объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р17-88-837

А.Л.Кузeмский, Д.Марваков*

СПЕКТР ВОЗБУЖДЕНИЙ ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА ПРИ КОНЕЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Направлено в журнал "Теоретическая и математическая физика"

* Софийский университет

1988

1. ВВЕДЕНИЕ

Гейзенберговская модель обменного взаимодействия локализованных спинов [1] используется для описания магнитных свойств ферро-, ферри- и антиферродиэлектриков. В ферромагнетике точно известно основное состояние, в котором все спины выстроены параллельно. Малые отклонения от основного состояния или спиновые волны можно достаточно хорошо описать динамическими переменными осцилляторного типа [2,3]. Зависимость частоты нормальной моды от волнового вектора, то есть дисперсия, возникает в результате взаимодействия между осцилляторами. При температурах, близких к нулю, в качестве первого шага используют линейное приближение для спиновых волн.

В антиферромагнетике точное основное состояние неизвестно. Неель [4] ввел концепцию двух взаимопроникающих подрешеток для объяснения поведения восприимчивости антиферромагнетиков. Однако основное состояние в виде двух подрешеток (неелевское состояние) является лишь классическим приближением. Спин-волновая теория для антиферромагнетика [1-7] с самого начала носит более приближенный характер, чем в ферромагнетике, поскольку система ближе по характеру к набору ангармонических осцилляторов. В отличие от ферромагнетиков, в которых среднее молекулярное поле однородно и пропорционально намагниченности, в ферри- и антиферромагнетиках среднее молекулярное поле существенно неоднородно. Локальные молекулярные поля Нееля [4] являются более общим понятием; многоподрешеточные магнетики с неэквивалентными подрешетками и сложным типом упорядочения нельзя описать, используя однородное среднее поле.

С точки зрения квантовой статистической механики проблема адекватного введения средних полей для систем многих взаимодействующих частиц наиболее последовательно может быть исследована в рамках метода неприводимых функций Грина [1, 8-13]. Корректный расчет квазичастичных спектров и их затухания, особенно для систем со сложным спектром и сильным взаимодействием [11, 13 - 16], показывает, что обобщенные средние поля могут иметь весьма сложную структуру, которая не описывается функционалом средней плотности. Даже для ферромагнетика Гейзенберга расчет затухания спектра спиновых волн в рамках метода неприводимых функций Грина [1, 10] приводит к необходимости включить в средние поля корреляторы продольных и поперечных компонент спина. В среднем поле, пропорциональном средней намагниченности, затухание спиновых волн отсутствует.

В настоящей работе вычисляется спин-волновой спектр и затухание гейзенберговского антиферромагнетика в рамках метода неприводимых функций Грина. Первоначальная формулировка была дана в работах [17,18].

2. ГАМИЛЬТОНИАН МОДЕЛИ

Будем исходить из модели изотропного двухподрешеточного антиферромагнетика с гамильтонианом следующего вида:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{q\alpha\alpha'} J_q^{\alpha\alpha'} S_{q\alpha} S_{-q\alpha'} =$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{q\alpha\alpha'} J_q^{\alpha\alpha'} \{ \frac{1}{2} (S^+_{q\alpha} S^-_{-q\alpha'} + S^-_{q\alpha} S^+_{-q\alpha'}) + S^z_{q\alpha} S^z_{-q\alpha'} \} . \quad (1)$$

Удобно для дальнейшего переписать (1) в форме

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{q\alpha\alpha'} I_q^{\alpha\alpha'} (S^+_{q\alpha} S^-_{-q\alpha'} + S^z_{q\alpha} S^z_{-q\alpha'}) , \quad (2)$$

где

$$I_q^{\alpha\alpha'} = \frac{1}{2} (J_q^{\alpha\alpha'} + J_{-q}^{\alpha'\alpha}) = I_{-q}^{\alpha'\alpha} . \quad (3)$$

Индексы α и α' принимают два значения $\{a, b\}$. При этом предполагается, что спонтанная намагниченность подрешетки a направлена вдоль оси z, а подрешетки b — $(-z)$. Известно [1,2], что в гамильтониане (1) важную роль играют дополнительные анизотропные вклады. Для упрощения записи эти вклады здесь опущены. Заметим также, что простая двухподрешеточная модель антиферромагнетика (1) с двумя взаимопроникающими подрешетками применима только для систем с простой кубической и объемно-центрированной решеткой.

