89-305

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

P17-89-305

В.И.Юкалов

ВОЗНИКНОВЕНИЕ НИТЕВИДНЫХ СТРУКТУР ПРИ ОПТИЧЕСКОМ СВЕРХИЗЛУЧЕНИИ

Направлено в журнал "Известия АН СССР, серия физическая"

1989

Появление зернистой структуры излучения характерно для многих лазеров /I/. Такое же явление наблюдается и в безрезонаторных сверхизлучающих системах /2-6/. Для последних было проведено вычисление /7/ плотности вероятности излучения n фотонов в направлениях $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$, ... $\vec{k}_n$, и было показано, что наиболее вероятна ситуация, когда световой поток состоит из интенсивных лучей, содержащих определенное число фотонов. Более полное рассмотрение этой проблемы было дано в работах /8-I0/, в которых процесс образования нитей с повышенной светимостью трактовался как резонансный фазовый переход /II,I2/. Такой переход напоминает явление расслоения в конденсированных средах /I3/, однако отличается от расслоения тем, что неоднородность возникает не в системе атомов среды, а в подсистеме их коллективных возбуждений, в данном случае - это инверсон-поляритонные возбуждения /9,I0/. В настоящем сообщении предлагается дальнейшее развитие работ /8-I0/: исследуется зависимость характеристик эффекта от величины нерезонансной накачки и выясняется возможность сверхизлучательного режима, когда коэффициент когерентности /I4/ гораздо больше единицы.

Пусть ансамбль N двухуровневых атомов с частотой перехода ω_0 возбуждается внешним резонансным полем частоты ω. Точнее говоря, имеет место квазирезонансная ситуация, когда расстройка мала:

$$\frac{|\Delta|}{\omega} \ll 1 \,, \qquad \Delta \equiv \omega - \omega_0 \,. \tag{I}$$

Возбуждающее поле имеет вид плоской волны

$$\vec{E}_i(t) = \vec{E}_i\, e^{-i\omega t} = \vec{e}\, E \exp\left[i \left(k z_i - \omega t \right) \right] \,, \tag{2}$$

где $|\vec{e}\,| = 1$, $k = \omega / c = 2\pi / \lambda$. Считаем, что система представляет собой цилиндр радиуса R и длины L. Такая форма характерна для лазеров. Ось цилиндра направлена вдоль оси $\vec{z}$. Выполняются также обычные неравенства

$$\frac{\lambda}{R} \ll 1 \,, \quad \frac{R}{L} \ll 1 \,. \tag{3}$$

При решении уравнений движения учитывается ширина уровня Γ и ширина линии γ,

$$\Gamma = \frac{1}{T_1} = \frac{4\omega_0^3 d^2}{3c^3}, \quad \gamma = \frac{1}{T_2}, \tag{4}$$

а также наличие нерезонансной накачки, задаваемой параметром

$$\xi = \frac{N_+ - N_-}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_i, \quad (\xi_i = \pm 1), \tag{5}$$

$N_+ (N_-)$ - среднее число возбужденных (невозбужденных) атомов за счет накачки; здесь и далее $\hbar \equiv 1$. Атому с номером $i = 1,2 \ldots N$ сопоставляется дипольный момент перехода

$$\vec{d}_i = \vec{n}_i d, \quad (|\vec{n}_i| = 1). \tag{6}$$

При вычислениях используем теорию возмущений по параметру

$$\frac{k^2 d^2}{a\gamma} \ll 1, \tag{7}$$

в котором a - среднее межатомное расстояние. Система двухуровневых атомов, находящихся в поле усиливаемой резонансной моды (2) и взаимодействующих между собой посредством поля переизлучения

$$\vec{E}_{ij}(t) = \frac{k^2}{r_{ij}} \vec{n}_{ij} \times \left[\vec{d}_j \times \vec{n}_{ij}\right] exp(ikr_{ij})\, \sigma_j^-(t),$$

где

$$r_{ij} \equiv |\vec{r}_i - \vec{r}_j|, \quad \vec{n}_{ij} \equiv \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{r_{ij}},$$

