ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р17-88-730

В.А.Загребнов, Вл.В.Папоян*

ОБОБЩЕННАЯ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКАЯ КОНДЕНСАЦИЯ В ПОЧТИ ИДЕАЛЬНОМ БОЗОННОМ ГАЗЕ

Направлено в журнал "Letters in Mathematical Physics"

*Ереванский государственный университет

1988

I. ВВЕДЕНИЕ

В недавней работе [I] мы исследовали проблему эквивалентности канонического и большого канонического ансамблей в связи с явлением бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) в модельных бозонных системах. Эта проблема является нетривиальной даже для идеального бозе-газа, см. например [2-4]. Поэтому в работе [I] была построена иерархия точно решаемых моделей I–Ш неидеального бозе-газа с отталкивающим взаимодействием, которое включало всё возрастающее число частиц. Было показано, что восстановление сильной эквивалентности ансамблей происходит только в модели Ш, для которой взаимодействие между частицами наибольшее. При этом стандартная БЭК не разрушается: для плотностей, больших критической, происходит макроскопическое заполнение основного состояния одночастичного спектра. Модель I соответствовала почти идеальному бозе-газу, у которого взаимодействуют лишь частицы, находящиеся в основном состоянии. Как было показано в работе [I], БЭК для этой модели обладает особенностью: отталкивающее взаимодействие приводит к тому, что БЭК частиц происходит не в основном состоянии, а на первом возбужденном уровне. В термодинамическом пределе этот уровень совпадает с основным состоянием. Поэтому с наивной точки зрения БЭК должна была бы совпадать с тем, что мы наблюдаем в идеальном бозе-газе. Однако, как будет показано ниже, это верно только в случае, когда первое возбужденное состояние не вырождено. В противоположном случае в модели I имеет место обобщенная конденсация (ОК) типа I, если следовать классификации, предложенной в работах [5,6]. Напомним эту классификацию:

ОК типа I соответствует макроскопическому заполнению большого, но конечного числа уровней одночастичного спектра (ОК типа I = обычной БКЭ, если этот уровень единственный и совпадает с основным состоянием);

ОК типа П соответствует макроскопическому заполнению бесконечного числа уровней одночастичного спектра;

ОК типа Ш соответствует неэкстенсивной БЭК: ни один из уровней не заполнен макроскопически.

В этих же работах установлено, при каких условиях ОК типа П и Ш реализуется в идеальном бозе-газе. В настоящей работе мы покажем, что, несмотря на термодинамическую эквивалентность почти идеального (модель I) и идеального бозе-газов (совпадение плотностей их термодинамических потенциалов), соответствующие функции плотности Каца для них, в общем случае, различны. Следовательно, эти модели могут иметь различные типы БЭК, которая оказывается чувствительной по отношению к форме сосуда при переходе к термодинамическому пределу.

2. МОДЕЛЬ И ЕЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Пусть $\Lambda \subset \mathbb{R}^\nu$ - сосуд в ν -мерном евклидовом пространстве, объем которого равен $V = |\Lambda|$, имеющий гладкую границу $\partial\Lambda$ и содержащий начало координат 0. Пусть $\Sigma(T_\Lambda^\sigma) = \{\varepsilon_k^\sigma(\Lambda)\}_{k=0}^\infty$ - спектр одночастичного гамильтониана T_Λ^σ , соответствующего самосопряженному расширению оператора $T_\Lambda = (-\Delta/2m)$, $D(T_\Lambda) = C_0^\infty(\Lambda)$ с граничными условиями σ на $\partial\Lambda$. Здесь Δ - ν -мерный лапласиан, а m - масса частиц. Всюду ниже мы будем рассматривать случай "непритягивающих" стенок $\sigma \geq 0$ [7], и индекс σ опускать. Тогда $\varepsilon_{k=0}(\Lambda) \geq 0$ и $\varepsilon_0(\Lambda) \searrow 0$ (если $\varepsilon_0(\Lambda) > 0$) в пределе $\Lambda \nearrow \mathbb{R}^\nu \equiv t\text{-}lim$. Чтобы избежать возникновения ОК, характерной для идеального бозе-газа, под $\Lambda \nearrow \mathbb{R}^\nu$ будем подразумевать изотропное растяжение сосуда Λ из точки 0 (гомотетия) до $\mathbb{R}^\nu$ [8].