3. МЕТОД РАСЧЕТА

В настоящей работе будем использовать метод неприводимых функций Грина [1,8-13]. Суть метода состоит в следующем [13]. С помощью введения неприводимых частей функций Грина выделяются все ренормировки среднего поля. Это позволяет, не прибегая к тому или иному способу обрыва цепочки уравнений для функций Грина, записать уравнение Дайсона и получить точное аналитическое представление для массового оператора через многочастичные функции Грина. Приближенные решения конструируются как определенные приближения для массового оператора. В этом состоит отличие от обычного метода уравнений движения для функций Грина. При этом можно условно проконтролировать процедуру расщепления по аналогии с диаграммным подходом. Метод неприводимых функций Грина находится в тесной связи с методом проекционного оператора, который выражает идею "сокращенного описания" системы в наиболее общей форме. Операция проектирования [12] позволяет свести бесконечную цепочку зацепляющихся уравнений к нескольким относительно простым уравнениям, в которых "эффективно" учитывается та существенная информация о системе, которая определяет специфику данной задачи. Поскольку используется правильная структура решения для одночастичной функции Грина (в виде формального решения уравнения Дайсона), конструирование приближенных решений можно проводить систематическим образом. Метод позволяет вычислять затухание за счет неупругих столкновений для систем со сложным спектром и сильным взаимодействием [13].

В работах [13,18] подчеркивалась связь адекватного введения средних полей с характером нарушенной симметрии системы [19]. Следует подчеркнуть, что хотя неелевское состояние является достаточно хорошим приближением к точному основному состоянию, последовательной микроскопической теории дальнего антиферромагнитного порядка все еще нет. С точки зрения концепции нарушенной симметрии [1,19] с понижением температуры, как правило, система стремится перейти в менее симметричную фазу. Так, например, в сверхпроводнике нарушение калибровочной инвариантности влечет за собой фазовую когерентность на больших длинах. В работе [20] Н.Н.Боголюбовым было показано, что нарушенную симметрию в сверхпроводнике можно описать, добавляя к гамильтониану бесконечно малые источники. В результате этого возникают отличные от нуля аномальные спаривания. Развивая идеи Боголюбова, Намбу показал [21], что вакуум нужного вида, отвечающий характеру нарушенной симметрии, можно однозначно зафиксировать с помощью спинорного представления.

В данной работе аналогичный подход используется для описания гейзенберговского антиферромагнетика. Показано, что использование "аномальных средних", фиксирующих вакуум, позволяет однозначно определить обобщенные средние поля и весьма компактно рассчитать спектр спин-волновых возбуждений и их затухание за счет неупругих процессов магнон-магнонного рассеяния. При этом не используется переход от спиновых операторов к бозевским операторам. Предложен метод расчета затухания для произвольного значения спина S.

4. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ДАЙСОНА

Для вычисления спин-волнового спектра двухподрешеточного гейзенберговского антиферромагнетика рассмотрим двухвременную запаздывающую функцию Грина (ФГ) следующего вида:

$$G(t-t') = \langle\langle A(t), B(t')\rangle\rangle = -i\theta(t-t')\langle[A(t), B(t')]_-\rangle. \tag{4}$$

В качестве операторов A и B в гейзенберговском ферромагнетике выбирались операторы S^+ и S^-. В случае антиферромагнетика, как будет показано ниже, удобно выбрать следующее представление "спинорного" типа:

$$A = \begin{bmatrix} S^+_{ka} \\ S^+_{kb} \end{bmatrix}; \quad B = [S^-_{-ka}, S^-_{-kb}]. \tag{5}$$

Уравнение движения для фурье-образа ФГ запишется в виде

$$\omega \langle\langle S^+_{ka} | \begin{bmatrix} S^-_{-ka} \\ S^-_{-kb} \end{bmatrix} \rangle\rangle_\omega = \begin{bmatrix} 2\langle S^z_a\rangle \\ 0 \end{bmatrix} + \langle\langle \Phi_{k,ab} | \begin{bmatrix} S^-_{-ka} \\ S^-_{-kb} \end{bmatrix} \rangle\rangle_\omega. \tag{6}$$

Здесь введены обозначения:

$$\Phi_{k,ab} = N^{-1/2} \sum_q I^{ab}_q S^{ab}_{kq} + N^{-1/2} \sum_q I^{aa}_q S^{aa}_{kq},$$
$$S^{ab}_{kq} = S^+_{k-q,a} S^z_{qb} - S^+_{qb} S^z_{k-q,a}. \tag{7}$$

