

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P17-88-50

Е.П.Каданцева, Чан Куанг*, А.С.Шумовский

**О ПОЛУЧЕНИИ СИЛЬНОГО СЖАТИЯ
В СМЕСИ ДВУХ МОД, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ
С СИЛЬНО ВОЗБУЖДЕННЫМИ АТОМАМИ
В РЕЗОНАТОРЕ**

Направлено в "Журнал экспериментальной
и теоретической физики"

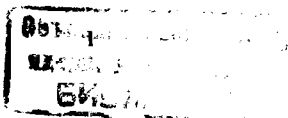
* Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова

1988

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все большее внимание привлекает проблема снижения квантового шума излучения ниже так называемого предела дробового шума (ПДШ) [1-4]. Возможность создания таких маломощных источников излучения, связанная с использованием сжатого состояния электромагнитного поля (ССЭП) и субпуассоновской статистики фотонов, открывает широкие перспективы повышения чувствительности оптических измерительных систем [5], повышения информационной емкости и быстродействия оптических информационных систем [2] и даже реализации невозмущающих квантовых измерений [6, 2]. Успешные эксперименты по наблюдению разгруппировки [7] и субпуассоновской статистики фотонов [8], а также по генерации ССЭП [9, 10] и применению ССЭП для измерений ниже ПДШ [11] выдвинули на передний план задачу об определении способов генерации условий получения предельно допустимой степени сжатия, так как достигнутый в настоящее время рекордный результат $\sim 50\%$ [10] не является высоким. В этой связи активно обсуждаются процессы четырехволнового смешения в резонаторе [12, 13] и в оптическом волокне [14], двухфотонное поглощение [15] и другие. Большой интерес вызывает предложенная в работе [16] схема снижения уровня шума фотоприемника при регистрации излучения газового лазера, возбуждаемого регулярной импульсной накачкой с полным инвертированием рабочего перехода в каждом импульсе.

Ряд работ посвящен исследованию генерации ССЭП в резонансной флуоресценции (РФ) [17-20], однако полученные в них оценки предсказывают незначительное сжатие даже с учетом коллективных эффектов [19]. В дальнейшем было показано [21], что



в смеси крайних компонент триплета РФ может быть достигнуто значительное сжатие, хотя как в полном поле, так и в отдельных компонентах спектра сжатие может отсутствовать. Здесь мы рассмотрим условия генерации ССЭП с большой степенью сжатия (>50%) в смеси двух сигнальных мод в резонаторе с частотами, близкими к крайним компонентам спектра РФ, генерируемых при возбуждении двухуровневых атомов сильной когерентной накачкой [22].

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАКТОРА СЖАТИЯ

Рассматриваемый здесь процесс взаимодействия атома с полем накачки и сигнальными модами иллюстрируется рис. I. Когерентное поле накачки является сильным, так что его можно рас-

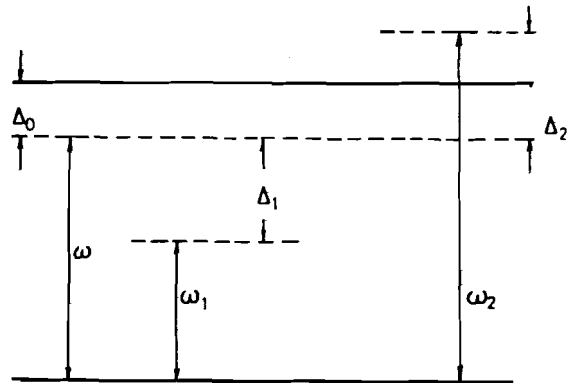


Рис. I

считать как классическое поле и, кроме того,

$$G = \sqrt{\frac{1}{4}\Delta_0^2 + G_{21}^2} \gg N\gamma_{21}, \quad (I)$$

где Δ_0 - частотная отстройка от резонанса на переходе $2 \leftrightarrow 1$, $G_{21} \sim -\bar{d}_{21}\bar{E}$, \bar{d}_{21} - дипольный момент перехода, E - амплитуда поля накачки, N - число атомов и γ_{21} - скорость спонтанного перехода $2 \rightarrow 1$. Спектр излучения, генерируемого двухуровневой системой под действием сильной монохроматической накачки, состоит, как известно [23], из трех линий РФ с частотами ω и $\omega \pm 2G$ соответственно. В спектре РФ имеются корреляция между крайними компонентами [24, 25] и антикорреляция между центральной и крайними компонентами (только при $N > 1$) [26]. Существование таких корреляций обуславливает возможность сжатия света в смеси крайних компонент [21]. Сильное сжатие можно получить, поместив систему в резонатор для двух сигнальных мод с частотами ω_1 , ω_2 , близкими к крайним компонентам спектра РФ: $\omega_1 \approx \omega - 2G$, $\omega_2 \approx \omega + 2G$. Сигнал на частоте поля накачки на выходе из резонатора при этом фильтруется.

