.S. Shumovsky, V.I. Yukalov, Mod. Phys. Lett. B1 (1988) 409.
2. Ю.Ф. Киселев, А.Ф. Прудкогляд, А.С. Шумовский, В.И. Юкалов, ЖЭТФ, 94 (1988) 344.
3. Ю.Ф. Киселев, А.Ф. Прудкогляд, А.С. Шумовский, В.И. Юкалов, В кн.: Проблемы квантовой оптики, с. 68 (ОИЯИ Р17-88 -689, Дубна, 1988).
4. А.В. Андреев, В.И. Емельянов, Ю.А. Ильинский, Кооперативные явления в оптике (Наука, Москва, 1988).
5. M. Gross, S. Haroche, Phys. Rep. 93 (1982) 1.
6. N. Bloembergen, R. Pound, Phys. Rev. 95 (1954) 8.
7. P. Bösiger, E. Brun, D. Meier, Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 602.
8. P. Bösiger, E. Brun, D. Meier, Phys. Rev. A18 (1978) 671.
9. Л. Аллен, Д. Эберли, Оптический резонанс и двухуровневые атомы (Мир, Москва, 1978).
10. А.В. Андреев, Письма ЖТФ 12 (1986) 1025.
11. А.В. Андреев, Вестн. Моск. унив. 28 (1987) 79.
12. У. Люиссел, Излучение и шумы в квантовой электронике (Наука, Москва, 1972).
13. V. Weisskopf, E. Wigner, Zeit. Phys. 63 (1930) 54.
14. A.S. Shumovsky, V.I. Yukalov, Lectures on Phase Transitions (World Scientific, Singapore, 1988).
15. А. Ван дер Зил, Флуктуации в радиотехнике (Госэнергоиздат, Москва, 1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
16 июня 1989 года.