Неприводимые функции Грина (или неприводимые операторы, из которых эти функции Грина построены) введем по определению

$$(S^{ab}_{kq})^{ir} = S^{ab}_{kq} - D^{ab}_q S^+_{ka} + D^{ba}_{k-q} S^+_{kb}, \tag{8}$$

$$(S^z_{qa})^{ir} = S^z_{qa} - N^{1/2}\langle S^z_a\rangle \delta_{q,0}. \tag{9}$$

Выбор неприводимых частей ФГ однозначно определяется из условий

$$\langle[(S^{ab}_{kq})^{ir}, \begin{bmatrix} S^-_{-ka} \\ S^-_{-kb} \end{bmatrix}]_-\rangle = 0, \tag{10}$$

которые приводят к обращению в нуль неоднородных членов в уравнениях для неприводимых функций Грина. Из (10) найдем, что

$$D^{ab}_q = \frac{2\langle (S^z_{-qa})^{ir} (S^z_{qb})^{ir}\rangle + \langle S^-_{-qa} S^+_{qb}\rangle}{2\sqrt{N}\langle S^z_a\rangle}. \tag{11}$$

С учетом (7) — (11) уравнение (6) представим в следующем виде:

$$(\omega - \omega_{aa})\langle\langle S^+_{ka} | \begin{bmatrix} S^-_{-ka} \\ S^-_{-kb} \end{bmatrix} \rangle\rangle + \omega_{ab} \langle\langle S^+_{kb} | \begin{bmatrix} S^-_{-ka} \\ S^-_{-kb} \end{bmatrix} \rangle\rangle =$$
$$= \begin{bmatrix} 2\langle S^z_a\rangle \\ 0 \end{bmatrix} + \langle\langle \Phi^{ir}_a (k) | \begin{bmatrix} S^-_{-ka} \\ S^-_{-kb} \end{bmatrix} \rangle\rangle. \tag{12}$$

В (12) были введены обозначения

$$\omega_{aa} = \{(I^{aa}_0 - I^{aa}_k)\langle S^z_a\rangle + I^{ab}_0 \langle S^z_b\rangle +$$
$$+ \sum_q [(I^{aa}_q - I^{aa}_{k-q}) D^{aa}_{Nq} + I^{ab}_q D^{ab}_{Nq}]\}, \tag{13}$$
$$D^{\alpha\beta}_{Nq} = \frac{1}{\sqrt{N}} D^{\alpha\beta}_q, \quad \alpha, \beta = a, b.$$

$$\omega_{ab} = [I^{ab}_k \langle S^z_a\rangle + \sum_q I^{ab}_{k-q} D^{ba}_{Nq}], \tag{14}$$

$$\Phi^{ir}_a (k) = N^{-1/2} \sum_{q,\gamma = a,b} I^{a\gamma}_q [S^+_{k-q,a} (S^z_{q\gamma})^{ir} - S^+_{q\gamma} (S^z_{k-q,a})^{ir}]^{ir}. \tag{15}$$

Аналогичным образом получаем

$$(\omega - \omega_{bb}) \ll S^{+}_{kb} \,|\, [\begin{smallmatrix} S^{-}_{-kb} \\ S^{-}_{-ka} \end{smallmatrix}] \gg + \,\omega_{ba} \ll S^{+}_{ka} \,|\, \begin{bmatrix} S^{-}_{-kb} \\ S^{-}_{-ka} \end{bmatrix} \gg =$$

$$= \begin{bmatrix} 2 < S^{z}_{b} > \\ 0 \end{bmatrix} + \ll \Phi^{ir}_{b}(k) \,|\, \begin{bmatrix} S^{-}_{-kb} \\ S^{-}_{-ka} \end{bmatrix} \gg . \tag{16}$$

Для вычисления неприводимых функций Грина в правых частях уравнений (12) и (16) используем прием дифференцирования по второму времени /8/ . После введения соответствующих неприводимых частей в получающихся уравнениях система уравнений может быть представлена в следующей матричной форме:

$$\hat{G}(k,\omega) = \hat{G}_{o}(k,\omega) + \hat{G}_{o}(k,\omega)\,\hat{\Pi}(k,\omega)\hat{G}_{o}(k,\omega). \tag{17}$$