Пусть сигнальные моды E_1 , E_2 описываются операторами фотонов a_1^+ , a_1 и a_2^+ , a_2 . Смеси сигнальных мод соответствуют операторы $b^+ = a_1^+ + a_2^+$ и $b = a_1 + a_2$. В представлении операторов квадратур поля [1-3] имеем

$$X_1 = \frac{1}{2}(b^+ + b), \quad X_2 = -\frac{i}{2}(b^+ - b).$$

ССЭП имеет место в том случае, когда [19-21]

$$\langle :(\Delta X_j)^2: \rangle < 0, \quad j = 1, 2, \quad \Delta X_j \equiv X_j - \langle X_j \rangle, \quad (2)$$

где $\langle :(\quad): \rangle$ - среднее от нормального произведения операторов. Удобно также использовать понятие фактора сжатия [27, 28]

$$\mathcal{F}_j = \frac{2\langle :(\Delta X_j)^2: \rangle}{|\langle [X_1, X_2] \rangle|}. \quad (3)$$

Как нетрудно видеть, ССЭП соответствует $\mathcal{F}_j < 0$, причем $\mathcal{F}_j > -1$ [27, 28]. Модуль \mathcal{F}_j при $\mathcal{F}_j < 0$ определяет степень сжатия, а под предельным (100% сжатием) понимается ситуация, когда $\mathcal{F}_j \rightarrow -1$

Перейдем к вычислению \mathcal{F} для рассматриваемой схемы сжатия. Для сигнальных мод в резонаторе справедливы уравнения Ланжевена [29]

$$\begin{aligned} \frac{da_\alpha}{dt} &= (-i\Delta_\alpha - \alpha_\alpha) a_\alpha - ig_\alpha \mathcal{J}_2(t) + F_\alpha(t), \\ \frac{da_\alpha^+}{dt} &= (i\Delta_\alpha - \alpha_\alpha) a_\alpha^+ + ig_\alpha \mathcal{J}_2^+(t) + F_\alpha^+(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь Δ_α - отстройки сигнальных мод от частоты поля накачки (по определению системы $\Delta_1 \approx -2G$, $\Delta_2 \approx 2G$); α_α - параметр затухания α -моды в резонаторе, связанный с добротностью соотношением $Q_\alpha = \omega_\alpha / 2\alpha_\alpha$; $g_\alpha = -d_{21} \bar{E}_\alpha / |\bar{E}_\alpha|$; d_{21} - дипольный момент перехода $2 \leftrightarrow 1$; $\mathcal{J}_{\alpha\beta}$ - операторы коллективных угловых моментов атомов и F_α - операторы шума для сигнальных мод, удовлетворяющие соотношениям (при нулевой температуре полевого термостата)

$$\begin{aligned} \langle F_\alpha(t) \rangle &= \langle F_\alpha^+(t) \rangle = \langle F_\alpha(t) F_\beta^+(t') \rangle = \langle F_\beta^+(t') F_\alpha^+(t) \rangle = \langle F_\alpha^+(t) F_\beta^+(t') \rangle = 0, \\ \langle F_\alpha(t) F_\beta^+(t') \rangle &= 2\alpha_\alpha \delta(t-t') \delta_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Стационарные решения уравнений (4) имеют вид

$$a_\alpha = \frac{-ig_\alpha \mathcal{J}_2 + F_\alpha}{\alpha_\alpha + i\Delta_\alpha}, \quad a_\alpha^+ = \frac{ig_\alpha \mathcal{J}_2^+ + F_\alpha^+}{\alpha_\alpha - i\Delta_\alpha} \quad (6)$$

В силу определения величин X_1 , X_2 и соотношений (6) вычисление факторов сжатия (3) сводится к нахождению средних от различных комбинаций атомных операторов \mathcal{J} и операторов шума F . Усреднение должно быть выполнено с матрицей плотности, определяемой стационарным решением уравнения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[H, \rho] + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Big|_A,$$

Откуда

$$x_{min}^{(2)} \rightarrow (\eta_2/\eta_1)^2, \quad F_2(x_{min}^{(2)}) \rightarrow -1.$$

(см. рис.2). Иначе говоря, при $N \gg 1$ и $\eta_2 > \eta_1$ условие достижения сжатия, стремящегося к предельному, имеет вид

$$x \approx (\eta_2/\eta_1)^2. \quad (14)$$

Подчеркнем, что это соотношение связывает между собой параметры поля накачки и отстройки от резонанса (x), параметры атомной системы (g) и параметры резонатора (Q).