описывается гамильтонианом[9,10]

$$\hat{H}(t) = \frac{1}{2}\omega_0 \sum_i \left[1 + \sigma_i^z(t)\right] - $$
$$- \frac{1}{2}\sum_i \vec{d}_i \left[\sigma_i^+(t)\vec{E}_i(t) + \vec{E}_i^+(t)\sigma_i^-(t)\right] - $$
$$- \frac{1}{2}\sum_{i\neq j} \vec{d}_i \left[\sigma_i^+(t)\vec{E}_{ij}(t) + \vec{E}_{ij}^+(t)\sigma_i^-(t)\right], \tag{8}$$

в котором $\sigma_i^z(t)$ – матрица Паули, $\sigma_i^{\pm}(t)$ -лестничные операторы. Гамильтониан (8) соответствует резонансному приближению Вайскопфа - Вигнера /15/ или, что то же самое, квантовому приближению вращающейся волны /12,15/. Все операторы написаны в гейзенберговском представлении. Операторы $\sigma_i^z(t)$ отвечают инверсонным возбуждениям, а $\sigma_i^{\pm}(t)$ - поляритонным. Параметры, входящие в гамильтониан, ω_0, ω, d, E, в принципе, могут быть адиабатически медленно меняющимися функциями времени. Дальнейшие результаты от этого не изменятся, если характерное время такого адиабатического изменения $T_{ad} = \Omega_{ad}^{-1}$ гораздо больше времени эксперимента τ_{ex}, в течение которого нас интересует поведение системы, $\Omega_{ad}\tau_{ex} \ll 1$. В данном случае появление так называемой фазы Берри /16-19/ можно не рассматривать. С другой стороны, если время эксперимента гораздо больше периода осцилляций в системе, $\omega_0 \tau_{ex} \gg 1$, то можно считать, что в системе устанавливается периодический режим. Тогда средние от операторов не зависят от вида начальной матрицы плотности. Для этой ситуации в полуклассическом приближении /12,20/ находим

$$
\langle \sigma_i^z(t) \rangle = \xi_i \frac{\Delta^2+\gamma^2}{\Delta^2+\bar{\gamma}_i^2},
$$

$$
\langle \sigma_i^-(t) \rangle = \frac{1}{2}\xi_i \frac{\Delta - i\gamma}{\Delta^2+\bar{\gamma}_i^2}\left(\vec{d}_i \vec{E}_i\right) e^{-i\omega t}, \tag{9}
$$

где эффективная ширина линии задается равенством

$$
\bar{\gamma}_i^2 = \gamma^2\left(1+\frac{|\vec{d}_i \vec{E}_i|^2}{\Gamma\gamma}\right). \tag{10}
$$

В случае установившегося периодического режима средняя энергия $\langle \hat{H}(t) \rangle$ от времени не зависит. Для нее имеем

$$
W = \langle \hat{H}(t) \rangle = W_0 + W_{int}; \tag{11}
$$

первое слагаемое

$$
W_0 = \frac{1}{2} N\omega_0 + \frac{1}{2}\sum_i \xi_i \frac{\omega_0(\Delta^2+\gamma^2) - \Delta|\vec{d}_i \vec{E}_i|^2}{\Delta^2+\gamma^2+(\gamma/\Gamma)|\vec{d}_i \vec{E}_i|^2} \tag{12}
$$

- это энергия атомов во внешнем поле, а второе слагаемое в (II)

$$W_{int} = -\sum_{i \neq j} J_{ij} \xi_i \xi_j \tag{I3}$$

- это энергия взаимодействия атомов за счет обмена фотонами, где интенсивность взаимодействия

$$J_{ij} = (\vec{d}_i \vec{E}_i)^* (\vec{d}_j \vec{E}_j) \frac{k^3(\Delta^2 + \gamma^2)}{4(\Delta^2 + \bar{\gamma}_i^2)(\Delta^2 + \bar{\gamma}_j^2)} \times$$

$$\times \left[(\vec{d}_i \vec{d}_j) - (\vec{d}_i \vec{n}_{ij})(\vec{d}_j \vec{n}_{ij}) \right] \frac{\cos(k r_{ij})}{k r_{ij}} .$$