Здесь была введена функция Грина $\hat{G}_o$ в обобщенном приближении среднего поля и оператор рассеяния $\hat{\Pi}$. Из уравнения Дайсона

$$\hat{G}(k,\omega) = \hat{G}_{o}(k,\omega) + \hat{G}_{o}(k,\omega)\hat{M}(k,\omega)\hat{G}(k,\omega) \tag{18}$$

следует, что

$$\hat{\Pi}(k,\omega) = \hat{M}(k,\omega) + \hat{M}(k,\omega)\hat{G}_{o}(k,\omega)\hat{\Pi}(k,\omega). \tag{19}$$

Таким образом, на основании соотношения (19) можно говорить о массовом операторе $\hat{M}$ как о собственной части оператора $\hat{\Pi}$, по аналогии с диаграммной техникой, где массовый оператор представляет собой связанную часть оператора рассеяния (более подробное обсуждение см. в /13/). Можно показать, что явный вид массового оператора $\hat{M}$ есть

$$\hat{M} = (\hat{\Pi})^{p} = \frac{1}{4 < S^{z}_{a} >^{2}} \begin{bmatrix} \ll \Phi^{ir}_{a}(k) \,|\, \Phi^{ir+}_{a}(k) \gg & \ll \Phi^{ir}_{a}(k) \,|\, \Phi^{ir+}_{b}(k) \gg \\ \ll \Phi^{ir}_{b}(k) \,|\, \Phi^{ir+}_{a}(k) \gg & \ll \Phi^{ir}_{b}(k) \,|\, \Phi^{ir+}_{b}(k) \gg \end{bmatrix} . \tag{20}$$

Формальное решение уравнения Дайсона для запаздывающей ФГ (18) может быть представлено в форме

$$\hat{G}(k,\omega) = [\,\hat{G}^{-1}_{o}(k,\omega) - \hat{M}(k,\omega)]^{-1}. \tag{21}$$

Таким образом, нахождение полной ФГ сведено к вычислению ФГ в обобщенном приближении среднего поля и массового оператора.

5. КВАЗИЧАСТИЧНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В СРЕДНЕМ ПОЛЕ

Функция Грина в обобщенном приближении среднего поля согласно определению (18) имеет вид

$$\hat{G}_{o}(k,\omega) = \frac{2 < S^{z}_{a} >}{\det \hat{\Omega}} \begin{bmatrix} (\omega - \omega_{aa}) & \omega_{ab} \\ \omega_{ab} & -(\omega - \omega_{bb}) \end{bmatrix} . \tag{22}$$

Здесь

$$\det\hat{\Omega} = (\omega - \omega_{aa})(\omega - \omega_{bb}) - \omega_{ab}\omega_{ba}. \tag{23}$$

Полюса ФГ (22) находим из уравнения

$$\det\hat{\Omega} = 0, \tag{24}$$

откуда следует, что

$$\omega^{\pm} = \pm\sqrt{\omega^{2}_{aa} - \omega^{2}_{ab}} . \tag{25}$$

По аналогии с работой /5/ введем следующие величины /1/ :

$$u^{2}_{k} = \frac{1}{2}[(1-\gamma^{2}_{k})^{-1/2} + 1]; \quad v^{2}_{k} = \frac{1}{2}[(1-\gamma^{2}_{k})^{-1/2} - 1],$$

$$\gamma_{k} = \frac{1}{z}\sum_{\ell} e^{ik\cdot\ell}; \quad I^{aa}_{q} = 0; \quad I^{bb}_{a} = 0. \tag{26}$$

С помощью (26) представим ФГ (22) в виде

$$G^{aa}_{o}(k,\omega) = 2 < S^{z}_{a} > \left[\frac{u^{2}_{k}}{\omega - \omega^{+}(k)} - \frac{v^{2}_{k}}{\omega - \omega^{-}(k)} \right] = G^{bb}_{o}(k,-\omega), \tag{27}$$

$$G_o^{ab}(k,\omega) = 2\langle S_a^z\rangle \left[\frac{-u_k v_k}{\omega - \omega^+(k)} + \frac{u_k v_k}{\omega - \omega^-(k)} \right] = G_o^{ba}(k,\omega). \qquad (28)$$

ФГ (27) и (28) показывают, что распространение квазичастичных возбуждений в антиферромагнетике связано с определенными суперпозициями двух ветвей спиновых волн.