В предельном случае больших N меньший из минимумов функции (13) находится из уравнения

$$2y^4 - 2\alpha^2 y^3 + 2y - \alpha = 0, \quad (15)$$

где $y = \sqrt{x}$ и $\alpha = \eta_1/\eta_2$. Из четырех корней этого уравнения лишь два являются действительными, причем из них только один имеет значение $y < 1$. Поэтому

$$x_{min}^{(1)} \rightarrow \left\{ \frac{1}{2}(\alpha - \sqrt{\alpha^2 + \beta}) + \sqrt{\frac{1}{4}(\alpha - \sqrt{\alpha^2 + \beta})^2 - \frac{1}{2}\beta + \sqrt{\frac{1}{4}\beta^2 + 1}} \right\}^2, \quad (16)$$

где $\beta = \sqrt{4/\alpha^2 - 4\alpha^2}$. Минимизируя правую часть (15) по α , получаем

$$\alpha = \frac{\eta_1}{\eta_2} \sim 2\sqrt{x_{min}^{(1)}}.$$

б) $\eta_1 > \eta_2$. В этом случае фактор сжатия $F_2(x)$ представляет собой зеркальное отражение функции, полученной для случая а), относительно оси $x = 1$ (см. рис.4). Теперь абсолютный минимум реализуется в точке $x_{min}^{(1)}$, удовлетворяющей асимптотическому соотношению

$$x \approx (\eta_2/\eta_1)^2, \quad (17)$$

аналогичному (I4) и определяющему условие предельного сжатия. Второй минимум $x_{min}^{(2)}$ определяется действительным корнем (I5), большим I. В этом случае $d = \eta_1/\eta_2 \sim \frac{1}{2} \sqrt{x_{min}^{(2)}}$.

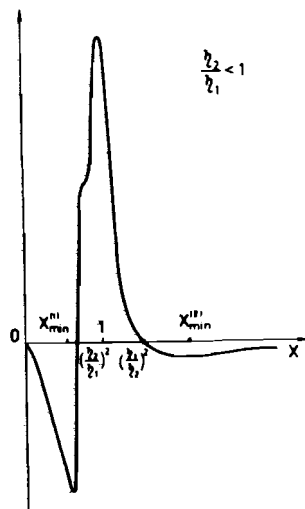


Рис. 4

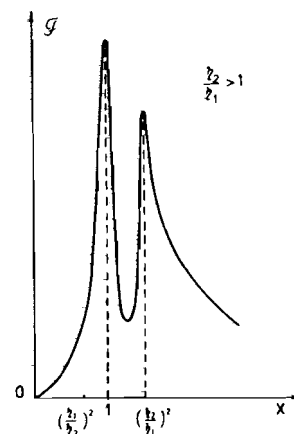


Рис. 5

Как нетрудно видеть, фактор сжатия $\mathcal{F}_1 \gg 0$ для всех $x \geq 0$. При $N \rightarrow \infty$ для \mathcal{F}_1 имеем

$$\mathcal{F}_1 = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + \eta_1/\eta_2)}{\eta_1/\eta_2 |x-1| |\sqrt{x} - \eta_2/\eta_1|} \quad (I8)$$

Вид функции (I8) приведен на рис. 5.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенное исследование показывает, что в предложенной схеме генерации ССЭП можно достичь сильного (стремящегося к предельному) сжатия путем соответствующего выбора параметров

накачки и резонатора. Роль параметров резонатора здесь исключительно важна, так как для любого заданного значения $x > 0$ можно подобрать отношение η_1/η_2 так, чтобы оказаться вблизи абсолютного минимума функции \mathcal{F}_2 .

Сравнение поведения функций \mathcal{F}_2 и \mathcal{F}_1 показывает, что существуют такие области значений параметров системы ($x > 0$), для которых флуктуации компонент X_2 и X_1 велики, так что их произведение больше $\frac{1}{4} \langle [X_1, X_2] \rangle$. Другими словами, рассмотренное здесь состояние не является состоянием минимальной неопределенности (за исключением точки $x = 0$), подобным вакуумному или когерентному состояниям.