Для перехода к многочастичной задаче введем вероятностное пространство Ω , состоящее из финитных последовательностей $\omega = \{\omega_k\}_{k\geq 0}$ неотрицательных целых чисел:

$$\Omega = \{\omega : \sum_{k=0}^\infty \omega_k < \infty \, , \omega_k \in \mathbb{N}_+\} = \bigcup_{N \geq 0} \Omega^{(N)} \, ,$$

где $\Omega^{(N)} = \{\omega \in \Omega : \sum_{k=0}^\infty \omega_k = N\}$. Динамическими переменными (случайными) являются числа заполнения $n_k : \omega \to \omega_k$, k = 0, I, 2, ... Гамильтониан $T_\Lambda^{(N)}$ для N идеальных бозонов, находящихся в сосуде Λ , можно представить в виде:

$$T_\Lambda^{(N)} = T_\Lambda \restriction \Omega^{(N)} \quad , \; T_\Lambda(\omega) = \sum_{k=0}^\infty \varepsilon_k(\Lambda) n_k(\omega) \, . \qquad (I)$$

Тогда гамильтониан H_Λ для почти идеального бозе-газа (модель I, см. [I]) имеет вид

$$H_\Lambda(\omega) = T_\Lambda(\omega) + \frac{g}{2V} n_0^2(\omega) \; , \; g > 0 \; . \qquad (2)$$

Он соответствует включению отталкивающего взаимодействия (типа среднего поля) между бозонами, находящимися в основном состоянии одночастичного гамильтониана.

На пространстве Ω стандартным образом определяются гиббсовские состояния $\langle - \rangle_{T_\Lambda}(\beta,\mu)$ и $\langle - \rangle_{H_\Lambda}(\beta,\mu)$ в конечном сосуде Λ для большого канонического ансамбля при температуре $\beta^{-1} \geq 0$ и химическом потенциале $\mu \leq 0$ для гамильтонианов (I) и (2). Ясно, что эти состояния соответствуют мерам типа произведения. Для модели (2) эта мера имеет вид

$$P_\Lambda^\mu[\omega] = \frac{\exp\left(-\beta g n_0^2(\omega)/2V\right)}{\exp\left[\beta V\left(p_\Lambda(\beta,\mu) - p_\Lambda^{(0)}(\beta,\mu)\right)\right]} P_{\Lambda,0}^\mu[\omega], \qquad (3)$$

где $P^\mu_{\Lambda,0}[\omega]$ - гиббсовская мера на Ω, соответствующая идеальному бозе-газу в сосуде Λ :

$$P^\mu_{\Lambda,0}[\omega] = \frac{\exp\left[-\beta\left(T_\Lambda(\omega)-\mu N(\omega)\right)\right]}{\exp\left[\beta V p_\Lambda^{(0)}(\beta,\mu)\right]}. \qquad (4)$$

Здесь $N(\omega)=\sum_{k=0}^\infty n_k(\omega)$ - полное число частиц в конфигурации $\omega\in\Omega$ и

$$p_\Lambda^{(0)}(\beta,\mu) = (\beta V)^{-1} \ln\left\{\sum_{\omega\in\Omega} \exp\left[-\beta\left(T_\Lambda(\omega)-\mu N(\omega)\right)\right]\right\},$$
$$p_\Lambda(\beta,\mu) = (\beta V)^{-1} \ln\left\{\sum_{\omega\in\Omega} \exp\left[-\beta\left(H_\Lambda(\omega)-\mu N(\omega)\right)\right]\right\} \qquad (5)$$

давления в большом каноническом ансамбле для моделей (I) и (2) соответственно. Для термодинамических потенциалов в каноническом ансамбле (плотность свободной энергии) имеем:

$$f_\Lambda^{(0)}(\beta,\rho) = -(\beta V)^{-1} \ln\left\{\sum_{\omega\in\Omega^{(N)}} \exp\left[-\beta T_\Lambda(\omega)\right]\right\},$$
$$f_\Lambda(\beta,\rho) = -(\beta V)^{-1} \ln\left\{\sum_{\omega\in\Omega^{(N)}} \exp\left[-\beta H_\Lambda(\omega)\right]\right\}. \qquad (6)$$