Закон дисперсии спиновых волн в обобщенном приближении среднего поля для произвольного значения спина S имеет вид

$$\omega(k) = I \cdot z \langle S_a^z\rangle [1 - \frac{1}{\sqrt{N}\langle S_a^z\rangle} \sum_q \gamma_q D_q^{ab}](1 - \gamma_k^2)^{1/2}, \qquad (29)$$

где $I_q = z \cdot I \cdot \gamma_q$ и z — число ближайших соседей в решетке. Как известно, первое слагаемое в (29) соответствует приближению Тябликова [1]. Второе слагаемое в (29) описывает упругое рассеяние спин-волновых возбуждений. При низких температурах флуктуации продольных компонент спина малы и, следовательно, для (29) получим

$$\omega(k) \approx I \cdot S \cdot z [1 - C(T)](1 - \gamma_k^2)^{1/2}. \qquad (30)$$

Величина $C(T)$ определяет температурную зависимость спин-волнового спектра

$$C(T) = \frac{1}{2NS^2} \sum_q (\langle S_{-qa}^- S_{qa}^+\rangle + \gamma_q \langle S_{-qa}^- S_{qb}^+\rangle). \qquad (31)$$

В случае, когда $C(T) \to 0$, получаем результат расцепления Тябликова

$$E(k) = I \langle S_a^z\rangle z (1 - \gamma_k^2)^{1/2}. \qquad (32)$$

Из (32) следует известное выражение для температуры Нееля:

$$T_N = \frac{I \cdot z}{2k_B} (N^{-1} \sum_k \frac{1}{1 - \gamma_k^2})^{-1}. \qquad (33)$$

Для малых значений волнового вектора k, когда $\omega(k)$ в уравнении (30) является линейной функцией k, можно оценить, что для антиферромагнетика коэффициент жесткости спиновых волн ведет себя с температурой как

$$C(T) \sim T^4. \qquad (34)$$

Подчеркнем, что зависимость (34) обусловлена упругими процессами рассеяния. Для оценки вклада неупругих процессов необходимо учитывать поправки за счет массового оператора.

6. ЗАТУХАНИЕ КВАЗИЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

Антиферромагнетик является системой со сложным квазичастичным спектром. Расчет затухания за счет неупругих процессов рассеяния в таких системах имеет существенные особенности [13–16]. При расчете затухания необходимо учесть вклады от всех матричных элементов массового оператора (20). Другими словами, затухание квазичастичных возбуждений определяется на основе ФГ следующего вида:

$$G_{11}(k,\omega) = \frac{2\langle S_a^z\rangle}{\omega - \omega(k) - 2\langle S_a^z\rangle \Sigma(k,\omega)}. \qquad (35)$$

Здесь собственно энергетический оператор $\Sigma(k,\omega)$ определяется выражением

$$\Sigma(k,\omega) = M_{11}(k,\omega) - \frac{2\langle S_a^z\rangle M_{12}(k,\omega) M_{21}(k,\omega)}{\omega + \omega(k) + 2\langle S_a^z\rangle M_{22}(k,\omega)}. \qquad (36)$$

В случае, когда $k, \omega \to 0$, можно ограничиться приближением

$$\Sigma(k,\omega) \approx M_{11}(k,\omega). \qquad (37)$$

Из (20) следует, что для расчета затухания нужно найти функции Грина $\langle\langle \Phi_\alpha^{ir}(k) | \Phi_\beta^{ir+}(k)\rangle\rangle$. Рассмотрим в качестве примера расчет одной из них. С помощью спектральной теоремы [1] имеем:

$$\langle\langle \Phi_a^{ir}(k) | \Phi_a^{ir+}(k)\rangle\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega - \omega'} (e^{\beta\omega'} - 1) \times \qquad (38)$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dt}{2\pi}e^{i\omega' t}<\Phi_a^{ir+}(k)\,\Phi_a^{ir}(k,t)>. \tag{38}$$

Таким образом, требуется найти удачное приближение для корреляционной функции в правой части (38). Рассмотрим приближение следующего вида:

$$<(S^z_{-qb})^{ir}S^-_{-(k-q')\,a}S^+_{k-q'\,a}(t)(S^z_{q'b}(t))^{ir}>\approx$$

$$\approx\frac{1}{4NS^2}\sum_p(K^{-+}_{k-p,aa}(t)K^{-+}_{q+p,bb}(t)K^{+-}_{p,bb}(t)+ \tag{39}$$