Направление поляризации дипольных моментов перехода (6) найдем из условия минимальности энергии (II) относительно ($\vec{n}_i \; \vec{e}$), что дает

$$(\vec{n}_i \vec{e})^2 = \begin{cases} 1, & \xi_i > 0, \\ 0, & \xi_i < 0 \end{cases} . \tag{I4}$$

Распределение величин ξ_i в среде также должно соответствовать минимальности энергии (II) при фиксированной характеристике накачки (5). Возможны две качественно различные ситуации: первая, когда ξ_i принимают случайные значения ± 1 вне зависимости от номера i, тогда в среднем среда однородна и везде можно заменить ξ_i на ξ; вторая ситуация, когда ξ_i распределены в объеме неоднородно, так что образуется некоторая структура возбуждений. В образце цилиндрической формы естественно ожидать, что могут возникнуть структуры с цилиндрической симметрией. Таковыми являются нити, вытянутые вдоль оси цилиндра.

Перейдем к непрерывному представлению с помощью замены

$$\xi_i \to \xi(x_i, y_i) , \quad \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \to \frac{1}{V}\int d\vec{r}_i , \tag{I5}$$

где $V = \pi R^2 L$. Условие (5) принимает вид

$$\xi = \frac{1}{\pi R^2} \int \xi(x,y)\, dx\, dy \,. \tag{I6}$$

Если возникает N_f нитей, радиус каждой из которых R_f, то обозначим область, которую они занимают через V_f. Будем считать, что атомы в нитях возбуждены, а вне нитей нет. То есть плотность накачки задается функцией

$$\xi(x,y) = \begin{cases} +1, & \{x,y\} \in V_f, \\ -1, & \{x,y\} \notin V_f. \end{cases} \tag{I7}$$

При этом из (I6) можно найти число нитей

$$N_f = \frac{1}{2}(1+\xi)\left(\frac{R}{R_f}\right)^2 . \tag{I8}$$

Чтобы выяснить, какая структура возбуждений предпочтительнее, надо установить, для какой из них энергия системы минимальна. Для этого сравним энергии при однородном и нитевидном распределении возбуждений.

Рассмотрим сначала однородный случай $\xi(x,y) = \xi$. При этом результаты зависят от величины накачки, то есть от знака ξ. Будем называть слабой накачкой случай $\xi \leq 0$ и сильной, когда $\xi > 0$. Эффективная ширина линии для этих двух ситуаций, в соответствии с (I4), различна:

$$\overline{\gamma}_i^2 = \begin{cases} \gamma^2, & \xi \leq 0 \\ \gamma^2\left(1 + \dfrac{d^2 E^2}{\Gamma \gamma}\right), & \xi > 0 . \end{cases} \tag{I9}$$

Для энергий (I2) и (I3) находим: при слабой накачке

$$W_0^{uni} = \frac{1}{2} N \omega_0 (1+\xi) ,$$

$$(\xi \le 0)$$

$$W_{int}^{uni} = 0 ,$$

и при сильной накачке

$$W_0^{uni} = \frac{1}{2} N \omega_0 \left[1 + \xi \, \frac{\Delta^2 + \gamma^2 - (\Delta/\omega_0) d^2 E^2}{\Delta^2 + \gamma^2 - (\gamma/\Gamma) d^2 E^2} \right] ,$$

$$(\xi > 0)$$

$$W_{int}^{uni} = -\xi^2 \, \frac{\pi N^2 E^2 d^4 (\Delta^2 + \gamma^2)}{8 \lambda R^2 (\Delta^2 + \bar{\gamma}^2)^2} \, g\left(\frac{4\pi R^2}{\lambda L} \right) ,$$

где $\bar{\gamma} \equiv \bar{\gamma}_i (\xi > 0)$, $g(x) \equiv \sin x - x \, Ci(x)$.