Они соответствуют гиббсовским мерам в каноническом ансамбле:

$$P^{(N)}_{\Lambda,0} = P^\mu_{\Lambda,0} \restriction \Omega^{(N)}, \quad P^{(N)}_\Lambda = P^\mu_\Lambda \restriction \Omega^{(N)}, \quad \rho = N/V. \qquad (7)$$

Теорема I. Пусть $\nu \geq 1$ и $g \geq 0$. Тогда модель (2) термодинамически эквивалентна идеальному бозе-газу (I):

(а) $t\text{-}\lim f_\Lambda(\beta,\rho) = t\text{-}\lim f_\Lambda^{(0)}(\beta,\rho)$, $\rho \geq 0$;

(б) $t\text{-}\lim p_\Lambda(\beta,\mu) = t\text{-}\lim p_\Lambda^{(0)}(\beta,\mu)$, $\mu \leq 0$.

Доказательство. (а) Пусть $\tilde f_\Lambda^{(0)}$ и $\tilde p_\Lambda^{(0)}$ - термодинамические потенциалы, соответствующие идеальному бозе-газу, одночастичный спектр которого имеет вид $\Sigma(T_\Lambda)\setminus \varepsilon_0(\Lambda)$. Тогда $t\text{-}\lim\left[\tilde f_\Lambda^{(0)}(\beta,\rho) - f_\Lambda^{(0)}(\beta,\rho)\right]=0$, а кроме того, имеет место неравенство

$$\inf_{\xi\geq 0}\left[\tfrac{1}{2} g\xi^2\rho^2 + \tilde f_\Lambda^{(0)}(\beta,\rho(1-\xi))\right] \geq f_\Lambda(\beta,\rho) \geq \inf_{\xi\geq 0}\left[\tfrac{1}{2} g\xi^2\rho^2 + \tilde f_\Lambda^{(0)}(\beta,\rho(1-\xi))\right] - \frac{1}{\beta V}\ln(N+1), \qquad (8)$$

где $\xi = n_0/N$ и $\rho = N/V$. Из неравенства (8) и монотонности функции $x \mapsto f^{(0)}(\beta,x)$ $\left(= t\text{-}\lim f_\Lambda^{(0)}(\beta,x)\right)$ получаем: $t\text{-}\lim(\tilde f_\Lambda^{(0)} - f_\Lambda)(\beta,\rho)=0$, что и доказывает (а).

б) Используя явный вид гамильтониана (2), получаем:

$$p_\Lambda(\beta,\mu) = \tilde p_\Lambda^{(0)}(\beta,\mu) + \frac{1}{\beta V}\ln\left\{\sum_{n_0=0}^\infty \exp\left[\beta n_0\left(\mu - \varepsilon_0(\Lambda) - g n_0/2V\right)\right]\right\}. \qquad (9)$$

Тогда из неравенства

$$\sum_{n_0=0}^\infty \exp\left[\beta n_0\left(\mu - \varepsilon_0(\Lambda) - g n_0/2V\right)\right] \leq C\left(\frac{V}{\beta g}\right)^{1/2}, \quad \mu \leq 0,$$

и того, что $t\text{-}\lim(\tilde p_\Lambda^{(0)} - p_\Lambda^{(0)})(\beta,\mu)=0$, получаем доказательство (б). □

Следствие I. Плотность свободной энергии $f(\beta,\rho) = t\text{-}\lim f_\Lambda(\beta,\rho)$ и давление $p(\beta,\mu) = t\text{-}\lim p_\Lambda(\beta,\mu)$ для модели (2) при $g \geq 0$ связаны между собой преобразованием Лежандра. Таким образом, для этой модели канонический и большой канонический ансамбли слабо эквивалентны.