$$+K^{-+}_{k-q,ab}(t)K^{-+}_{q+p,ab}(t)K^{+-}_{p,bb}(t))\delta_{q,q'},$$

где

$$K^{-+}_{q,ab}=<S^-_{-qa}\,S^+_{qb}(t)>. \tag{40}$$

По аналогии с диаграммной техникой можно сказать, что приближение (39) отвечает пренебрежению вершинными поправками в магнон-магнонных неупругих столкновениях. Используя (39), в (38) получим:

$$<<\Phi_a^{ir}(k)\,|\,\Phi_a^{ir+}(k)>>\approx\frac{1}{16NS^4}\sum_{qp}\int d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3\times$$

$$\times\frac{\nu(\omega_2)[\nu(\omega_3)-\nu(\omega_1)]+[1+\nu(\omega_1)]\nu(\omega_3)}{\omega-\omega_1-\omega_2+\omega_3}\times \tag{41}$$

$$\times\{-\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,G_{aa}(k-q,\omega_1)\}\{-\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,G_{bb}(q+p,\omega_2)\}\{-\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,G_{bb}(p,\omega_3)\},$$

где $\nu(\omega)$ — бозевская функция распределения.

Уравнения (18) и (41) образуют самосогласованную систему уравнений. В принципе для решения этой системы уравнений можно использовать любое удобное начальное представление для ФГ, которое мы хотим подставить в правую часть уравнения (41). Затем можно решать систему итерационным методом. Обычно для оценки затухания достаточно в качестве первого итерационного шага использовать простейшее однополюсное приближение

$$-\frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\,G(k,\omega)\approx\delta(\omega-\omega(k)). \tag{42}$$

В результате для затухания спин-волновых возбуждений получим

$$\Gamma(k,\omega)=-2S\,\mathrm{Im}\,\Sigma(k,\omega), \tag{43}$$

$$\Gamma(k,\omega)=\frac{\pi}{N}(zI)^2(1-e^{-\beta\omega})\sum_{qp}\nu_p(1+\nu_{q+p})(1+\nu_{k-q})\times$$

$$\times\delta(\omega-\omega(k-q)+\omega(p))M_{11}(k,p;k-q,p+q). \tag{44}$$

Величина M_{11} явно выписана в приложении. Получившийся результат (44) в точности воспроизводит выражение для затухания, найденное в работе /7/ . Однако наш метод расчета намного проще и короче. Более того, в нашем подходе нетрудно учесть неупругое рассеяние спиновых волн за счет рассеяния на продольных спиновых флуктуациях. Для этого вместо приближения (39) можно использовать

$$<(S^z_{-qb})^{ir}S^-_{-(k-q)\,a}S^+_{k-q'a}(t)(S^z_{q'b}(t))^{ir}>\approx$$

$$\approx K^{-+}_{k-q,aa}(t)K^{zz}_{q,bb}(t)\delta_{q,q'}. \tag{45}$$

Если ограничиться статическим приближением

$$K^{-+}_{k-q,aa}(t)K^{zz}_{q,bb}(t)\approx K^{-+}_{k-q,aa}(t)K^{zz}_{q,bb}(0), \tag{46}$$

то на основе (38) найдем

$$M_{aa}(k,\omega)=\frac{(zI)^2}{2S}\sum_q\frac{1}{\omega^2-\omega^2_{k-q}}[(\gamma_q^2+\gamma_{k-q}^2)\times$$

$$\times(\omega+\frac{\omega_{k-q}}{\sqrt{1-\gamma^2_{k-q}}})K^{zz}_{q,aa}+\frac{\gamma_q\gamma_{k-q}\omega_{k-q}}{2\sqrt{1-\gamma^2_{k-q}}}K^{zz}_{q,ab}]. \tag{47}$$

В заключение подчеркнем, что на основе предлагаемого подхода можно весьма просто вычислять спектр и затухание квазичастичных возбуждений для произвольного значения спина S. Для этого необходимо воспользоваться известным представлением [1]:

$$S^z = -S + (2S)^{-1} S^+ S^- + [(2S)^2 (2S-1)]^{-1} S^+ S^+ S^- S^- + \dots \qquad (48)$$

Используя (48), в (39) можно получить явные выражения для (44) для произвольной величины спина. Для спина $S = 1/2$ оставляем первые два члена в (48), а для спина $S=1$ нужно удержать первые три слагаемые в (48) и т.д.