Экспериментальная реализация ССЭП в рассмотренной здесь схеме может быть осуществлена по аналогии с исследованием разгруппировки фотонов в РФ [7] как для оптических переходов, так и для высоковозбужденных (ридберговских) состояний атомов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wells D.F. Nature, 1983, 306, 141.
2. Yamamoto Y., Haus H.A. Rev.Mod.Phys., 1986, 58, 1001.
3. Додонов В.В., Манько В.И., Чумаков С.М. Классические и квантовые эффекты в электродинамике. Труды ФИАН, т.176, М. "Наука", 1986, стр. 57-95.
4. Смирнов Д.Ф., Трошин А.С. УФН, 1987, 153, 233.
5. Bondurant R.S., Shapiro J.H. Phys.Rev. D, 1984, 30, 2548.
6. Braginsky V.B., Vorontsov Y.I., Thorn K.S. Science, 1980, 209, 547.
7. Kimble H.J., Dagensis M., Mandel L. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, 691.
8. Short R., Mandel L. Phys.Rev.Lett., 1983, 51, 387.
9. Slusher R.E., Hollberg L., Yurke B. et al. Phys.Rev.Lett., 1985, 56, 2409.

- IG. Ling-An Wu, Kimble H.J., Hall J.L. et al. Phys.Rev.Lett., 1986, 57, 2520.
- II. Min Xiao, Ling-An Wu, Kimble H.J. Phys.Rev.Lett., 1987, 59, 278.
- I2. Kumar P., Shapiro H.J. Phys.Rev. A, 1984, 30, 1568.
- I3. Reid H.D., Walls D.F. Opt. Comm., 1984, 50, 406.
14. Levenson M.D., Shelby R.M., Aspect A. et al. Phys.Rev. A, 1985, 32, 1550.
15. Agarwal G.S., Hildred G.P. Opt. Comm., 1986, 58, 287.
16. Голубев Ю.М., Соколов И.В. ЖЭТФ, 1984, 87, 408.
17. Walls D.F., Zoller P. Phys.Rev.Lett., 1981, 47, 709.
18. Ficek Z., Tanas R., Kielick S. Phys.Rev. A, 1984, 294, 2004.
19. Lakshmi P.A., Agarwal G.S. Opt. Comm., 1984, 51, 425.
20. Collett M.J., Walls D.F., Zoller P. Opt.Comm., 1984, 52, 145.
21. Bogolubov N.N.(jr), Shumovsky A.S., Tran Kuang. Phys.Lett. A, 1987, 118, 315.
22. Bogolubov N.N.(jr), Shumovsky A.S., Tran Kuang. Comm. JINR, E17-87-102, Dubna, 1987.
23. Mollow B.R. Phys.Rev., 1969, 188, 1969.
24. Apanasevich P.A., Kilin S.Ja. J.Phys. B, 1979, 12, L83.
25. Aspect A., Roger G., Reynaud S. et al. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, 617.
26. Bogolubov N.N.(jr), Aliskenderov E.I., Shumovsky A.S., Tran Kuang. J.Phys.B, 1987, 20, 1885.
27. Hong C.K. Mandel L. Phys.Rev. A, 1985, 32, 974.
28. Kozierowski M. Phys.Rev. A, 1986, 34, 3474.
29. Haken H. Laser Theory. In: "Handbuch der Physik", Springer, Berlin, 1970, v. XXV/2c.
30. Lax M. Phys.Rev., 1968, 172, 350.

Рукопись поступила в издательский отдел
21 января 1988 года.

Каданцева Е.П., Чан Куанг, Шумовский А.С. P17-88-50
О получении сильного сжатия в смеси двух мод,
взаимодействующих с сильно возбужденными
атомами в резонаторе

Рассмотрена схема генерации сжатого состояния электро-
магнитного поля в смеси двух сигнальных мод в резонаторе
с частотами, близкими к крайним компонентам триплета ре-
зонансной флуоресценции, возбуждаемых взаимодействием
сильного монохроматического излучения на двухуровневый
атом. Указана возможность получения сильного /стремящегоо-
ся к 100%/ сжатия. Найден критерий оптимального подбора
параметров атомной системы, накачки и резонатора, обеспе-
чивающий достижение максимального сжатия.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1988

Перевод Г.Г.Сандуковской

Kadantseva E.P., Tran Kuang, Shumovsky A.S. P17-88-50
On Generation of a Strong Squeezing in a Two
Modes Mixture Interacted with Strongly
Excited Atoms in Resonator

The generation scheme is considered for a squeezed sta-
te of the electromagnetic field in a mixture of two sig-
nal modes in a resonator with frequencies close to extre-
me components of a triplet of resonance fluorescence
which are excited by a strong monochromatic pumping of
a two-level atom. A possibility is pointed out for ob-
taining a strong /tending to 100%/ squeezing. The crite-
rion is found for an optimal choice of parameters for an
atomic system, pumping and resonator which provides a ma-
ximum squeezing.

The investigation has been performed at the Laboratory
of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1988