3. КОНДЕНСАЦИЯ И ПЛОТНОСТЬ КАЦА

Свойства бозе-систем, в которых происходит БЭК, либо она разрушается при включении взаимодействия, исследовались в различных аспектах, в том числе и в недавних работах /9-12/. При этом отмечалась исключительная чувствительность БЭК не только к виду взаимодействия между частицами, или частицами и внешним полем, но и к геометрии задачи. В настоящем разделе мы покажем, что, несмотря на термодинамическую эквивалетность моделей (I) и (2), они различны по отношению к БЭК.

Теорема 2. Пусть $g > 0$ и сосуд Λ является кубом с центром в 0.

Тогда для модели (2) с условиями Дирихле на $\partial\Lambda$, получаем

$$\text{(а)}\quad t\text{-}\lim\langle n_0/V\rangle_\Lambda(\beta,\rho)=t\text{-}\lim\langle n_0/V\rangle_\Lambda(\beta,\mu)=0\ ,\quad \nu\geq 1\ ; \tag{10а}$$

$$\text{(б)}\quad t\text{-}\lim\langle n_k/V\rangle_\Lambda(\beta,\rho)=t\text{-}\lim\langle n_k/V\rangle_\Lambda(\beta,\mu)=\begin{cases}0 & ,\ \mu<\mu_c^{(0)}\ (\rho\leq\rho_c^{(0)})\\[4pt] \dfrac{\rho-\rho_c^{(0)}}{\nu} & ,\ \mu=\mu_c^{(0)}\ (\rho>\rho_c^{(0)})\end{cases} \tag{10б}$$

для $k = 1, 2, \ldots, \nu$ и $\nu > 2$. Здесь $\langle - \rangle_\Lambda(\beta,\rho)$ и $\langle - \rangle_\Lambda(\beta,\mu)$ являются гиббсовскими состояниями для модели (2) в каноническом и большом каноническом ансамблях в сосуде Λ , а $\rho_c^{(0)}$ и $\mu_c^{(0)}(=0)$ - критические параметры для идеального бозе-газа.

Доказательство. (а) Оба эти предела являются следствием следующей оценки:

$$\langle n_0/V\rangle_\Lambda(\beta,\mu\leq 0)\leq\langle n_0/V\rangle_\Lambda(\beta,\mu=0)=$$

$$=\frac{1}{V}\sum_{\omega\in\Omega}n_0(\omega)P_\Lambda^{\mu=0}[\omega]=\frac{1}{V}\,\frac{\sum\limits_{n_0=0}^{\infty}n_0\exp(-\beta g n_0^2/2V)}{\sum\limits_{n_0=0}^{\infty}\exp(-\beta g n_0^2/2V)}\ . \tag{11}$$

(б) Для сосуда Λ первый возбужденный уровень одночастичного спектра является ν раз вырожденным. Если теперь повторить стандартные аргументы, с помощью которых устанавливается БЭК в идеальном газе, то для модели (2) необходимо выделить член, соответствующий этому возбужденному уровню:

$$\rho=\langle n_0/V\rangle_\Lambda(\beta,\bar\mu_\Lambda(\rho))+$$

$$+\ \nu\langle n_{k=1}/V\rangle_\Lambda(\beta,\bar\mu_\Lambda(\rho))+\sum_{k>\nu}\langle n_k/V\rangle_\Lambda(\beta,\bar\mu_\Lambda(\rho))\ , \tag{12}$$

где $\mu=\bar\mu_\Lambda(\rho)$ решение уравнения (11) для фиксированной плотности ρ . Тогда, принимая во внимание (10а), из неравенства (11) получаем для $\bar\mu_\Lambda(\rho)$ следующую асимптотику:

$$\bar\mu_\Lambda(\rho)\simeq\begin{cases}\mu(\rho)+O(V^{-1}) & ,\ \rho\leq\rho_c^{(0)}\ ;\\[4pt] \varepsilon_{k=1,2,\ldots,\nu}(\Lambda)-\left[\beta V(\rho-\rho_c^{(0)})/\nu\right]^{-1}-o(V^{-1}) & ,\ \rho>\rho_c^{(0)},\end{cases} \tag{13}$$