В последнее время спин-волновое затухание гейзенберговских антиферромагнетиков за счет многомагнонных процессов интенсивно исследуется. На основе выражения (44) можно описать уширение линии антиферромагнитного резонанса [22] и ширину линии спиновых волн при неупругом рассеянии медленных нейтронов [23]. Существенно также учитывать процессы магнон-магнонного рассеяния при оптических исследованиях антиферродиэлектриков [24]. На основе этих исследований можно заключить, что затухание мало $\omega(k)/\Gamma \approx 10^2 \div 10^3$, т.е. антиферромагноны являются хорошо определенными возбуждениями. Следуя работам [14,15], можно определить температурную зависимость затухания (см. [7]):

$$\Gamma(k,\omega) \approx a \, \frac{\omega(k)}{S^2} \left(\frac{k_B T}{JSz} \right)^4, \qquad (49)$$

в режиме $\tau \ll \epsilon(k) \ll 1$.
Здесь $\tau = k_B T / JzS$ и $\epsilon(k) = \omega(k)/2JzS$. Вообще говоря, оценки температурной зависимости затухания в общем случае весьма сложны и в этом вопросе все еще остается ряд неясностей [7,22–25].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что на основе метода неприводимых функций Грина можно относительно просто рассчитать спектр и затухание за счет магнон-магнонного рассеяния для двухподрешеточного гейзенберговского антиферромагнетика в широком интервале температур. При этом все расчеты можно провести в представлении спиновых операторов для произвольной величины спина S. Как известно, в рамках диаграммного подхода учет зависимости от величины спина приводит к существенным усложнениям расчетов. Предложенная теория может быть прямым образом распространена на случай большего числа магнитных подрешеток с неэквивалентными спинами, т.е. для описания сложных ферримагнетиков.

В рамках нашего подхода удается показать, что средние поля в антиферромагнетике должны включать "аномальные" средние, что отражает локальный характер неелевских молекулярных полей. Уже в обычном кубическом гейзенберговском ферромагнетике учет взаимодействия между соседями, следующих за ближайшими, приводит к необходимости выхода за рамки приближения среднего поля [26]. Еще более существенно это для антиферромагнетика [27,28]. Таким образом, среднее поле в антиферромагнетике, как и среднее поле в сверхпроводнике, имеет более сложную структуру. Данное обстоятельство приводит к ряду интересных следствий. Однако этот круг вопросов выходит за рамки настоящего рассмотрения и заслуживает отдельного обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выпишем здесь явное выражение для одного из элементов матрицы массового оператора:

$$-\mathrm{Im}\, M_{11}(k,\omega) = \frac{\pi}{2NS} (1 - e^{-\beta\omega}) \sum_{qp} \nu_p (1 + \nu_{p+q})(1 + \nu_{k-q}) \times$$

$$\times \delta(\omega - \omega(k-q) - \omega(p+q) - \omega(p)) M_{11}(k,p;k-q,p+q),$$

$$\begin{aligned}
M_{11}(k,p;k-q,p+q) = z^2 I^2 \{ & [\gamma_q^2 u_{k-q}^2 v_{q+p}^2 u_p^2 + \gamma_q^2 u_{k-q}^2 u_{p+q}^2 u_p^2 + \\
& + \gamma_{k-p}^2 u_{k-q}^2 v_{p+q}^2 v_p^2] + [\gamma_q^2 u_{k-q} v_{k-q} u_{p+q} v_{p+q} v_p^2 + \\
& + \gamma_q^2 u_{k-q} v_{k-q} u_{p+q}^2 u_p v_p + \gamma_{k-q}^2 u_{k-q}^2 u_{p+q} v_{p+q} u_p v_p] + \\
& + 2(2\gamma_q \gamma_{k-q} + \gamma_p \gamma_{k-p}) u_{k-q} v_{k-q} u_{p+q} v_{p+q} u_p v_p + \\
& + [\gamma_q \gamma_{k-q} (u_{k-q}^2 v_{p+q}^2 u_p v_p + u_{k-q}^2 u_{p+q} v_{p+q} u_p^2) + \\
& + \gamma_p \gamma_{k-p} u_{k-q} v_{p+q}^2 u_p^2 v_p] + \\
& + [\gamma_q \gamma_p u_{k-q}^2 v_{p+q}^2 u_p v_p + \gamma_q \gamma_{q+p} u_{k-q}^2 u_{p+q} v_{p+q} u_p^2 + \\
& + \gamma_{k-q} \gamma_{k-p} u_{k-q} v_{k-q} v_{p+q}^2 u_p^2] + \\
& + [\gamma_{k-q}^2 v_{k-q}^2 u_{p+q}^2 u_p^2 + \gamma_{k-q}^2 v_{k-q}^2 v_{p+q}^2 v_p^2 + \gamma_p^2 v_{k-q}^2 v_{p+q}^2 u_p^2] + \\
& + [\gamma_{k-q} \gamma_p (u_{k-q} v_{k-q} u_{p+q} v_{p+q} u_p^2 + v_{k-q}^2 u_{p+q} v_{p+q} u_p v_p) + \\
& + \gamma_{k-q} \gamma_{p+q} u_{k-q} v_{k-q} v_{p+q}^2 u_p v_p] \}.
\end{aligned}$$