При нитевидном распределении возбуждений по формуле (I7) в качестве средней энергии получаем

$$W_0^{non} = \frac{1}{4} N \omega_0 (1+\xi) \left[1 + \frac{\Delta^2 + \gamma^2 - (\Delta/\omega_0) d^2 E^2}{\Delta^2 + \gamma^2 + (\gamma/\Gamma) d^2 E^2} \right] ,$$

$$W_{int}^{non} = - N^2 (1+\xi) \, \frac{\pi E^2 d^4 (\Delta^2 + \gamma^2)}{16 \lambda R^2 (\Delta^2 + \bar{\gamma}^2)^2} \, g\left(\frac{4\pi R_f^2}{\lambda L} \right)$$

для любой величины накачки. Минимизируя среднюю энергию по R_f , находим радиус нити

$$R_f = 0{,}22 \sqrt{\lambda L} \ . \qquad (20)$$

Сравнивая найденные значения энергий, убеждаемся, что при любой накачке, как слабой, так и сильной, $W^{non} < W^{uni}$, то есть нитевидная структура возбуждений выгоднее, чем однородная. Беря для оценки экспериментальные характеристики из работ /2-6/, $\lambda \sim 5 \cdot 10^{-5}$ см, $R \sim 0{,}1$ см, $L \sim 10 - 100$ см, получаем $R_f \sim 10^{-2}$ см, $N_f \sim 10^2 - 10^3$, что согласуется с наблюдавшимися величинами для радиуса и числа нитей.

Возникновение нитей, излучающих когерентно, приводит к анизотропии в диаграмме направленности для интенсивности излучения. При выполнении неравенства

$$N^{2/3}\,\frac{3\lambda d^2 E^2}{64\,a\,\gamma^2} \gg 1$$

осуществляется режим сверхизлучения, когда интенсивность когерентного излучения значительно превышает интенсивность некогерентного излучения.

Литература

I. Cullis A.G., Webber H.C., Bailey P.-J.Phys. 1979, E12, p.688.

2. Королев Ф.А., Абрасимов Г.В., Одинцов А.И., Якунин В.П.-Оптика и спектроскопия, I970, 28, с.540.

3. Абросимов Г.В.-Оптика и спектроскопия, I97I, 3I, с.I06.

4. Королев Ф.А., Абросимов Г.В., Одинцов А.И.-Оптика и спектроскопия, I972, 33, с.725.

5. Ищенко В.И., Лисицин В.Н., Ражев А.М., Раутиан С.Г., Шалагин А.М. -Письма в ЖЭТФ, I974, I9, с.669.

6. Королев Ф.А., Одинцов А.И., Туркин Е.Г., Якунин В.П.-Квантовая электроника, I975, 2, с.4I3.

7. Соколов И.В., Трифонов Е.Д.-ЖЭТФ, I974, 67, с.48I.

8. Емельянов В.И., Юкалов В.И.-Оптика и спектроскопия, I986, 60, с.634.

9. Юкалов В.И. В кн.: Проблемы статистической механики. ОИЯИ, ДI7-88-95, Дубна, I988, с.468.

I0. Yukalov V.I.-J.Mod. Opt. 1988, 35, p.35.

II. Yukalov V.I.-Comm.Oxford Univ. DTP 98-80, Oxford, 1980.

I2. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. Кооперативные явления в оптике. М.: Наука, I988.

I3. Yukalov V.I.-Acta Phys. Polon., 1980, v.A57, p.295.

I4. Юкалов В.И. В кн.: Проблемы квантовой оптики. ОИЯИ, РI7-88-689, Дубна, I988, с.I32.

15. Agarwal G.S. Quantum Statistical Theories of Spontaneous Emission and Their Relation to Other Approaches. Berlin: Springer, 1974.

16. Berry M.V. J.Phys. 1984, A17, p.1225.

17. Berry M.V.-J.Phys. 1984, A18, p.15.
18. Hannay J.H.-J.Phys. 1985, A18, p.221.
19. Simon B.-Phys.Rev.Lett. 1983, 51, p.2167.
20. Аллен А., Эберли Д. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 апреля 1989 года.