где $\rho_c^{(0)}=\bar\rho(\beta,\mu=0)=\partial_\mu p(\beta,\mu=0)$ равно

$$t\text{-}\lim\sum_{k>\nu}\langle n_k/V\rangle_\Lambda(\beta,\mu=0)=\left(\frac{m}{2\pi}\right)^{\nu/2}\frac{1}{\Gamma(\nu/2)}\int_0^\infty d\varepsilon\,\frac{\varepsilon^{\nu/2-1}}{\exp\beta\varepsilon-1}\ . \tag{14}$$

Собирая вместе (12)-(14), получаем (10б). □

Замечание 1. Термодинамические свойства модели (2), включая величины критических параметров, совпадают с термодинамическими свойствами идеального бозе-газа за исключением БЭК. Если первый возбужденный уровень вырожден, то вместо обычной БЭК в основном состоянии взаимодействие (2) приводит к ОК типа I. Если нет (например, сосуд является параллелепипедом с различными сторонами), то модель (2) по своим свойствам идентична идеальному бозе-газу.

Замечание 2 (обобщенная модель почти идеального бозе-газа). Из изложенного выше следует, что с помощью минимального, чисто технического изменения аргументов, приведенных выше, аналогичные результаты получаются для модели

$$H_\Lambda^G=T_\Lambda+\sum_{k=0}^{G}g_k\,n_k^2/2V\ ,\quad \{g_k>0\}_{k=0}^{G}\ . \tag{15}$$

Пусть $K_\Lambda^\mu=P_\Lambda^\mu\circ X_\Lambda^{-1}$ - функция распределения (функция плотности Каца в конечном сосуде) для случайной величины $X(\omega)=N(\omega)/V$. Она связывает гиббсовские состояния в различных ансамблях.*) Предельное распределение $K_{\beta,\mu}(x|\rho)=t\text{-}\lim K_\Lambda^\mu(x|\rho)$ (слабый предел) играет важную роль при анализе эквивалентности ансамблей /1-4/ и БЭК /5,6,8,13/. Канонический и большой канонический ансамбли являются сильно (или статистически) эквивалентными, если предельное распределение вырождено: $K_{\beta,\mu}(x|\rho)=\delta(x-\rho)$ и сосредоточено в точке $\rho=\partial_\mu p(\beta,\mu)$ /1/.

Теорема 3. Для почти идеального бозе-газа (2) с $g>0$ и изотропного растяжения кубического сосуда $\Lambda\nearrow\mathbb{R}^\nu$ из центра предельное распределение Каца для $\nu>2$ имеет вид:

$$K_{\beta,\mu}(x|\rho)=\begin{cases}\delta(x-\rho) & ,\ \rho=\partial_\mu p(\beta,\mu)\leq\rho_c^{(0)}\ (\mu<\mu_c^{(0)})\\[4pt] \dfrac{\nu\,\theta(\rho-\rho_c^{(0)})}{(\nu-1)!\,(\rho-\rho_c^{(0)})}\left[\dfrac{\nu(x-\rho_c^{(0)})}{\rho-\rho_c^{(0)}}\right]^{\nu-1}\exp\left[-\dfrac{\nu(x-\rho_c^{(0)})}{\rho-\rho_c^{(0)}}\right], & \rho>\rho_c^{(0)}\ (\mu=\mu_c^{(0)}).\end{cases} \tag{16}$$

Доказательство. По определению, функция плотности Каца $K_{\beta,\mu}(x|\rho)$ непосредственно связана с $t\text{-}\lim$ для характеристической функции случайной величины $X_\Lambda(\omega)$:

$$t\text{-}\lim\langle\exp(itX_\Lambda)\rangle_\Lambda(\beta,\mu)=\int_0^\infty dx\,K_{\beta,\mu}(x|\rho)\exp(itx)\ . \tag{17}$$

Для вычисления предела в левой части равенства (17) воспользуемся выражением для гиббсовской меры (3), тогда

*) $\langle - \rangle_\Lambda(\beta,\mu)=\int_0^\infty dx\,K_\Lambda^\mu(x|\rho)\langle - \rangle_\Lambda(\beta,x)$, $\rho=t\text{-}\lim\langle X_\Lambda\rangle_\Lambda(\beta,\bar\mu_\Lambda(\rho))$.