Остальные элементы M_{12}, M_{21} и M_{22} имеют похожий вид.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тябликов С.В. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, 1975.
2. Van Kranendonk J., Van Vleck J.H. – Rev. Mod. Phys., 1958, v.30, p.1.
3. Гинзбург В.Л., Файн В.М. – ЖЭТФ, 1960, т.39, с.1323.
4. Неель Л. – УФН, 1972, т.107, с.185.
5. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. – ЖЭТФ, 1949, т.19, с.256.
6. Барьяхтар В.Г., Попов В.А. – ФТТ, 1968, т.10, с.773.
7. Harris A.B. et al. – Phys. Rev., 1971, v.B3, p.961.
8. Церковников Ю.А. – ДАН СССР, 1966, т.169, с.1064.
9. Плакида Н.М. – ТМФ, 1970, т.5, с.147.
10. Plakida N.M. – Phys. Lett., 1973, v.A43, p.481.
11. Куземский А.Л. – ТМФ, 1978, т.36, с.208.
12. Церковников Ю.А. – ТМФ, 1981, т.49, с.219.
13. Kuzemsky A.L. JINR, E17-88-677, Dubna, 1988.
14. Christoph V., Kuzemsky A.L., Frauenheim T. In: Crystalline Electric Field Effects in f-Electron Magnetism. Plenum Press, New York, 1982, p.219.
15. Marvakov D., Vlahov J., Kuzemsky A.L. – J. Physics C: Solid State Phys., 1985, v.18, p.2871.
16. Marvakov D., Kuzemsky A.L., Vlahov J. – Physica, 1986, v.138B, p.129.
17. Marvakov D., Kuzemsky A.L. Preprint ICTP, IC/87/234. Trieste, 1987.
18. Куземский А.Л., Марваков Д. Труды IV Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. ОИЯИ, Д17-88-95, Дубна, 1988, с.236.
19. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.). Введение в квантовую статистическую механику. М.: Наука, 1984.
20. Bogolubov N.N. – Physica, 1960, v.26, p.S1.
21. Nambu J. – Phys. Rev., 1960, v.117, p.648.
22. Rezende S.M., White R.M. – Phys. Rev., 1976, v.B14, p.2939.
23. Windsor C.G., Saunderson D.M., Schedler E. – Phys. Rev. Lett., 1976, v.37, p.855.
24. Balucani U., Tognetti V. – Rivista Nuovo Cimento, 1976, v.6, p.39.
25. Lovesey S.W. Theory of Neutron Scattering From Condensed Matter, vol.2, Clarendon Press, Oxford, 1984.
26. Swendsen R.H. – Phys. Rev. Lett., 1974, v.32, p.1439.
27. Swendsen R.H. – Phys. Rev., 1975, v.B11, p.1935.
28. Swendsen R.H. – Phys. Rev., 1976, v.B13, p.3912.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1988 года.

Куземский А.Л., Марваков Д. P17-88-837

Спектр возбуждений гейзенберговского антиферромагнетика при конечных температурах

Показано, что в рамках метода неприводимых функций Грина можно дать последовательное описание спектра спин-волновых возбуждений в гейзенберговском антиферромагнетике. С самого начала учитываются аномальные вклады в ренормировки среднего поля. Проведен самосогласованный расчет затухания спиновых волн.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод авторов

Kuzemsky A.L., Marvakov D. P17-88-837

Quasiparticle Spectrum of Heisenberg Antiferromagnet at Finite Temperature

It is shown that the irreducible Green function method can serve as the basis of natural and unified picture of spin-wave interactions in Heisenberg antiferromagnet. Relevant mean-field renormalizations must contain the anomalous contributions. Spin-wave damping in antiferromagnet has been calculated self-consistently at long wavelengths.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988