$$\langle \exp(itX_\Lambda)\rangle_\Lambda(\beta,\mu) =$$

$$= \sum_{n_0=0}^{\infty} P_\Lambda^{\mu}(n_0)\exp(itn_0/V)\prod_{k=1}^{\infty}\frac{\{1-\exp[-\beta(\varepsilon_k(\Lambda)-\mu)]\}}{\{1-\exp[-\beta(\varepsilon_k(\Lambda)-\mu-it/\beta V)]\}} . \qquad (I8)$$

Из (I8) и оценки (II) с помощью асимптотик (I3) получаем

$$t\text{-}\lim \langle\exp(itX_\Lambda)\rangle_\Lambda(\beta,\mu) =$$

$$= \begin{cases} \exp(it\bar{\rho}(\mu)) , & \bar{\rho}(\mu)=\partial_\mu p(\beta,\mu)\le\rho_c^{(0)} \ (\mu<0), \\ [1-it(\rho-\rho_c^{(0)})/\nu]^{-\nu}\exp(it\rho_c^{(0)}) , & \rho = t\text{-}\lim\langle X_\Lambda\rangle_\Lambda(\beta,\bar{\mu}_\Lambda(\rho))>\rho_c^{(0)} .\end{cases} \qquad (I9)$$

Выражение (I6) является тогда преобразованием Фурье правой части (I9).
□

Следствие 2. Так же, как и в случае идеального бозе-газа, сильная эквивалентность ансамблей для модели (2) нарушена.

Замечание 3. Зависимость плотности Каца $K_{\beta,\mu}(x|\rho)$ от параметра $g\ge 0$ существенно неаналитична. Отличие $K_{\beta,\mu}(x|\rho)$ от плотности Каца для идеального бозе-газа

$$K^{(0)}_{\beta,\mu}(x|\rho)=\begin{cases}\delta(x-\rho) , & \rho=\partial_\mu p^{(0)}(\beta,\mu)\le\rho_c^{(0)}\ (\mu<\mu_c^{(0)}); \\ \dfrac{\theta(x-\rho_c^{(0)})}{\rho-\rho_c^{(0)}}\exp\left[-\dfrac{x-\rho_c^{(0)}}{\rho-\rho_c^{(0)}}\right] , & \rho>\rho_c^{(0)}\ (\mu=\mu_c^{(0)})\end{cases}$$

существенно зависит от структуры одночастичного спектра в окрестности основного состояния. Если сосуд Λ имеет такую форму, что первый возбужденный уровень является невырожденным, тогда $K_{\beta,\mu}(x|\rho)=K^{(0)}_{\beta,\mu}(x|\rho)$. В этом случае свойства идеального и почти идеального бозе-газов идентичны.

4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Заметим прежде всего, что Теорема 3 и Замечание 3 справедливы и для модели (I5). Знания спектра $\Sigma(T_\Lambda)$ и вектора $\{g_k\}_{k=0}^{G}$ достаточны для того, чтобы вычислить все необходимые поправки к плотности Каца, которые соответствуют модели (I5). Как и выше, результат зависит не от величины компонент вектора $\{g_k\}_{k=0}^{G}$, а лишь от их знаков.

В этой связи интересно рассмотреть модель (2) для $g<0$. В этом случае $p(\beta,\mu)=+\infty$ (коллапс), и сходимости большой статистической суммы можно добиться, лишь включив достаточно сильное отталкивающее взаимодействие, как это сделано, например, в /14/. В то же время плотность свободной энергии для модели (2) при $g<0$ существует и имеет вид

$$f(\beta,\rho)=\inf_{\xi\ge 0}\left[\tfrac{1}{2}g\xi^2\rho^2+f^{(0)}(\beta,\rho(1-\xi))\right] . \qquad (20)$$

Это означает, что слабая эквивалентность ансамблей в этом случае нарушена.

Для $\nu\ge 1$ правая часть равенства (20) достигает инфимума в точке $\bar{\xi}(\rho)=t\text{-}\lim\langle n_0/V\rangle_\Lambda(\beta,\rho)$:

$$\bar{\xi}(\rho)=\begin{cases}0 , & \rho\le\rho_c(g) ; \\ \xi^*(\rho)>0 , & \rho>\rho_c(g) ,\end{cases}$$

где $\xi^*(\rho)=\max\{\xi_1(\rho),\xi_2(\rho)\}$ и $\xi_{1,2}(\rho)$ - нетривиальные решения уравнения

$$g\xi\rho+\partial_u f^{(0)}(\beta,u=\rho(1-\xi))=0 .$$

Критическая плотность $\rho_c(g)$ определяется соотношением

$$\rho_c(g)=\begin{cases}\rho_c^{(0)} , & \nu\ge 5 \ \&\ -g\le\lim\limits_{\rho\to\rho_c^{(0)}-0}\partial_\rho^2 f^{(0)}(\rho) ; \\ \rho^*<\rho_c^{(0)} & \text{в остальных случаях, где}\end{cases}$$

ρ^* - это решение уравнения

$$f^{(0)}(\beta,\rho)+g/2\,(\xi^*(\rho)\rho)^2-f^{(0)}(\beta,\rho(1-\xi^*(\rho)))=0 .$$

Итак, свойства модели (2) существенно различаются для $g<0$ (коллапс) и для $g>0$ (почти идеальный бозе-газ). Анализ моделей (2) и (I5) демонстрирует, сколь чувствительным является БЭК: взаимодействие, которое не изменяет термодинамику системы, может превратить БЭК в ОК.

Мы приносим благодарность Р.А. Минлосу, дискуссии с которым инициировали настоящую работу.

ЛИТЕРАТУРА

I. Загребнов В.А., Папоян Вл.В. - ТМФ, т. 69, 420 (I986).
2. Lewis J.T. and Pulé J.V., The Equivalence of Ensembles in Statistical Mechanics, DIAS-STP-83-46 (1983).
3. Buffet E. and Pulé J.V., J. Math. Phys. 24, 1608 (1983).

4. Papoyan Vl.V. and Zagrebnov V.A., Phys.Lett. 113A, 8 (1985).
5. Van den Berg M., J. Math. Phys. 23, 1159 (1982).
6. Van den Berg M. and Lewis J.T., Physica 110A, 550 (1982).
7. Robinson D.W., Commun. Math. Phys. 50, 53 (1976);
Landau L.J. and Wilde I.F., Commun. Math. Phys. 70, 43 (1979).
8. Van den Berg M., J. Stat. Phys. 31, 623 (1983).
9. Van den Berg M., Lewis J.T. and Lunn, M., Helv. Phys. Acta 59, 1289 (1986).
10. De Smedt Ph. and Zagrebnov V.A., Phys. Rev. A35, 4763 (1987).
11. De Smedt Ph., J. Stat. Phys. 45, 201 (1986).
12. Mac Aonghusa P. and Pulé J.V., Lett. Math. Phys. 14, 117 (1987).
13. Загребнов В.А., Льюис Дж.Т., Пуле Ж.В. Принцип больших уклонений для распределения Каца. Препринт ОИЯИ Р17-88-377, Дубна 1988.
14. Van den Berg M., Lewis J.T. and Pulé J.V., The Large Deviation Principle and Some Models of an Interacting Boson Gas, DIAS-STP-86-11 (1986).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 октября 1988 года.

Загребнов В.А., Папоян Вл.В. Р17-88-730

Обобщенная бозе-эйнштейновская конденсация
в почти идеальном бозонном газе

Рассмотрен бозе-газ со взаимодействием, которое может привести к обобщенной бозе-эйнштейновской конденсации типа I, несмотря на то, что все остальные характеристики модели совпадают с характеристиками идеального бозе-газа.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод Т.Ю.Думбрайс

Zagrebnov V.A., Papoyan Vl.V. P17-88-730

On Generalized Bose-Einstein Condensation
in the Almost-Ideal Boson Gas

We scrutinize an interparticle interaction which can create the I-type generalized Bose-Einstein condensation in spite of other thermodynamic properties of the model coinciding with those for the free boson gas.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988